



EXPERIMENTELLE ELEKTRIZITÄTSLEHRE

MIT BESONDERER BERÜCKSICHTIGUNG
DER NEUEREN ANSCHAUUNGEN UND ERGEBNISSE

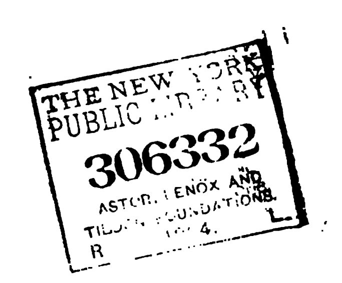
DARGESTELLT VON

DR. HERMANN STARKE
PRIVATDOZENT AN DER UNIVERSITÄT BERLIN

MIT 275 IN DEN TEXT GEDRUCKTEN ABBILDUNGEN



LEIPZIG UND BERLIN
DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER
1904


THE NEW YORK
PUBLIC LIBRARY
306332
ASTOR, LENOX AND
TILDEN FOUNDATIONS.
R L

Vorwort.

Anläßlich eines Ferienkursus über die moderne Elektrizitätslehre erging an mich die Aufforderung des Verlegers, das darin Gesagte dem Druck zu übergeben. Wenn ich dieser Aufforderung nunmehr Folge leiste, so geschieht es deshalb, weil mir in der Tat das Bedürfnis nach einem Buche vorzuliegen scheint, welches den Mittelweg zwischen rein theoretischer Behandlung und der Art und Weise einschlägt, in welcher der Stoff in den Lehrbüchern der Experimentalphysik seine Bearbeitung findet. Diesem Bedürfnis habe ich mit dem vorliegenden Werk abzuhelfen gesucht, welches neben der Darstellung der wichtigsten im elektrischen Laboratorium und experimentalphysikalischen Hörsaal gelehrten Dinge auch eine Einführung in das Studium der modernen theoretischen Elektrizitätslehre bieten soll.

In allererster Linie habe ich den Zweck im Auge gehabt, ein Lehrbuch für die Studierenden der Naturwissenschaften zu schaffen, deren Wünsche mir durch meine mehrjährige Lehrtätigkeit am Physikalischen Institut der Berliner Universität einigermaßen bekannt sind. In den Kapiteln über elektrische und magnetische Messungen, sowie auch in dem Abschnitt, welcher der Besprechung der Wechselströme gewidmet ist, habe ich daher die Aufgaben, welche im Praktikum des Berliner Physikalischen Instituts gestellt werden, besonders berücksichtigt. Indessen hoffe ich, daß auch weitere Kreise, die den Wunsch haben, tiefer in die Kenntnis der elektrischen Erscheinungen auch ohne größere mathematische Vorkenntnisse einzudringen, Nutzen von dem Studium des vorliegenden Buches haben werden. An vielen Stellen habe ich mich bemüht, auch das Interesse

des Lehrers zu berücksichtigen, indem ich Winke für die praktische Ausführung von Vorlesungsexperimenten einflocht. Dies gilt insbesondere von den Abschnitten über elektrische Schwingungen und Elektrizitätsleitung in Gasen, welche des öfteren von mir in akademischen Vorlesungen behandelt worden sind. In der Bezeichnungsweise der vorkommenden physikalischen Größen habe ich mich, wenn auch nicht in allen Punkten, so doch im großen und ganzen den Vorschlägen des wissenschaftlichen Ausschusses der Deutschen Physikalischen Gesellschaft angeschlossen.

Bei der Beschaffung der Figuren bin ich von einer Anzahl elektrotechnischer Firmen durch leihweise Überlassung von Klischees freundlichst unterstützt worden, wofür ich denselben sehr zu Dank verpflichtet bin. Es sind dies die Firmen: Allgemeine Elektrizitäts-Gesellschaft, Berlin (Abbildung von Dynamomaschinen, Induktoren, Turbinenunterbrecher); Siemens & Halske, Berlin (Mehrzahl der Meßinstrumente); Hartmann & Braun, Frankfurt a. M., Keiser & Schmidt, Berlin (Meßinstrumente); Ferd. Ernecke, Berlin, E. Leybolds Nachf., Köln, Max Kohl, Chemnitz (Demonstrationsapparate); Mechaniker Albrecht, Tübingen (Braunsches Elektrometer); Fr. Klingelfuß & Co., Basel (Funkentransformator).

Ein Teil der Figuren im elften Abschnitt ist mit freundlicher Erlaubnis des Herrn Professor Richarz dessen vortrefflichem Werkchen: Neuere Fortschritte auf dem Gebiete der Elektrizität, Leipzig, B. G. Teubner 1902, entnommen worden. Ebendort habe ich das Wesentliche von dem Inhalt der §§ 298, 299 entlehnt.

Herr Dr. G. Leithäuser hat mir in freundschaftlichster Weise bei der Korrektur geholfen, wofür ich ihm an dieser Stelle herzlich danke.

Berlin, Oktober 1904.

H. Starke.

Inhaltsübersicht.

Bezeichnungen.

Elektrizitätsmenge	e	Elektromotorische Kraft	E
Magnetismusmenge	m	Stromstärke	i
Flächendichte el. Ladung	σ	Widerstand	w
Räumliche Dichte el. Ladung	ϱ	Spezif. Leitvermögen	$\varkappa$
Feldstärke, elektrische	$\mathfrak{E}$	Ionenkonzentration	n
„ magnetische	$\mathfrak{H}$	Überführungszahl	v
Potential, elektrisches	V	Beweglichkeiten d. Ionen	u, v
„ magnetisches	φ	Dissoziationsgrad	α
Kapazität	C	Koeffizient d. gegenseit. Induktion	B
Dielektrizitätskonstante	K	Koeffizient d. Selbstinduktion	L
Magnetisierungskonstante	μ	Schwingungsdauer (ganze Schwingung)	T
Suszeptibilität	k	Periodenzahl (in einer Sekunde)	n
Induktionslinienzahl	N	„ (in 2π Sekunden)	ω
Magnetische Induktion	$\mathfrak{B}$	Wellenlänge	λ
Intensität der Magnetisierung	$\mathfrak{J}$	Lichtgeschwindigkeit (im leeren Raum)	c
Magnetisches Moment	$\mathfrak{M}$		
Horizontalkomponente d. Erdmagnetismus	H		

Einleitung.

1. Mechanische Grundbegriffe. Wenn wir sehen, wie eine geriebene Siegellackstange fähig ist, leichte Körper anzuziehen, oder wie in der Nähe eines Drahtes, welcher die Pole eines galvanischen Elements verbindet, eine Magnetnadel sich aus ihrer Meridianstellung bewegt, so haben wir damit Wirkungen vor uns, welche wir einem besonderen Zustand der Siegellackstange und des Drahtes, oder einem besonderen Vorgang, der sich in ihnen abspielt, zuschreiben müssen. Eine nähere Untersuchung dieser Wirkungen zeigt, wie wir sehen werden, daß man erstere Wirkung als herrührend von einem durch das Reiben auf der Siegellackstange erzeugten Agens, genannt Elektrizität, und letztere Wirkung als durch ein Strömen dieses gleichen Agens im Draht veranlaßt ansehen kann. Da diese Wirkungen in sehr verschiedener Stärke auftreten können, so müssen wir weiter schließen, daß das Quantum Elektrizität, die Elektrizitätsmenge, sehr verschieden sein kann, ohne daß wir uns klar zu werden vermögen, was eigentlich eine solche Elektrizitätsmenge ist.

Unserem Vorstellungsvermögen am nächsten liegen die mechanischen Größen, weil wir durch täglichen Umgang mit ihnen vertraut geworden sind. Alle mechanischen Größen lassen sich in gewisse Beziehungen zueinander bringen in der Weise, daß man eine Größe aus anderen definieren kann, bis auf drei, welche sich überhaupt nicht mehr definieren lassen. Es sind dies die drei Grundbegriffe der Mechanik, die Begriffe der Länge, Masse, Zeit, bezeichnet mit den Buchstaben l, m, t. Eine Definition dieser Größen ist für uns nicht nötig, sie sind uns

so geläufig, daß sie für uns die einfachsten Begriffe bilden, welche wir nun zur Definition anderer, komplizierterer Größen anwenden können. Alle anderen Größen der Mechanik können wir ohne Schwierigkeit auf diese drei Grundgrößen zurückbeziehen, und sie werden uns durch die Kenntnis ihres Zusammenhangs mit diesen erst verständlich und definierbar. So sehen wir z. B. Körper sich bewegen. Wir sprechen dabei von einer Geschwindigkeit des sich bewegenden Körpers und führen damit eine neue mechanische Größe ein. Indem wir sie definieren als die Länge, welche der Körper pro Zeiteinheit zurücklegt, haben wir sie in Beziehung zu den Grundeinheiten gebracht. Es ist Geschwindigkeit $= \frac{\text{Länge}}{\text{Zeit}}$, oder, wie man sich auszudrücken pflegt, es ist die Dimension einer Geschwindigkeit

$$[\text{Geschwindigkeit}] = \left[\frac{\text{Länge}}{\text{Zeit}}\right] = [l t^{-1}].$$

Man versteht unter Dimension einer Größe einen symbolischen Ausdruck, welcher den Zusammenhang der Größe mit den absoluten Grundgrößen der Länge, Masse, Zeit erkennen läßt. In ähnlicher Weise sind auch die komplizierteren Größen der Mechanik mit den Grundgrößen in Beziehung zu bringen. Als unsere erste Aufgabe wollen wir den Versuch betrachten, ob es uns gelingt, auch die unserem Vorstellungsvermögen gänzlich fernstehenden elektrischen Größen in Beziehung zu denjenigen der Länge, Masse, Zeit und damit unserem Verständnis näher zu bringen. Von Vorteil für das Verständnis alles Folgenden wird es sein, die Definitionen der wichtigsten mechanischen Größen und ihrer Einheiten uns ins Gedächtnis zurückzurufen.

Einheit der Länge ist das cm, d. i. der hundertste Teil des Abstandes zweier Marken auf einem in Paris aufbewahrten Normalmaßstabe bei der Temperatur 0°. Der Abstand dieser Marken ist sehr angenähert gleich dem vierzigmillionsten Teil des Erdumfanges an einem Meridian gemessen.

Einheit der Masse ist das g, d. i. die Masse des tausendsten Teils eines in Paris aufbewahrten Platinstücks, des „kilogramme des archives". Es ist letzteres möglichst genau der Masse eines Kubikdezimeters Wasser von 4° Celsius gleich angefertigt worden.

Einheit der Zeit ist die Sekunde, d. i. der $24 \times 60 \times 60^{\text{ste}}$ Teil des mittleren Sonnentages.

Die Einheit der Geschwindigkeit hat ein Körper welcher sich pro sek 1 cm weit bewegt.

Unter Beschleunigung versteht man den Geschwindigkeitszuwachs pro sek. Ein Körper, welcher zunächst ruhend nach einer Sekunde eine Geschwindigkeit von zehn Metern besitzt, erfährt damit eine absolute Geschwindigkeitsänderung von 1000 cm pro sek. Seine Beschleunigung ist gleich 1000 absoluten Einheiten. Es ist

$$\text{Beschleunigung} = \frac{\text{Geschwindigkeitszuwachs}}{\text{Zeit}}.$$

Daher die Dimension einer

$$[\text{Beschleunigung}] = \left[\frac{\text{Geschwindigkeit}}{\text{Zeit}}\right] = [lt^{-2}].$$

Nur die Einwirkung einer Kraft ist imstande, den Bewegungszustand einer Masse zu ändern, d. h. derselben eine positive oder negative Beschleunigung zu erteilen. Es ist dies der Inhalt des zweiten Newtonschen Gesetzes. Die wirkende Kraft ist natürlich um so größer, je größer die Masse und die ihr erteilte Beschleunigung ist. Das Produkt dieser beiden Größen bildet das Maß für die Kraft. Es ist Kraft = Masse $\times$ Beschleunigung. Damit ist die Dimension [Kraft] = $[mlt^{-2}]$ gegeben, wie auch die Definition der Krafteinheit. Die Kraft ist dann in absolutem Maße gleich Eins, wenn durch sie die Masse 1 gr die Beschleunigung $1 \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$ erfährt. Diese Einheit hat den Namen Dyne.

Die Schwerkraft erteilt den freifallenden Körpern einen Geschwindigkeitszuwachs von 9,81 m. Die Beschleunigung g ist also gleich 981 absoluten Einheiten. Mit der Kraft mg sucht die Masse m zu fallen; auf ein Gramm wirkt daher die Erde mit einer Kraft von 981 Dynen anziehend; eine Dyne ist also dem Gewicht von $\frac{1}{981}$ g, d. h. etwa eines mg, annähernd gleich.

Arbeit leistet man gegen eine Kraft, wenn man den Angriffspunkt der Kraft um eine gewisse Strecke gegen die Kraftrichtung verschiebt, z. B. gegen die Schwere, wenn man ein

Gewicht hebt. Umgekehrt leistet die Kraft eine Arbeit, wenn die Verschiebung ihres Angriffspunktes in ihrer Richtung erfolgt. Die Größe der Arbeit ist Kraft $\times$ Wegstrecke, ihre Dimension [Arbeit] = [Kraft] $\cdot [l] = [ml^2t^{-2}]$. Die Einheit der Arbeit heißt 1 Erg und wird dann geleistet, wenn der Angriffspunkt einer Dyne um 1 cm verschoben wird, z. B. also, wenn 1 mg (genauer $\frac{1}{981}$ g) um 1 cm gehoben wird. Hebt man 1 kg um 1 m, so leistet man die Arbeit 1 Kilogrammeter $= 981 \cdot 10^5$ Erg.

Die Arbeit, welche eine Maschine pro Sekunde leisten kann, heißt Effekt. Die absolute Einheit des Effektes besitzt sie dann, wenn sie 1 Erg pro sek leistet. Die technischen Einheiten sind wegen der Kleinheit dieses Wertes wesentlich größer gewählt. Die Effektgröße: 1 Pferdekraft = 1 HP ist gleich dem Effekt von 75 mkg pro sek $= 75 \cdot 100 \cdot 1000 \cdot 981$ Erg pro sek = ca. $7{,}4 \cdot 10^9$ Erg pro sek. Die Effektgröße von 10^7 Erg pro sek hat man mit dem Namen 1 Watt bezeichnet. Wir werden später in § 89 diese Größe näher kennen lernen. Es ist 1 HP = ca. 740 Watt = ca. $740 \cdot 10^7$ Erg pro sek.

Wenn ich eine Masse m gegen die auf sie wirkende Schwerkraft mg um eine Strecke h hebe, so leiste ich dabei die Arbeit mgh. Diese Arbeit geht nicht verloren, sie speichert sich in dem gehobenen Körper als Energie der Lage oder potentielle Energie auf, die der Körper wieder abgeben kann, dadurch, daß er wieder auf die ursprüngliche Höhe zurückfällt. Der Körper erhält also durch das Heben einen Zuwachs seiner potentiellen Energie $= mgh$. Fällt der Körper frei um die gehobene Strecke h zurück, so verliert er die potentielle Energie mgh, erlangt aber eine gewisse Geschwindigkeit und damit eine andere Form von mechanischer Energie, welche Massen besitzen können, nämlich Energie der Bewegung oder kinetische Energie. Wieviel, läßt sich leicht berechnen, indem wir im Ausdruck für die potentielle Energie die Höhe h eliminieren. Braucht der Körper t sek um in seine alte Lage zurückzufallen, so ist seine Endgeschwindigkeit $v = gt$, weil er ja in jeder Sekunde den Geschwindigkeitszuwachs g erfährt. Da die Bewegung eine gleichförmig beschleunigte ist, so ist die Fallhöhe h dieselbe, um welche der Körper mit der gleich-

förmigen mittleren Geschwindigkeit $g\frac{t}{2}$ in der Zeit t gefallen wäre, d. i.

$$h = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{v^2}{2g}.$$

Setzt man dies in den Ausdruck der potentiellen Energie ein, so erhält man $mgh = \frac{1}{2}mv^2$. Eine mit der Geschwindigkeit v sich bewegende Masse m besitzt also die kinetische Energie $\frac{1}{2}mv^2$. Die Dimension [Energie] ergibt sich als gleich der Dimension [Arbeit] oder als [Masse $\times$ Geschwindigkeit^2]. D. h. es ist [Energie] = $[ml^2t^{-2}]$.

In der eben geschilderten Weise lassen sich alle rein mechanischen Größen ohne weiteres auf die Grundgrößen der Länge, Masse, Zeit zurückbeziehen und aus ihnen definieren. Anders verhält es sich mit den anderen, nicht rein mechanischen Größen. Wenn wir auch diese in Beziehung zu den Grundgrößen der Mechanik bringen wollen, so muß dies durch das Aufsuchen einer experimentellen Beziehung zu irgendeiner Größe der Mechanik geschehen. Dies ist z B. leicht geschehen für die physikalische Größe, welche wir mit Wärmemenge bezeichnen. Wenn ein heißer Körper sich abkühlt, so gibt er eine gewisse Wärmemenge ab. Wir können uns unter einer Wärmemenge zunächst nichts vorstellen. Das Experiment lehrt, daß eine Wärmemenge einer Energiemenge äquivalent sein muß; denn wir können Maschinen konstruieren, welche Wärme direkt in mechanische Energie verwandeln, umgekehrt auch Anordnungen treffen, durch welche das Umgekehrte geleistet wird. Wir können daher Wärmemengen direkt in mechanischen Energie- oder Arbeitseinheiten, d. h. Erg ausdrücken. Messungen von Joule haben ergeben, daß die in der Wärmelehre als Wärmeeinheit gewählte Gramm-Kalorie, d. h. die Wärmemenge, welche die Temperatur von 1 g Wasser mittlerer Zimmertemperatur um 1^0 Celsius erhöht, der mechanischen Arbeit von 0,427 Kilogrammeter, d. h. $0{,}427 \times 1000 \times 100 \times 981$ Erg $= 419 \cdot 10^5$ Erg äquivalent ist.

In ähnlicher Weise sind wir nun auch in der Lage, zwischen elektrischen und mechanischen Größen Beziehungen zu finden. Es muß allerdings betont werden, daß wir dadurch der Er-

kenntnis des Wesens der Elektrizität oder des Magnetismus in keiner Weise näher gekommen sind, ganz ebensowenig, wie wir im obigen Fall aus der Wärmelehre durch die Aufstellung der Beziehung Wärmemenge = Energie nun eigentlich wissen, was Wärme ist. Die Beziehungen der elektrischen zu den mechanischen Größen leiten sich aus der experimentellen Beobachtung her, daß elektrische Vorgänge mechanische Bewegungserscheinungen hervorzurufen vermögen.

Zwei ihrer Natur nach vollständig verschiedene Vorgänge werden hierbei benutzt, und es bauen sich darauf zwei grundsätzlich verschiedene Definitionsweisen und Maßsysteme auf. Das eine, das elektrostatische Maßsystem, gründet sich auf den Fundamentalversuch aus der Lehre der ruhenden, statischen Elektrizität, daß zwei elektrisch geladene Körper eine mechanische Kraft aufeinander ausüben, indem sie sich anzuziehen oder abzustoßen imstande sind. Das zweite, das elektromagnetische Maßsystem gründet sich auf den Fundamentalversuch der Lehre der bewegten Elektrizität oder des Galvanismus, daß ein von einem elektrischen Strom durchflossener Draht auf einen in seiner Nähe befindlichen Magnetpol eine bewegende Kraft ausübt.

Erster Abschnitt.

Grundgesetze und Definitionen der Elektrostatik. Das elektrostatische Maßsystem.

2. Reibungselektrizität. Schon seit längsten Zeiten war es bekannt, daß manche Körper durch Reiben die Fähigkeit erhalten, leichte Körper anzuziehen, elektrisch zu werden. Man nannte bei den ersten Versuchen, die Reihe dieser Körper festzustellen, dieselben idioelektrische Körper, im Gegensatz zu den anelektrischen, welche diese Fähigkeit nicht besitzen. Zu den letzteren sollten insbesondere die Metalle gehören. Der englische Physiker Gray zeigte im Jahre 1727, daß dieser Unterschied nicht besteht, daß derselbe einer anderen Eigenschaft halber nämlich nur scheinbar vorhanden ist. Er wies nach, daß die einzelnen Körper sich hinsichtlich des Leitungsvermögens für Elektrizität unterschieden, daß es Leiter und Nichtleiter oder Isolatoren gäbe. Erstere können dann unter gewöhnlichen Versuchsverhältnissen durch Reiben nicht elektrisch werden, weil jede erzeugte Elektrizität sofort abgeleitet wird. Er zeigte, daß auch die Metalle, welche die besten Elektrizitätsleiter sind, Reibungselektrizität aufweisen, sobald sie isoliert sind. Es gibt zwischen Leitern und Nichtleitern keine scharfe Grenze, sondern es existieren viele Abstufungen zwischen ihnen, denen die sog. Halbleiter entsprechen.

Dufay machte 1773 die Entdeckung der beiden Elektrizitätsarten, der positiven und negativen Elektrizität, und wies nach, daß gleichartige Elektrizitäten sich abstoßen, ungleichartige sich anziehen. Glas wird durch Reiben mit Seidenzeug oder amalgambestrichenem Leder positiv, Hartgummi, Schellack durch Reiben mit Pelzwerk negativ elektrisch. Die Anziehungs- und Abstoßungserscheinungen demonstriert man zweckmäßig an Seiden-

papierballons, welche an langen feinen Fäden mit Zwischenschaltung eines dünnen Schellackfadens aufgehängt sind. Das Papier ladet sich, da es Halbleiter ist, auf seiner ganzen Fläche und besitzt genügende Leichtigkeit.

3. Theorien der Reibungselektrizität. Verschiedene Theorien sind vorgeschlagen worden, welche, wenn auch nicht die Erscheinungen erklären, so doch ein anschauliches Bild von denselben geben sollten. Zunächst die Zwei Fluida-Theorie. Da das Fließen der Elektrizität durch Leiter viele Ähnlichkeit mit dem Strömen von Flüssigkeiten hat, so nahm man die Existenz zweier unwägbarer Fluida an, deren eines mit der +, deren anderes mit der — Elektrizität identisch sein sollte. In unelektrischen Körpern sind gleiche, sich neutralisierende Quanten beider Fluida vorhanden; durch Reiben findet ein ungleichartiges Überströmen zwischen den aneinander geriebenen Körpern statt. Nicht viel verschieden hiervon, nur als eine Modifikation dieser Theorie anzusehen ist die von Franklin vorgeschlagene Ein Fluidum-Theorie. Das verschiedene Verhalten + und — geladener Körper sollte sich erklären aus einem größeren oder kleineren in dem Körper vorhandenen Quantum gegenüber dem in einem unelektrischen Körper vorhandenen Normalquantum. Es ist ersichtlich, daß alle diese Theorien durchaus unzulänglich sind. Dasselbe gilt, was die Aufklärung des Wesens der Elektrizität anlangt, auch von den neuen und neusten Theorien. Auch in diesen, d. h. der Faraday-Maxwellschen Theorie und der seit jüngster Zeit immer mehr sich Geltung verschaffenden Elektronentheorie, nach welcher man eine große Anzahl elektrischer und optischer Erscheinungen durch die Existenz kleinster elektrisch geladener Urteilchen erklärt, bleibt immer noch die hypothetische „elektrische Ladung“ für die kleinsten Teilchen übrig. Wir werden zunächst daher noch auf die Erklärung des eigentlichen, innersten Wesens der Elektrizität verzichten und uns mit der möglichst einfachen Erklärung der Vorgänge begnügen müssen.

4. Das Gesetz von der Erhaltung der Elektrizität. Elektrizitätserzeugung findet stets statt, wenn zwei verschiedene Körper aneinander gerieben werden. Die Verschiedenheit kann

dabei stofflich oder nur physikalischer Natur sein. Es genügt beispielsweise bereits eine Verschiedenheit der Temperatur zweier sonst gleicher Stoffe, um durch Reibung Elektrizität zu erzeugen. Der wärmere Körper wird dabei gewöhnlich negativ elektrisch. Wenn man die Elektrizitätsmengen auf dem reibenden und dem geriebenen Körper untersucht, so findet man gleiche Quanten von entgegengesetzten Vorzeichen. Dies gilt ganz allgemein: Bei jedem Vorgang, bei welchem Elektrizität entsteht, wird ein gleiches Quantum negativer und positiver Elektrizität erzeugt; nie wird die algebraische Summe der vorhandenen Elektrizität geändert.

5. Das Coulombsche Gesetz. Elektrostatische Einheit der Elektrizitätsmenge. Mit Hilfe eines besonders zu diesem Zweck konstruierten Apparates, der Drehwage, wurde von Coulomb die Kraft gemessen, welche zwischen zwei elektrisch geladenen Kugeln wirksam ist. Die beiden Kugeln befinden sich in einem genau gemessenen Abstande; die eine, die Standkugel, in fester Lage, die andere am Ende eines an einem Torsionsdrahte aufgehängten Hebelarms. Werden die Kugeln gleichartig geladen, so wird die letztere Kugel abgestoßen, und man muß den Torsionskopf um einen gewissen Winkel drehen, um die Kugel in die alte Lage wieder zurückzubringen. Dieser Winkel ist der zu messenden Kraft proportional. So findet man, daß die Kraft auf die Hälfte herabsinkt, wenn man einer der Kugeln durch Berührung mit einer gleich großen die Hälfte ihrer Ladung nimmt, daß ferner die Kraft dem Quadrat der Entfernung zwischen den Kugeln umgekehrt proportional ist.

Bezeichnet man diese Entfernung mit r, die in irgendeiner beliebigen Einheit gemessenen Ladungen der Kugeln mit e und e', so kann man dies Gesetz mathematisch formulieren. Es ist die zwischen den Ladungen wirkende abstoßende Kraft

$$F = \text{Konst} \cdot \frac{e \cdot e'}{r^2} \cdot$$

Die Größe der Konstanten hängt hier ganz von der Wahl der Einheit ab, in welcher wir die Ladungen messen.

Dies Gesetz ist in seiner Form vollständig dem Newtonschen Gravitationsgesetz für die Anziehung zweier in der Ent-

fernung r voneinander befindlichen Massen gleich. Dieselbe hat die Größe:

$$G = f \cdot \frac{m m'}{r^2} \cdot$$

Die beiden Gesetze unterscheiden sich nur dadurch voneinander, daß in letzterem sämtliche darin vorkommenden Größen von bekannter Art sind und in bekannten Einheiten zu messen sind. Es ist daher auch die Gravitationskonstante f ihrer Dimension nach gegeben. Es ist $[f] = \frac{[\text{Kraft}] \cdot [l^2]}{[m^2]} = [m^{-1} l^3 t^{-2}]$. Im Coulombschen Gesetz ist die Konstante unbestimmt, da an Stelle der Masse im Newtonschen Gesetz die unbekannte Größe Elektrizitätsmenge getreten ist. Man hat hier den Schritt getan, dadurch daß man die Konstante dimensionslos, d. h. als eine reine Zahl annahm und ihr einen bestimmten Zahlwert (Eins) gab, eine Definition für die Einheit der Elektrizitätsmenge festzusetzen. Das Coulombsche Gesetz lautet dann:

$$F = \frac{e e'}{r^2},$$

und damit hat man der Größe Elektrizitätsmenge einen bestimmten Zusammenhang mit den mechanischen Grundgrößen, d. h. eine bestimmte Dimension, zuerteilt und auch ihre Einheit festgesetzt. Es ist nämlich:

$$[\text{Kraft}] = \left[\frac{\text{Elektrizitätsmenge}^2}{\text{Länge}^2}\right],$$

also

$$[\text{Elektrizitätsmenge}] = \left[l \sqrt{\text{Kraft}}\right] = m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{3}{2}} t^{-1},$$

und da für $e = e' = 1$, $r = 1$ auch $F = 1$ ist, so ist Einheit der Elektrizitätsmenge diejenige, welche eine ihr gleiche in der Entfernung 1 cm mit der Kraft 1 Dyne abstößt.

Damit haben wir die Grundlage des elektrostatischen Maßsystems gewonnen.

6. Ausbreitung der elektrischen Kraft. Wiewohl Newton selbst das Unbefriedigende seiner Erklärungsweise einsah, so ergaben seine Untersuchungen doch, daß die Anziehungskraft zwischen den Massen der Planeten sich so darstellen läßt, als ob sie eine direkte Fernwirkung durch den einflußlosen, leeren Raum sei. Coulomb und mit ihm fast alle anderen Physiker nahmen dasselbe für die elektrische Wirkung an. Die zwischen

zwei elektrisch geladenen Körpern wirkende Kraft soll danach eine reine, unvermittelte Fernwirkung sein, sie soll momentan mit dem Auftreten zweier Ladungen vorhanden sein, momentan mit dem Verschwinden einer der Ladungen aufhören, d. h. sich zeitlos durch den einflußlosen Raum fortpflanzen. Faraday war der erste, welcher, das Ungenügende einer solchen Auffassung einsehend, sich eine neue, vollkommen andersartige Vorstellung von dem Wesen der Kraftwirkung bildete. Er sah dieselbe als veranlaßt an durch gewisse Zustandsänderungen in einem hypothetischen Medium, welches als überall, auch im äußersten Vakuum, vorhanden und alle Körper durchdringend angesehen werden muß. Dieser sog. Äther soll, in eine Art Spannungszustand versetzt, die elektrischen Kraftwirkungen hervorrufen, deren Ausbreitung nun nicht mehr als zeitlos angesehen zu werden braucht. Das Wesentliche an der Faradayschen Anschauung im Gegensatz zu der Annahme reiner Fernwirkung ist, daß dem zwischen den Ladungen befindlichen Medium eine wichtige Rolle zuerteilt wird. Auf dem Boden dieser Nahewirkungstheorie stehend, machte Faraday eine große Reihe der glänzendsten Entdeckungen. Trotzdem drang er mit ihr nicht durch, wohl hauptsächlich deswegen, weil er mit seiner Theorie in einem vollständigen Gegensatz zu der Anschauung der größten Autoritäten auf dem Gebiete der Elektrizitätslehre sich befand, auch wohl weil seine Abhandlungen in schwer verständlicher Form geschrieben waren. Erst James Clerk Maxwell brachte Faradays geniale Ideen in streng mathematische Form und errichtete das berühmte große Gebäude der „Maxwellschen Theorie“. Besonders die Versuche von H. Hertz bewiesen das Übergewicht derselben über die nunmehr als veraltet anzusehende Fernwirkungstheorie.

7. Das elektrische Feld. Kraftlinien. Wir werden uns gleich von Anfang an auf den Grund und Boden Faraday-Maxwellscher Anschauungsweise stellen, ohne indessen zunächst auf den eigentlichen Mechanismus der Zustandsänderung des Zwischenmediums, des sog. Dielektrikums, einzugehen. Wir behaupten nur mit Faraday, daß ein elektrisch geladener Körper um sich herum eine Zustandsänderung erzeuge, um sich ein

Kraftfeld hervorrufe. Bringt man in dieses Kraftfeld eine kleine + geladene Kugel, so sucht sie sich zu bewegen. Die Richtung dieser Bewegung gibt die Richtung des Kraftfeldes an. Zieht man im Raume um einen geladenen Körper Linien, welche überall die Feldrichtung haben, so erhält man die Kraftlinien. Ein geladener Körper muß sich unter alleinigem Einfluß des elektrischen Feldes längs einer Kraftlinie bewegen. Die Kraftlinien um einen geladenen Punkt sind Kugelradien um den Punkt als Mittelpunkt. Unter Intensität des elektrischen Feldes $\mathfrak{E}$ (auch „elektrische Kraft“ oder „elektrische Feldstärke“) an einer Stelle im Raume versteht man die mechanische Kraft in Dynen, welche auf die Elektrizitätsmenge 1 an dieser Stelle ausgeübt wird. Sie ist eine gerichtete, eine sog. Vektorgröße, weil zu ihrer vollständigen Definition die Kenntnis ihrer Richtung und ihrer Größe notwendig ist. Um graphisch die Intensität des elektrischen Feldes an Richtung und Größe darzustellen, zeichnet man die Kraftlinien im Raume so, daß ihre Dichte, d. h. die Anzahl, welche das qcm senkrecht schneiden, numerisch gleich dem absoluten Wert der Intensität des elektrischen Feldes ist. In einem räumlichen Kraftlinienmodell wird also an jeder Stelle durch ein kleines, senkrecht zu den Kraftlinien stehendes Flächenelement q eine Anzahl Kraftlinien hindurchgehen, welche gegeben ist durch $\mathfrak{N} = \mathfrak{E} \cdot q$, wo $\mathfrak{E}$ die elektrische Feldstärke an der betreffenden Stelle ist.

Rührt das Feld z. B. von einem mit der Elektrizitätsmenge 1 geladenen Punkt (kleine Kugel) her, so ist in Entfernung 1 cm von demselben die Feldstärke $\mathfrak{E} = 1$, d. h. die Kraftlinien müssen so dicht gezeichnet werden, daß die Flächeneinheit der um den Punkt mit dem Radius 1 beschriebenen Kugel von einer Kraftlinie, die gesamte Einheitskugel also von 4π Kraftlinien geschnitten wird. Der radiale Kraftlinienverlauf ist zugleich eine graphische Darstellung des Coulombschen Gesetzes, denn in doppelter Entfernung wird 1 qcm von dem vierten Teil Kraftlinien geschnitten, in dreifacher Entfernung vom neunten Teil usf.

Ein elektrisches Feld ist homogen, wenn die Feldstärke überall an Richtung und Größe gleich ist. Die Kraftlinien sind äquidistante gerade Linien.

8. Einheit der elektrischen Feldstärke $\mathfrak{E} = 1$. Die elektrische Feldstärke $\mathfrak{E}$ war definiert als die mechanische Kraft, welche die Elektrizitätsmenge 1 im Felde erfährt, sie ist mithin dann gleich Eins, wenn auf den elektrischen Einheitspol die Kraft 1 Dyne ausgeübt wird. Befindet sich im Feld die Elektrizitätsmenge e, so ist die auf sie wirkende Kraft $= \mathfrak{E} \cdot e$. Es muß also das Produkt aus Feldstärke und Elektrizitätsmenge die Dimension einer Kraft haben, mithin

$$[\mathfrak{E}] = \left[\frac{\text{Kraft}}{\text{El. menge}}\right] = \left[\frac{\text{Kraft}}{l\sqrt{\text{Kraft}}}\right] = \frac{\sqrt{\text{Kraft}}}{l} = m^{\frac{1}{2}}\, l^{-\frac{1}{2}}\, t^{-1}.$$

9. Der Gaußsche Satz. Durch eine mit dem Radius 1 um einen mit der Elektrizitätsmenge $+1$ geladenen Punkt beschriebene Kugelfläche treten nach § 7 4π Kraftlinien aus. Es sind dies alle von dem Punkt überhaupt ausgehenden Kraftlinien. Dieselben durchsetzen jede beliebige um den Punkt beschriebene geschlossene Fläche. Hat der Punkt die Ladung e, so gehen $4\pi e$ Kraftlinien von ihm aus und durchsetzen jede um ihn beschriebene geschlossene Fläche nach außen hin. Ist die Ladung negativ, so gehen die Kraftlinien von außen nach innen. Sind innerhalb der geschlossenen Fläche mehrere Punkte mit den Ladungen $e_1, e_2, e_3 \cdots$ vorhanden, so ist die Anzahl die Fläche schneidender Kraftlinien gegeben durch

$$\mathfrak{N} = 4\pi\,(e_1 + e_2 + e_3 + \cdots) = 4\pi e$$

wenn mit e die Gesamtladung bezeichnet wird. Negative Ladungen sind negativ zu rechnen. Sind daher innerhalb der geschlossenen Fläche gleich starke positive und negative Ladungen, d. h. ist überhaupt keine freie Ladung dort vorhanden, so ist die Anzahl ein- und austretender Kraftlinien gleich, es sind dann keine freien Enden von Kraftlinien innerhalb der Fläche.

Ist aber innerhalb der beliebigen geschlossenen Fläche die eine Ladung im Betrage e im Überschuß vorhanden, so müssen innerhalb derselben $4\pi e$ Kraftlinien frei endigen. (Gaußscher Satz.) Freie Ladungen sind also notwendig mit freien Enden von Kraftlinien verbunden.

10. Das elektrische Potential V. Unter dem elektrischen Potential in einem Punkte eines elektrischen Feldes versteht man die Arbeit, welche notwendig ist, um die

Elektrizitätsmenge Eins aus dem Unendlichen an den betreffenden Punkt zu schaffen.

Diese auf den ersten Blick etwas sonderbar erscheinende Definition wie auch der Name Potential wird sofort verständlich, sobald wir die Energie betrachten, welche eine Elektrizitätsmenge in einem elektrischen Felde besitzt. Nehmen wir an, wir hätten ein elektrisches Feld, und wir brächten an einen Punkt desselben, welcher das Potential V besitzt, eine Elektrizitätsmenge $+e$, so kann dies nur mit einem gewissen Arbeitsaufwand geschehen, wie wenn ich eine Masse im Felde der Schwere hebe. Dieser Arbeitsaufwand ist nach der Definition des Potentials gleich eV; dadurch, daß sich $+e$ wieder aus dem Feld heraus bewegt, wird die Arbeit wieder herausgegeben, sie ist also als potentielle Energie aufgespeichert. Ist $e = 1$, so beträgt die aufgespeicherte Energie nur V, und wir haben als Definition des Potentials V auch diese:

Es ist das Potential V an einem Punkt die potentielle Energie, welche die Elektrizitätsmenge 1 an diesem Punkte besitzt.

Es muß allerdings hier die Voraussetzung hinzugefügt werden, daß die Intensität des elektrischen Feldes durch das Einbringen des elektrischen Einheitspoles nicht geändert wird (siehe auch §§ 21, 34).

Unter Berücksichtigung des Umstandes, daß das Produkt aus Elektrizitätsmenge und Potential eine Arbeitsgröße darstellen muß, ergibt sich die Dimension des Potentials:

$$[\text{Potential}] = \left[\frac{\text{Arbeit}}{\text{Elektrizitätsmenge}}\right] = [\sqrt{\text{Kraft}}] = m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{1}{2}} t^{-1}.$$

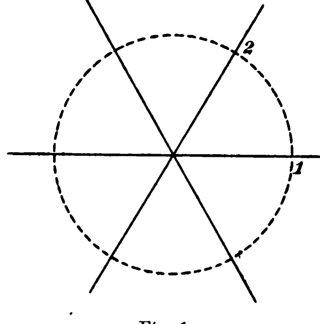


Fig. 1.

11. Äquipotential- oder Niveauflächen. Eine Fläche, welche durch alle Punkte gleichen Potentials gelegt ist, heißt Äquipotential- oder Niveaufläche. Gehören die Punkte 1 und 2 des durch die ausgezogenen Kraftlinien dargestellten, in diesem Fall von einem geladenen Punkt herrührend gedachten Feldes (Fig. 1) einer solchen Fläche an, so hat also V in beiden Punkten

den gleichen Wert; es ist also dieselbe Arbeit zu leisten, ob ich eine Elektrizitätsmenge aus großer Entfernung nach 1 oder 2 bringe. Mithin ist die Arbeit, welche nötig ist, um die Elektrizitätsmenge von 1 nach 2 zu bringen, gleich Null. Dies gilt für alle einer Niveaufläche angehörigen Punkte, mithin leiste ich keine Arbeit, wenn ich Elektrizität auf einer Niveaufläche bewege. Daraus folgt unmittelbar, daß auf eine Elektrizitätsmenge keine Kraft in Richtung einer Niveaufläche wirken kann, daß die Niveauflächen also überall senkrecht zu den Kraftlinien des Feldes verlaufen. Die Niveauflächen des von einem geladenen Punkt ausgehenden Feldes sind Kugelflächen, welche diesen Punkt zum Mittelpunkt haben.

12. Beziehung zwischen Potential V und elektrischer Feldstärke $\mathfrak{E}$. Betrachten wir zwei auf einer Kraftlinie liegende Punkte 1 und 2 in einem elektrischen Felde, welche so nahe aneinander gelegen sind, daß wir die Feldstärke $\mathfrak{E}$ in ihnen als gleich ansehen können. In einem homogenen Feld ist diese Voraussetzung für beliebige Entfernung der Punkte erfüllt. Hat das elektrische Potential in den beiden Punkten die Werte V_1 bezw. V_2, so ist $V_1 - V_2$, die Potentialdifferenz zwischen diesen Punkten, die Arbeit, welche notwendig ist, um die positive Einheit der Elektrizitätsmenge von 2 nach 1 zu schaffen. Ist a der Abstand der beiden Punkte, so ist diese Arbeit andererseits gleich Kraft mal Weg, also gleich $-\mathfrak{E}a$. Es ist daher $V_1 - V_2 = -\mathfrak{E}a$ oder

$$\mathfrak{E} = -\frac{V_1 - V_2}{a} = \frac{V_2 - V_1}{a}.$$

Das negative Vorzeichen ist zu wählen, weil die Arbeit gegen die von 1 nach 2 gerichtete elektrische Kraft geleistet wird. Es ist mithin die elektrische Feldstärke numerisch gleich der Abnahme des Potentials pro Längeneinheit.

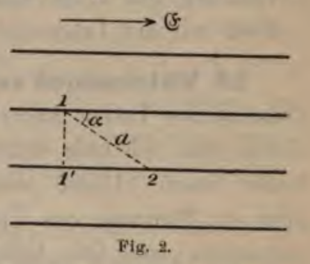


Fig. 2.

Liegen die Punkte 1 und 2 nicht auf einer Kraftlinie, sondern beliebig in dem homogenen Feld (Fig. 2), so ist die Arbeit, welche zu leisten ist, um die Elektrizitätsmenge Eins von 2 nach 1 zu schaffen, dieselbe, ob ich dies auf dem direkten Wege a bewerkstellige oder erst von 2 nach dem mit 1 äquipoten-

tiellen Punkt 1′ und von diesem auf einer Niveaufläche nach 1. Letztere Arbeit ist Null. Die Arbeit, welche für die Beförderung der Elektrizitätsmenge von 2 nach 1′ nötig ist, ist aber nach vorigem, da die Entfernung $2\,1' = a \cos \alpha$ ist, gegeben durch

$$V_1 - V_2 = - \mathfrak{E} a \cos \alpha = - \mathfrak{E}' a.$$

Hierin bedeutet α den Winkel, welchen die Verbindungslinie der Punkte mit der Feldrichtung bildet.

$\mathfrak{E}' = \mathfrak{E} \cos \alpha$ ist die in Richtung der Verbindungslinie a wirkende Komponente der Feldstärke. Es ist also allgemein

$$\mathfrak{E}' = \frac{V_2 - V_1}{a}$$

oder in Worten:

Es ist die elektrische Feldstärke in beliebiger Richtung gleich der Potentialdifferenz zweier in dieser Richtung benachbarter Punkte dividiert durch deren Abstand.

Ferner folgt aus der bisherigen Betrachtung der Satz:

Die Arbeit, welche aufzuwenden ist, um ein Elektrizitätsquantum von einem Punkt niederen zu einem Punkt höheren Potentials zu bringen, ist unabhängig von dem Wege, auf welchem dies geschieht.

Für die absolute Einheit der Potentialdifferenz gelten folgende Sätze, die sich unmittelbar aus obigen Erörterungen ergeben:

Potentialdifferenz Eins besteht zwischen zwei Punkten, wenn die Arbeit 1 Erg erforderlich ist, um die Elektrizitätsmenge Eins vom einen zum anderen Punkt überzuführen.

Oder auch:

Potentialdifferenz Eins besteht zwischen zwei in der Feldrichtung um 1 cm entfernten Punkten in einem elektrischen Feld mit der Intensität Eins.

13. Unterschied zwischen Leitern und Isolatoren. Die elektrischen Leiter unterscheiden sich von den Isolatoren dadurch, daß sich kein elektrisches Feld in ihnen im Gleichgewicht halten kann. Unter jeder noch so kleinen Potentialdifferenz tritt ein Strömen von Elektrizität ein, bis die Potentialdifferenz vernichtet ist. Die Elektrizität besitzt in Leitern volle Bewegungsfreiheit und ist imstande, den kleinsten elektrischen Kräften zu folgen.

Auf einem Leiter herrscht daher überall das gleiche Potential. Die Oberfläche des Leiters ist eine Niveaufläche und wird von den Kraftlinien in senkrechter Richtung verlassen.

14. Die elektrische Ladung, welche einem massiven Leiter erteilt wird, befindet sich nur auf dessen Oberfläche. Dieser Satz folgt unmittelbar aus der Eigenschaft der Leiter, kein elektrisches Feld im Gleichgewicht in sich zu erhalten, in Verbindung mit dem Gaußschen Satz (§ 9). Denn da das Feld im Inneren des Konduktors überall gleich Null, so wird auch jede beliebige geschlossene Fläche im Inneren desselben von keinen Kraftlinien geschnitten, mithin keine Ladung enthalten. Die Kraftlinien enden nur frei auf der Oberfläche, welche die ganze Ladung enthält.

15. Innerhalb einer geschlossenen Niveaufläche, welche keine Ladung umschließt, ist die elektrische Kraft überall gleich Null, das Potential also überall gleich dem auf der Niveaufläche. Der Beweis folgt unmittelbar aus dem Gaußschen Satz. Denn, nehmen wir an, innerhalb der Niveaufläche sei das Potential nicht konstant, so müssen wir dort eine Reihe anderer Niveauflächen ziehen können, welche die erste natürlich nicht schneiden können, sondern auch als geschlossene Flächen innerhalb derselben bleiben müssen. Ist eine innen liegende Niveaufläche z. B. eine solche höheren Potentials, so müssen Kraftlinien von ihr nach der gegebenen Niveaufläche verlaufen, woraus nach dem Gaußschen Satz eine der Voraussetzung widersprechende positive Ladung innerhalb der letzteren folgen würde. Hat die innere Niveaufläche niedrigeres Potential, so würde ebenso eine innere negative Ladung folgen. Es muß daher innen überall das gleiche Potential herrschen. Eine geschlossene Niveaufläche ist z. B. ein hohler geschlossener Leiter. Befindet sich innerhalb desselben kein geladener Körper, so ist in seinem ganzen Inneren das Potential konstant, er verhält sich mithin so, als ob er massiv wäre.

16. Die elektrische Ladung, welche einem geschlossenen hohlen Leiter erteilt wird, befindet sich nur auf dessen äußerer Oberfläche. Da im Inneren des ge-

schlossenen hohlen Leiters sich kein elektrisches Feld befindet, so folgt dieser Satz durch die gleiche Betrachtung wie in § 14. Das Fehlen von Ladungen im Inneren von geschlossenen Leitern kann man mit Hilfe des Apparats (Fig. 3) demonstrieren. Ladet man die Kugel, umhüllt sie dann mit den Halbkugeln und stellt vorübergehend Kontakt zwischen der so gebildeten äußeren Kugel und der inneren her, so findet man nach Abheben der Kugelschalen die innere Kugel ihrer Ladung beraubt. Die ganze Ladung ist auf die Halbkugeln übergegangen. Setzt man (Fig. 4) ein empfindliches Elektroskop in das Innere eines Metallkäfigs und verbindet den Knopf des Elektroskops mit dem Drahtgeflecht metallisch, so erfolgt auch bei kräftigster Aufladung des letzteren kein Ausschlag.


Fig. 3.


Fig. 4.

Die Sätze der letzten Paragraphen hatten sämtlich zur Voraussetzung, daß die Kraft, welche zwei geladene kleine Körper aufeinander ausüben, dem Quadrat ihrer Entfernung umgekehrt proportional ist. Die eben genannten Experimente bilden einen strengen Beweis für die Richtigkeit dieses Gesetzes.

17. Messung von Potentialdifferenzen. Die Meßinstrumente für Potentialdifferenzen, die sog. Elektrometer, beruhen durchweg auf dem Prinzip, daß innerhalb des Instruments mit Hilfe der zu messenden Potentialdifferenz ein elektrisches Feld erzeugt wird, in

welchem ein geladener leichter Körper eine Antriebskraft erfährt, welche ihn in meßbarer Weise verschiebt.

Das empfindlichste dieser Instrumente ist das Thomsonsche Quadrantelektrometer (Fig. 5). Der geladene, bewegliche Körper ist ein bifilar aufgehängtes Aluminiumblech mit lemniskatenförmiger Begrenzung. Ein an dieser „Nadel" befestigter, sehr feiner Platindraht taucht in ein Gefäß mit Schwefelsäure. Durch die leitende Säure hindurch kann man die Nadel hoch aufladen. Damit die Nadel nicht durch unvermeidliche Isolationsfehler ihre Ladung zu schnell verliert, bildet die Schwefelsäure die innere Belegung einer Leidener Flasche (siehe § 32). Die zu messende Potentialdifferenz wird an zwei kreuzweise verbundene Metallquadrantenpaare gelegt, welche eine Dose um die Nadel bilden. In dem so innerhalb der Quadranten erzeugten elektrischen Felde bewegt sich die Nadel, wenn sie + geladen ist, vom Quadranten höheren nach dem niederen Potentials. Ist V_1 das Potential des einen, V_2 das des anderen Quadrantenpaares, ferner N das Potential der beweglichen Nadel, so ist die ablenkende Kraft f der Differenz $V_1 - V_2$, sowie der Differenz zwischen N und dem Mittelwert von $V_1 - V_2$ proportional, d. h.



Fig. 5.

$$f = C\,(V_1 - V_2)\left(N - \frac{V_1 + V_2}{2}\right).$$

Wird die Nadel auf ein sehr hohes Potential N aufgeladen, so hoch, daß das mittlere Potential der Quadranten dagegen zu vernachlässigen ist, so ist die ablenkende Kraft gleich

$$f = C\,(V_1 - V_2)\,N$$

zu setzen. Sie ist also der Potentialdifferenz zwischen den Quadranten proportional. Ferner ist sie auch dem Nadelpotential proportional, also die Empfindlichkeit des Instruments durch ein hohes Aufladen der Nadel sehr groß zu machen.

Eine weitere viel angewendete Schaltung des Quadrantelektrometers ist die sog. idiostatische Schaltung. Es wird hierbei die Nadel mit dem einen Quadrantenpaar leitend verbunden. Ist z. B. $N = V_1$, so wird

$$f = \frac{C}{2}(V_1 - V_2)^2,$$

d. h. die ablenkende Kraft ist in dieser Schaltung dem Quadrat der Potentialdifferenz zwischen den Quadranten proportional.

Das Goldblattelektrometer besteht aus zwei an einem Metallstäbchen befestigten Goldschaumblättchen (oder Aluminiumblättchen). Dieselben befinden sich isoliert innerhalb eines metallischen Gehäuses. Die Punkte mit der zu messenden Potentialdifferenz werden leitend mit Gehäuse bezw. Blättchen verbunden. Jedes Blättchen bewegt sich dann in dem elektrischen Felde, welches das andere Blättchen um sich herum bis zum Gehäuse verbreitet, d. h. es tritt Divergenz der Blättchen ein. Fig. 6 zeigt das auf diesem Prinzip beruhende Exnersche Elektrometer. Das Kolbesche Elektrometer (Fig. 7) und das in der Technik benutzte Braunsche Elektrometer (Fig. 8) gründen sich auf dasselbe Prinzip. In ihnen ist nur ein bewegliches Blättchen bezw. leicht beweglicher Aluminiumhebel vorhanden, das zweite durch ein festes Metallstativ ersetzt. Sehr empfindlich ist das Bohnenbergersche Elektroskop, bestehend aus einem dünnen Metallblättchen, welches zwischen zwei isolierten kleinen Metallplatten hängt und mit Hilfe einer Hochspannungsbatterie oder einer Zambonischen Säule hoch aufgeladen wird. Die zu messende Potentialdiffe-



Fig. 6.

renz wird an die Metallplatten angelegt. In dem so zwischen letzteren entstehenden elektrischen Feld bewegt sich das Blättchen. Potentialdifferenzen von der Größenordnung eines Volt

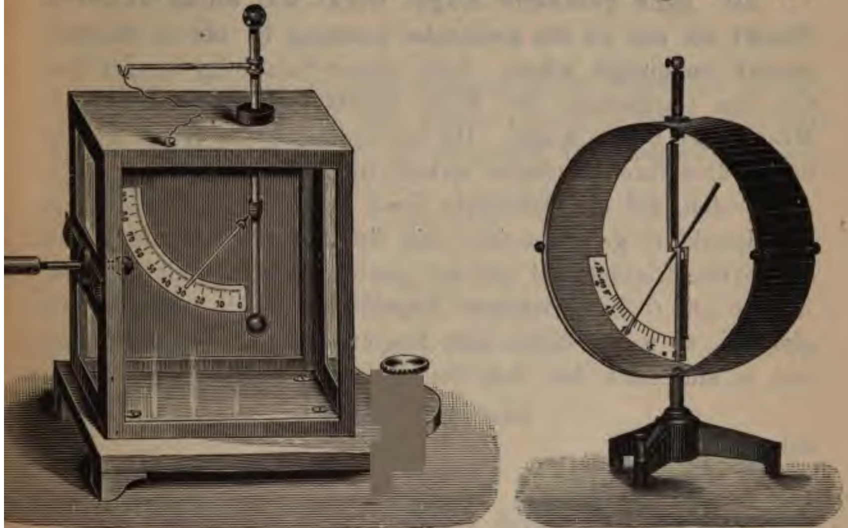


Fig. 7. Fig. 8.

sind so bequem nachzuweisen. Handelt es sich um empfindliche und genaue Messungen, so ist stets das Quadrantelektrometer zu benutzen. Letzterem kann man eine sehr große Empfindlichkeit (ca. $\frac{1}{1000}$ Volt) dadurch erteilen, daß man seine Nadel an einem feinen Quarzfaden aufhängt (Dolezalek). Die notwendige Leitfähigkeit erteilt man dem Faden durch einmaliges Eintauchen in eine Chlorkalziumlösung.

18. Das Potential der Erde wird gleich Null gesetzt. Das Potential Null besteht unserer Definition nach im Unendlichen. Da der Erdboden ein hinreichend guter Leiter ist, der auch selbst im Verhältnis zu ausgedehnten elektrischen Feldern noch bis ins Unendliche reicht, so können wir bezüglich solcher elektrischer Vorgänge, welche wir messend verfolgen, das Potential der Erde gleich Null setzen. Dies gilt aber nicht mehr, sobald universelle elektrische Felder in Betracht zu ziehen sind. Daß wir das Potential der Erde gleich Null setzen, ist also eine willkürliche Festsetzung, welche nur für unsere Laboratoriummessung gültig ist, die uns aber erst gestattet, das Potential eines Körpers

zu messen, da unsere Meßinstrumente nur die Bestimmung von Potentialdifferenzen gestatten.

19. Eine geladene Kugel wirkt auf einen äußeren Punkt so, als ob die gesamte Ladung in ihrem Mittelpunkt vereinigt wäre. Auch dieser Satz folgt unmittelbar aus dem Gaußschen. Sei P ein Punkt in Entfernung r vom Mittelpunkt O der Kugel. Da die Ladung e der Kugel gleichmäßig über ihre Oberfläche verteilt ist, so folgt aus Symmetrierücksichten, daß die elektrische Kraft in jedem Punkt nach dem Mittelpunkt O gerichtet ist. Die Größe der Kraft muß auch aus Symmetrierücksicht auf der ganzen durch P mit dem Radius r um O beschriebenen Kugelfläche gleich sein. Ist sie gleich $\mathfrak{E}$, so gehen durch diese Kugelfläche $4\pi r^2 \cdot \mathfrak{E}$ Kraftlinien und es muß nach dem Satz von Gauß

$$4\pi r^2 \cdot \mathfrak{E} = 4\pi \cdot e,$$

daher

$$\mathfrak{E} = \frac{e}{r^2}$$

sein. Die elektrische Kraft ist also so groß, als ob die Ladung e sich im Mittelpunkt der Kugel befände. Im Inneren der geladenen Kugel ist nach § 15 die elektrische Kraft Null.

20. Das Potential in einem Punkte, welcher sich in einer Entfernung r vom Mittelpunkt einer mit $+e$ geladenen Kugel befindet, ist $V = \frac{e}{r}$. Die Kraft $\mathfrak{E}$, welche auf die in dem Punkte befindliche Elektrizitätsmenge 1 ausgeübt wird, ist $\mathfrak{E} = \frac{e}{r^2}$.

In einem Punkte, welcher sich im Abstand $r_1 = r + \delta$ befindet, also um die kleine Strecke δ weiter entfernt ist, ist die Kraft $\mathfrak{E}' = \frac{e}{(r+\delta)^2} = \frac{e}{r_1^{\,2}}$.

Zwischen beiden Punkten herrscht daher die mittlere elektrische Feldstärke

$$\overline{\mathfrak{E}} = \frac{\mathfrak{E} + \mathfrak{E}'}{2} = \frac{e}{2}\left[\frac{1}{r^2} + \frac{1}{r_1^{\,2}}\right] = \frac{e}{2}\left[\frac{r^2 + (r+\delta)^2}{r^2 r_1^{\,2}}\right] = \frac{e}{2} \cdot \frac{2r^2 + 2r\delta + \delta^2}{r^2 r_1^{\,2}}.$$

Ist der Abstand δ der Punkte klein, so ist δ^2 zu vernachlässigen, und es wird:

$$\overline{\mathfrak{E}} = e \cdot \frac{r^2 + r\delta}{r^2 r_1^{\,2}} = e\,\frac{r r_1}{r^2 r_1^{\,2}} = \frac{e}{r r_1}.$$

Um die positive Einheit der Elektrizitätsmenge von dem etwas entfernteren Punkt nach dem anderen zu bringen, ist daher die Arbeit nötig:

$$\mathfrak{A} = \overline{\mathfrak{E}} \cdot (r_1 - r) = e \cdot \frac{r_1 - r}{r r_1} = e\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_1}\right).$$

Diese Betrachtung kann man sukzessive weiter auf den entfernteren und einen um eine weitere Strecke δ entfernten Punkt anwenden und erhält für die einzelnen Arbeitsaufwände lauter gleichlautende Ausdrücke:

$$\mathfrak{A}_{r, r_1} = e\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_1}\right),$$

$$\mathfrak{A}_{r_1, r_2} = e\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right),$$

$$\mathfrak{A}_{r_2, r_3} = e\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3}\right),$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$\mathfrak{A}_{r_n, R} = e\left(\frac{1}{r_n} - \frac{1}{R}\right).$$

Die Summe aller dieser Arbeitselemente ergibt dann die Arbeit, welche aufzuwenden ist, um die Elektrizitätsmenge $+1$ aus der Entfernung R nach der Entfernung r zu schaffen, eine Arbeit, welche andererseits numerisch gleich der Potentialdifferenz zwischen diesen Punkten ist:

$$V_r - V_R = \frac{e}{r} - \frac{e}{R}.$$

Für $R = \infty$ ergibt sich daraus das Potential in dem Punkte, welcher die Entfernung r vom Mittelpunkt der geladenen Kugel besitzt:

$$V_r = \frac{e}{r}.$$

Hat die Kugel den Radius R, und befindet sich der Punkt auf der Oberfläche derselben, so erhält man das Potential, welches eine Kugel annimmt, wenn sie mit der Elektrizitätsmenge e geladen wird, zu

$$V = \frac{e}{R}.$$

21. Die elektrostatische Einheit des Potentials besitzt ein Leiter dann, wenn die Arbeit 1 Erg nötig ist, um die

Elektrizitätsmenge + 1 aus dem Unendlichen auf den Leiter zu schaffen.

Dabei ist die ideale Voraussetzung gemacht, daß die Hinzufügung der Einheit das bestehende Potential nicht oder, genauer, nur in vernachlässigbarer Weise beeinflußt. Ist diese Voraussetzung nicht erfüllt, so muß man definieren: Einheit des Potentials besitzt ein Leiter, wenn die Arbeit $\frac{1}{n}$ Erg nötig ist, um die Elektrizitätsmenge $\frac{1}{n}$ aus dem Unendlichen auf den Leiter zu schaffen. Hier kann man n so groß machen, daß die Potentialänderung zu vernachlässigen ist.

Da die abstoßende Kraft, welche ein Elektrizitätsteilchen in der Nähe eines geladenen Leiters erfährt, der Ladung e des Leiters proportional ist, so ist es auch die Arbeit, welche zu ihrer Überwindung aufzuwenden ist, mithin auch das Potential V des Leiters. Dasselbe gilt natürlich auch umgekehrt: Es ist die Ladung eines Leiters stets proportional seinem Potential, d. h. es ist $e = C \cdot V$, wo C eine Konstante ist.

Die im vorigen Paragraphen abgeleitete Formel für das Potential einer Kugel zeigt, daß eine Kugel vom Radius 1 cm dann das Potential 1 besitzt, wenn sich auf ihr die Elektrizitätsmenge 1 befindet.

22. Die elektrostatische Kapazität eines Leiters. Eine Kugel mit dem Radius $r = 1$ wird nach § 21 durch die Einheit der Elektrizitätsmenge auf das Potential 1 geladen. Ist ihr Radius größer, so verkleinert sich das Potential in demselben Verhältnis, ähnlich wie die Höhe, bis zu welcher ein zylindrisches Gefäß durch eine bestimmte Wassermenge aufgefüllt wird, um so kleiner wird, je weiter das Gefäß, d. h. je größer sein Fassungsvermögen, seine Kapazität ist. Wie man den Querschnitt, welcher für das Fassungsvermögen maßgebend ist, messen kann durch das Flüssigkeitsvolumen, welches nötig ist, um das Gefäß bis zur Höhe 1 cm zu füllen, so mißt man die elektrische Kapazität C eines Leiters als die Elektrizitätsmenge, welche ihn auf die Einheit des Potentials ladet.

Um einen Leiter auf das Potential V aufzuladen, ist daher eine V mal so große Ladung erforderlich; bezeichnen wir sie mit e, so ist:

$$e = CV,$$

und wir sehen, daß die Konstante in der Formel des vorigen Paragraphen die elektrostatische Kapazität des Leiters ist. Für dieselbe gilt also die Definition:

$$\text{Kapazität} = \frac{\text{Elektrizitätsmenge}}{\text{Potential}}.$$

23. Die elektrostatische Kapazität einer Kugel ist gleich ihrem Radius. In § 20 war abgeleitet, daß die Elektrizitätsmenge e eine Kugel vom Radius R auf das Potential $V = \frac{e}{R}$ aufladet.

Die elektrostatische Kapazität ist also

$$C = \frac{e}{V} = \frac{e}{e/R} = R.$$

Es zeigt sich hier, daß, wie man auch durch Einsetzen der Dimensionsgrößen in die Definition der Kapazität im vorigen Paragraphen ersehen kann, die Dimension der elektrostatischen Kapazität eine Länge, also in Zentimetern zu messen ist. Eine Kugel mit $R = 1$ cm, hat die elektrostatische Kapazität 1 cm. Es ist $[C] = l$.

24. Die Verteilung statischer Elektrizität auf Leitern. Wirkung von Spitzen. Zunächst haben wir bereits gesehen, daß die Elektrizität nur auf der Oberfläche der Leiter ihren Sitz hat.

Gleichförmig verteilt ist aus Symmetrierücksichten die Elektrizität nur auf der Oberfläche einer allein im Raume befindlichen Kugel, einer unendlichen Ebene und eines unendlich langen Zylinders. Auf diesen Gebilden ist sie so verteilt, daß auf jedem Quadratzentimeter die gleiche Elektrizitätsmenge sich befindet, daß, wie man sagt, die elektrische Flächendichte (= Elektrizitätsmenge pro Flächeneinheit) überall die gleiche ist.

In allen anderen Fällen, d. h. bei anderer geometrischer Gestalt des geladenen Leiters oder bei Anwesenheit anderer Leiter oder Isolatoren ist die Verteilung eine ungleichförmige.

Den Einfluß der Form des Leiters auf die Verteilung kann man allgemein dahin charakterisieren, daß die Oberflächendichte an einer Stelle des Leiters um so größer ist, je stärker der Leiter an dieser Stelle gekrümmt ist. Man kann sich dies leicht an dem Fall der Verteilung auf zwei Kugeln von verschiedenem Krümmungsradius klarmachen, welche durch einen feinen Draht miteinander verbunden sind, der den elektrischen Ausgleich gestattet, dessen Anwesenheit für die Verteilung aber nicht in Betracht kommt.

Nach § 13 fließt Elektrizität so lange von der einen Kugel (Radius r_1) auf die andere (Radius r_2), bis beide das gleiche Potential haben. Dann sind die Elektrizitätsmengen auf den Kugeln beziehungsweise

$$e_1 = C_1 V = r_1 V$$

$$e_2 = C_2 V = r_2 V,$$

d. h. es hat sich die Elektrizität im Verhältnis der Kapazitäten, mithin der Radien verteilt. Da aber die Oberflächen der Kugeln gleich $4\pi r_1^2$ bezw. $4\pi r_2^2$ sind, so folgt für das Verhältnis der elektrischen Flächendichten auf beiden Kugeln:

$$\sigma_1 : \sigma_2 = \frac{e_1}{4\pi r_1^2} : \frac{e_2}{4\pi r_2^2} = \frac{V}{4\pi r_1} : \frac{V}{4\pi r_2} = r_2 : r_1,$$

d. h. die Flächendichten verhalten sich umgekehrt wie die Kugelradien.

Ladet man zwei Kugeln, eine mit großem Radius, also geringer Krümmung, die andere mit kleinem Radius, also starker Krümmung, auf ein und dasselbe Potential, so ist die Elektrizitätsmenge auf der kleinen Kugel zwar im Verhältnis der Radien kleiner, die Oberflächendichte aber in gleichem Verhältnis größer.

Macht man die kleine Kugel unendlich klein, so ist die Flächendichte auf ihr unendlich groß. Dasselbe gilt von einer feinen, an einem geladenen Leiter angebrachten Spitze.

Dieser Fall unendlich großer Flächendichte tritt in Wirklichkeit nie ein, weil oberhalb einer gewissen Flächendichte Ausströmen der Elektrizität in die umgebende Luft stattfindet. Diese Erscheinung ist unter dem Namen der Spitzenentladung bekannt. Sie ist an einer späteren Stelle näher besprochen. Höchst wahrscheinlich ist direkte Ursache der Spitzenausströmung

nicht, daß die Flächendichte, sondern daß die mit der Flächendichte Hand in Hand gehende elektrische Feldstärke in unmittelbarer Umgebung der Spitze (s. nächsten Paragraphen) einen bestimmten Wert annimmt, welchem die Luft nicht standzuhalten vermag.

25. Beziehung zwischen der Flächendichte und der Feldstärke an der Leiteroberfläche. Ein beliebig gestalteter Konduktor C sei geladen. Wir greifen aus seiner Oberfläche an einer Stelle, wo die Flächendichte σ ist, ein Stückchen der Größe S heraus und denken uns darüber (Fig. 9) einen kurzen Zylinder konstruiert, dessen Achse senkrecht auf der Leiteroberfläche ist. Aus dem Zylindermantel treten keine Kraftlinien aus, da dieselben die Leiteroberfläche, welche eine Niveaufläche ist, senkrecht verlassen, dem Mantel also parallel verlaufen. Ebenso treten aus der innerhalb des Konduktors liegenden Grundfläche keine Kraftlinien aus, da ja dort die elektrische Kraft Null ist. Kraftlinien treten also nur an der äußeren Grundfläche des Zylinders senkrecht zu ihr aus, und zwar, wenn $\mathfrak{E}$ die elektrische Kraft an der betrachteten Stelle ist, an Zahl $\mathfrak{E}S$. Die Elektrizitätsmenge, welche in dem kleinen Zylinder sich befindet, ist $e = \sigma S$. Der Gaußsche Satz, auf den Zylinder angewendet, ergibt daher die Beziehung:

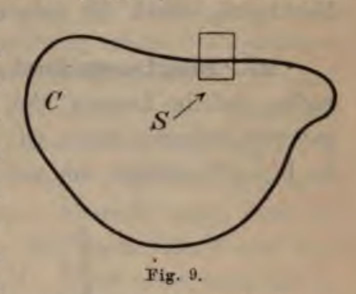


Fig. 9.

$$\mathfrak{E}S = 4\pi\sigma S$$

oder

$$\mathfrak{E} = 4\pi\sigma.$$

Im Inneren des Konduktors ist die elektrische Kraft Null. Sie springt also bei dem Durchgang durch die Leiteroberfläche um $4\pi\sigma$.

26. Elektrische Kraft an einer gleichmäßig geladenen unendlichen Ebene. Aus Symmetrierücksichten folgt, daß die elektrische Kraft $\mathfrak{E}$ überall senkrecht zur Ebene gerichtet und daher unabhängig von der Entfernung von der Ebene ist. Konstruiert man einen mit seiner Achse senkrecht zur Ebene stehenden Zylinder über einem Flächenelement S der mit der Dichte σ geladenen Ebene, so ist in dem Zylinder die Elektri-

zitätsmenge σS enthalten. Kraftlinien treten nur aus den beiden Grundflächen aus, und zwar im ganzen nach dem Gaußschen Satz:

$$2\mathfrak{E}S = 4\pi\sigma S.$$

Die Größe der elektrischen Kraft in der Umgebung der Ebene ist daher auf beiden Seiten derselben:

$$\mathfrak{E} = 2\pi\sigma.$$

Da sie auf den beiden Seiten entgegengesetzt gerichtet ist, so hat sie auf der einen Seite den positiven Wert $2\pi\sigma$, auf der anderen Seite den negativen $-2\pi\sigma$, springt daher bei dem Durchgang durch die geladene Fläche um $4\pi\sigma$.

27. Elektrostatische Influenz. Eine Folge der Tatsache, daß in Leitern sich kein elektrisches Feld im Gleichgewicht befinden kann, ist die Erscheinung der sog. Influenz. In Fig. 10 erzeuge die mit $+e$ geladene Kugel ein radial gerichtetes elektrisches Feld um sich. Wir nähern der Kugel jetzt von oben einen ungeladenen, isolierten Leiter gestreckter Form. Unter dem Einfluß des vorher an seiner Stelle befindlichen elektrischen Feldes findet ein Strömen der Elektrizität in ihm statt, bis das elektrische Feld in ihm vernichtet ist und der gesamte Leiter sich auf dem gleichen Potential befindet. Dies Potential wird einen gewissen mittleren Wert der vorher an der Stelle des Leiters vorhandenen Potentialwerte besitzen, es wird oben höher, unten niedriger als das Potential der nächsten Umgebung sein. Oben werden daher Kraftlinien vom Leiter in die Umgebung, unten solche aus der Umgebung nach der Leiteroberfläche verlaufen, d. h. es wird oben der Leiter positiv, unten negativ elektrisch geladen sein. Wird jetzt der gestreckte Leiter

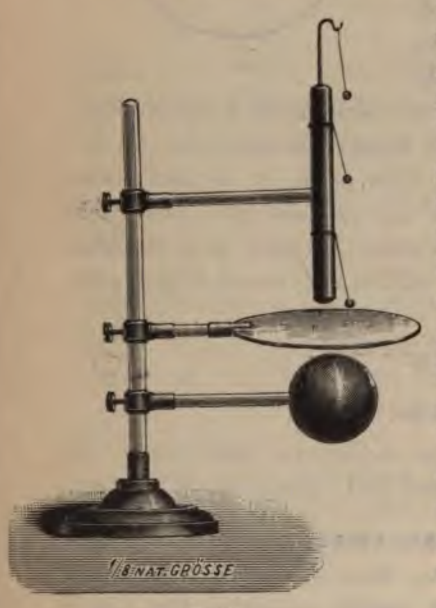


Fig. 10.

an einer Stelle mit dem Finger oder einem erdabgeleiteten Draht berührt, so ist dies dasselbe, als ob er bis ins Unendliche verlängert würde. Der Leiter nimmt durch die leitende Erdverbindung das Potential Null an. Dadurch ist sein Potential jetzt überall, oben sowohl wie unten, niedriger als das der Umgebung geworden, und zwar unten, in größerem Betrage als oben. Er erscheint daher in seiner ganzen Längsausdehnung negativ geladen, unten stärker, oben je nach seiner Länge viel oder wenig schwächer. Ein angehängtes Seidenpapierblättchen divergiert unten stark, oben um so schwächer, je länger der Leiter ist. Ist der Leiter sehr lang, so ist auf ihm und auch in der Umgebung seines der geladenen Kugel abgewendeten Endes das Potential Null; ein dort angebrachtes Blättchen divergiert dann gar nicht. Der gestreckte Leiter ist in diesem Fall also in seinem oberen Teil ungeladen, im übrigen Teil negativ geladen mit einer nach der geladenen Kugel hin wachsenden Flächendichte. Entfernt man jetzt die Erdleitung, so ändert dieses nichts, der Leiter bleibt auf dem einmal angenommenen Potential Null. Wird aber dann die + geladene Kugel entfernt oder zur Erde abgeleitet, so nimmt das Potential des gestreckten Leiters negativen Wert an, weil negative Ladung auf ihm sich befindet. Wird die + geladene Kugel entladen, während der gestreckte Leiter geerdet ist, so bleibt das Potential des letzteren Null, dafür fließt seine negative Influenzelektrizität zur Erde ab.

Anstatt der Seidenpapierblättchen, welche einen Unterschied im Potential des Leiters und der Umgebung anzeigen, kann man zur Untersuchung des elektrischen Zustandes des influenzierten Leiters auch ein an isolierendem Griff befestigtes Metallscheibchen oder -kügelchen nehmen. Man bringt das Probescheibchen mit der zu untersuchenden Stelle in Berührung; es verhält sich dann natürlich wie ein Stück des influenzierten Leiters selbst. Nach Abheben kann man seine Ladung an einem Goldblattelektroskop untersuchen. Man kann auf diese Weise leicht die oben besprochene Erscheinung zeigen, daß ein geerdeter Leiter im Felde eines geladenen Leiters an allen Stellen geladen ist, wo von letzterem ausgehende Kraftlinien hingelangen, und zwar mit entgegengesetztem Vorzeichen wie der felderzeugende Leiter.

Tropfelektroden. Um das Potential an einem Punkte eines elektrischen Feldes zu ermitteln, bedient man sich mit Vorteil in Verbindung mit einem Elektrometer sogenannter Tropfelektroden, deren Wirkungsweise im Anschluß an die letzte Betrachtung leicht verständlich ist. Verbindet man mit dem Knopf eines z. B. Braunschen Elektrometers, dessen Gehäuse geerdet ist, einen dünnen Draht, dessen freies Ende an die Stelle eines elektrischen Feldes gebracht wird, deren Potential bestimmt werden soll, so wird das Leitersystem „Draht-Elektrometer“, welches vor der Einführung des Drahtes in das Feld auf dem Potential Null gewesen sein möge, influenziert werden und einen Potentialwert annehmen, der zwischen Null und dem zu messenden Potential liegt, und der um so näher an Null bleibt, je länger der Draht aus dem Feld herausragt und je größer seine und des Elektrometers Kapazität ist. Zwischen dem freien Ende des Drahtes und der Umgebung ist also eine Potentialdifferenz, und das Drahtende ist daher mit Influenzelektrizität geladen, negativ, wenn das Potential an der Stelle des Feldes größer als Null ist. Läßt man jetzt von der Drahtspitze dauernd Wassertropfen abfallen, so nehmen diese negative Ladung mit sich fort, so lange, bis an der Drahtspitze keine Ladung mehr sich befindet, d. h. bis zwischen Drahtspitze und Umgebung keine Kraftlinien verlaufen, d. h. der Draht und das Elektrometer das Potential der Stelle des Feldes, wo die Spitze sich befindet, angenommen haben. Die fallenden Wassertropfen können auch durch Anbringung einer kleinen Portion radioaktiver Substanz oder einer kleinen Flamme an der Spitze des Drahtes ersetzt werden. Letzteres geschieht vorzugsweise bei luftelektrischen Untersuchungen. Beide Mittel erzeugen in der Umgebung der Spitze Leitfähigkeit des Gases, wodurch auch eine zwischen der Spitze und der Umgebung bestehende Potentialdifferenz ausgeglichen wird, wie durch die Wassertropfen.

28. Anwendung der Influenz zur Gewinnung größerer Elektrizitätsmengen. Wir haben im vorigen Paragraphen gesehen, daß man mit Benutzung der Influenzerscheinung Leiter laden kann. Nähert man eine geriebene Siegellackstange dem Knopf eines Goldblattelektroskops, so fließt infolge der Influenz

negative Elektrizität in die Blättchen. Diese divergieren, fallen aber wieder zusammen, sobald man den Knopf ableitend berührt, weil dadurch Blättchen und Gehäuse auf das gleiche Potential Null gebracht werden. Sie bleiben in dieser Lage auch bei Entfernung des Fingers, divergieren dagegen mit + Elektrizität, wenn die Siegellackstange entfernt wird. So kann man das Elektroskop fortdauernd laden, ohne daß darum der Siegellackstange ihr elektrischer Zustand genommen wird. Diese Art der Gewinnung von Ladungen wird in den folgenden drei Apparaten verwertet.

29. Der Elektrophor. Der Elektrophor (Fig. 11) besteht aus einer Platte eines durch Reibung zu elektrisierenden Isolators (z. B. Hartgummi) und einem mit isolierendem Handgriff versehenen Metalldeckel. Dieser wird durch Aufsetzen auf die elektrische Ebonitscheibe influenziert; man entfernt die — Elektrizität durch Ableitung; bei dem nunmehrigen Abheben ist der Deckel positiv elektrisch. Dieser Vorgang kann beliebig oft wiederholt werden, ohne daß sich deswegen der elektrische Zustand der Ebonitplatte ändert. Allmähliche Ladungsverluste der Ebonitplatte werden verkleinert, wenn man sie in eine metallische Form legt.

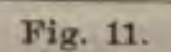


Fig. 11.

Die Ladung des Deckels kann man dazu verwerten, Bewegung von Massen hervorzurufen. Sie repräsentiert also einen Energievorrat. Da aber der Zustand der Ebonitplatte der gleiche bleibt, so folgt daraus, daß bei der Ladung des Deckels ihm in irgendeiner Weise eine der in ihm aufgespeicherten elektrischen Energie äquivalente Energiemenge zugeführt werden muß. Diese äquivalente Energiemenge ist die Differenz der mechanischen Arbeiten, welche man beim Abheben des + elektrischen Deckels leistet und beim Wiederaufsetzen des erdabgeleiteten Deckels wiedergewinnt. Erstere Arbeit ist wegen der zu überwindenden größeren Anziehungskraft auf den + geladenen Deckel größer.

30. Die Elektrisiermaschine. Bei der Elektrisiermaschine (Fig. 12) wird durch passend angebrachte Reibzeuge (mit Zink-Zinn-Amalgam bestrichene Lederkissen) eine rotierende Glasscheibe positiv elektrisiert. Der „Konduktor“ der Maschine ist mit einem Ring verbunden, welcher der Scheibe eine Anzahl feiner Spitzen zuwendet. Durch diese Spitzen strömt die ne-



Fig. 12.

gative Influenzelektrizität nach der Scheibe aus, deren positive Elektrizität neutralisierend; die positive Influenzelektrizität strömt nach dem Konduktor.

Eine weit ergiebigere Quelle von Elektrizität ist

31. Die Influenzmaschine. (Fig. 13.) Die Holtzsche Influenzmaschine besteht aus einer rotierenden und einer feststehenden Glasscheibe. Letztere ist an diametralen Stellen mit zwei Papierbelegungen versehen, welche in kleinen Kartonspitzen endigen, die in zwei gegenüberliegende Ausschnitte der

festen Scheibe hineinragen. Den Belegungen gegenüber, auf der anderen Seite der rotierenden Platte, stehen Spitzenkämme, welche mit den zwei „Konduktoren" der Influenzmaschine verbunden sind. Um die Maschine in Tätigkeit zu setzen, schiebt man die Konduktoren zusammen, ladet die eine Papierbelegung etwa negativ durch Berühren mit einer geriebenen Siegellackstange auf und dreht die Scheibe so, daß sie sich von den Kartonspitzen nach den Belegungen zu bewegt. Die negative Ladung influenziert den gegenüberliegenden Spitzenkamm, nega-

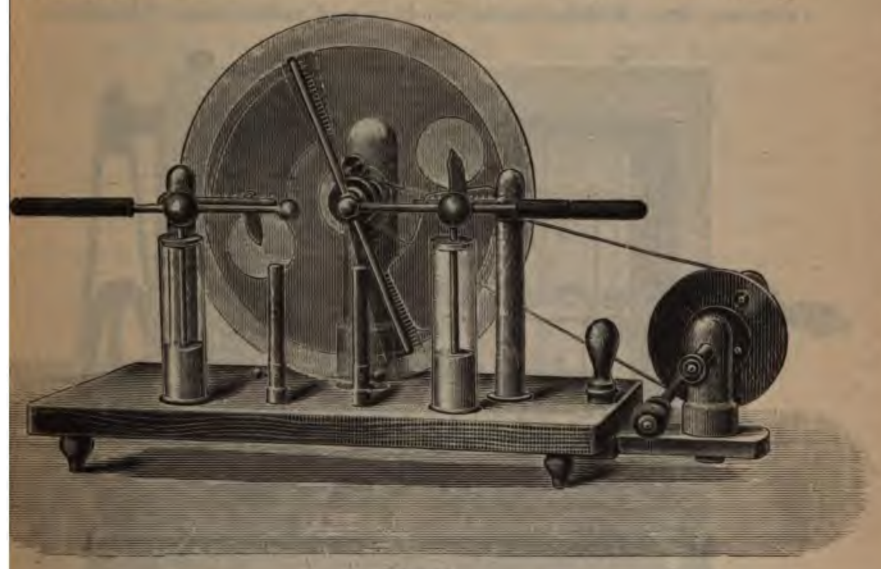


Fig. 13.

tive Elektrizität fließt in den zugehörigen Konduktor, positive strömt aus den Spitzen auf die gedrehte Scheibe, wird von ihr mit fortgeführt und an dem gegenüberliegenden Ausschnitt der festen Scheibe von der Kartonspitze aufgesaugt. Von der zugehörigen Belegung aus, welche sich so positiv ladet, geht dieselbe Wirkung im entgegengesetzten Sinne aus; in den Konduktor fließt positive Elektrizität und kompensiert die negative des ihn berührenden anderen Konduktors. Aus dem Saugkamm strömt negative Elektrizität, welche von der rotierenden Scheibe nach der ersten negativ geladenen Belegung transportiert wird und deren ursprüngliche Ladung verstärkt. So laden sich die

rotierende Scheibe sowie die Belegungen der festen Scheibe immer weiter auf bis zu einer Grenze, welche durch das Isolationsvermögen der Scheiben gegeben ist. Durch die Leitungen zu den Konduktoren fließt ein kontinuierlicher elektrischer Strom. Werden die Konduktoren auseinandergezogen, so nimmt die geschilderte Wirkung etwas ab, weil aus dem Spitzenkamm nur so lange kontinuierliches Ausströmen der einen Elektrizität stattfindet, als dem zugehörigen Konduktor die Elektrizität des anderen Vorzeichens entzogen wird. Dies ist der Fall, solange zwischen den Konduktoren noch ein Funkenstrom übergeht.

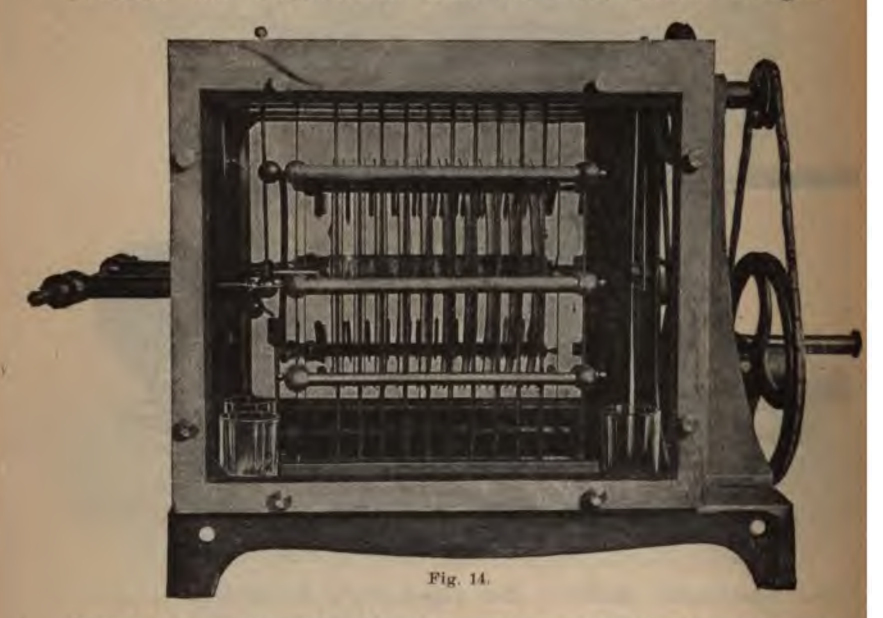


Fig. 14.

Entfernt man dieselben aber zu weit voneinander, so hört die Maschine zu wirken auf.

Läuft die Maschine leer, d. h. ohne Elektrizität zu liefern, so ist zu ihrer Treibung nur Arbeit gegen die Reibung in den Achsenlagern zu leisten. Sobald die Maschine aber Elektrizität produziert, hat man bei ihrer Drehung einen erheblich größeren Widerstand zu überwinden. Die dabei geleistete Arbeit ist es, auf deren Kosten die elektrische Energie erzeugt wird.

Fig. 14 zeigt eine eingebaute Influenzmaschine mit zwanzig rotierenden Scheiben von O. Leuner in Dresden.

32. Der elektrische Kondensator. Im § 27 haben wir nur die elektrischen Vorgänge auf dem influenzierten Leiter betrachtet, ohne auf deren Rückwirkung auf den influenzierenden Leiter Rücksicht zu nehmen. Eine solche Rückwirkung ist aber vorhanden und besteht zunächst darin, daß die Verteilung geändert wird.

Der Kraftlinienverlauf gibt auch hiervon ein anschauliches Bild. Es befinde sich eine mit $+e$ geladene Kugel allein im Raum, so gehen $4\pi e$ Kraftlinien von ihr aus und verlaufen ins Unendliche. Wir umgeben jetzt die geladene Kugel mit einer größeren zur Erde abgeleiteten. Dann kann außerhalb dieser Kugel kein elektrisches Feld existieren, weil keine Stellen von höherem Potential als Null sich dort befinden. Alle $4\pi e$ Kraftlinien enden frei auf der Innenseite der größeren Kugel; dieselbe erscheint daher auf der Innenseite mit $-e$ geladen. Eine beliebige, beide Kugeln umschließende geschlossene Fläche wird von keinen Kraftlinien durchsetzt, die Summe aller Ladungen in ihr ist daher gleich Null. Die äußere Kugel bildet einen vollkommenen elektrostatischen Schutz für äußere Punkte. Anstatt der umhüllenden Kugel nähern wir jetzt der geladenen Kugel mehrere zur Erde abgeleitete Konduktoren in verschiedenem Abstand. (Fig. 15.) Nach dem am nächsten gelegenen Leiter A ist dann von der Kugel aus das Potentialgefälle am größten, nach dem Leiter B hin weniger groß;

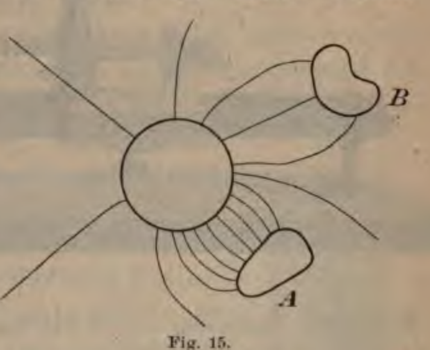


Fig. 15.

dasselbe gilt von der Feldstärke und nach der Definition der Kraftlinien auch von der Kraftliniendichte. Die Kraftlinien verlaufen am dichtesten von der Kugel nach A, weniger dicht nach B, noch weniger in die weitere Umgebung. Sie enden auf den Konduktoren A und B frei, auf denselben ist daher freie negative Ladung. Aus dem ungleichförmigen Verlauf der Kraftlinien folgt, daß die Oberflächendichte der freien Elektrizität auf der geladenen Kugel über dieselbe jetzt ungleichmäßig verteilt ist;

denn jedem freien Ende von Kraftlinien entspricht ja nach dem Gaußschen Satz eine gewisse Ladung. Je mehr man A der Kugel nähert, desto mehr wird das Feld auf den Zwischenraum zwischen Kugel und Konduktor A beschränkt und desto mehr zieht sich die Ladung der Kugel auf die dem Konduktor A gegenüberliegende Seite der Kugel. So kommt es, daß die Ladung einer Metallplatte, welcher man eine andere geerdete Platte gegenüberstellt, fast ausschließlich auf der der letzteren zugewendeten Seite sich befindet und das elektrische Feld fast nur im Zwischenraum zwischen den beiden Platten besteht.

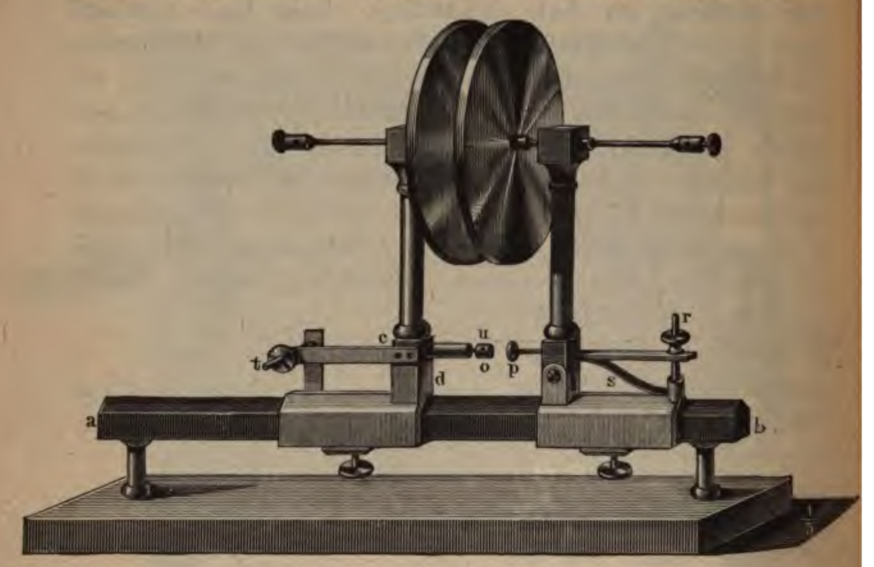
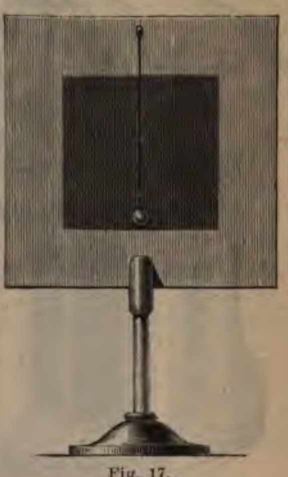


Fig. 16.

Mit dieser Änderung der Verteilung verbunden ist eine Potentialerniedrigung des geladenen Leiters. Dies ist ganz ohne weiteres verständlich. Sei z. B. der Leiter eine Platte, welche auf das Potential V geladen ist. Es ist dann also V die Arbeit, welche zu leisten ist, um einen elektrischen Einheitspol aus dem Unendlichen auf die Platte zu schaffen. Erfolgt dies z. B. von der linken Seite her, so geschieht es gegen die Kraft, welche der Einheitspol in dem Felde links von der Platte erfährt. Wird der Platte jetzt von rechts her eine erdabgeleitete Platte genähert, so schwächen wir ja nach dem vorigen das

Feld links von der Platte bedeutend. Die zu leistende Arbeit, mithin das Potential, muß daher kleiner werden, und zwar um so mehr, je näher wir die erdabgeleitete Platte an die geladene bringen. Man kann dies auch so auffassen, als ob die auf den Einheitspol wirkende abstoßende Kraft der Plattenladung durch die anziehende Kraft der auf der Erdplatte influenzierten entgegengesetzten Ladung zum Teil kompensiert wird. Durch die Annäherung einer zur Erde abgeleiteten Metallplatte wird also das Potential einer anderen geladenen Platte erniedrigt. Um dieselbe auf das ursprüngliche Potential zu bringen, muß man ihr mehr Elektrizität zuführen, ihre Kapazität ist also vergrößert worden.


Fig. 17.

Ist die genäherte Platte nicht geerdet, so ist, wenn die Platte dünn ist, ihr Einfluß auf die geladene Platte ein nur geringer, da die Influenzelektrizitäten nicht weit getrennt sind, sondern eine nach außen unwirksame Doppelschicht bilden.

Eine Vorrichtung (Fig. 16), bestehend aus zwei einander gegenüberstehenden Leiterflächen, heißt ein Kondensator und wird dazu benutzt, Elektrizität in größeren Mengen anzuhäufen. Die isolierte Platte wird Kollektor-, die geerdete Kondensatorplatte genannt. Besondere Formen des Kondensators sind die Franklinsche Tafel (Fig. 17) und die Leidener Flasche (Fig. 18), mit Stanniolbelegungen versehene Glasplatte bezw. Glasflasche.


Fig. 18

33. Zusammenschaltung von Leidener Flaschen zu einer Batterie. Die Kapazität einer Leidener Flasche ist der Größe der Belegungen natürlich proportional. Anstatt einer großen Flasche kann man auch eine

Batterie parallel geschalteter Flaschen verwenden, bei welcher also alle inneren und alle äußeren Belegungen untereinander verbunden sind. (Fig. 19.) Sind n Flaschen vorhanden, so ist die Kapazität einer solchen Batterie n-mal so groß als die Kapazität einer Flasche.



Fig. 19.

Eine zweite Art von Schaltung, bei welcher der umgekehrte Zweck, nämlich die Verkleinerung der Kapazität auf den n-ten Teil erreicht wird, ist die Serien-, Reihen- oder Kaskadenschaltung. (Fig. 20.) Hier ist immer eine äußere mit der inneren Belegung der nächsten Flasche verbunden.

Wir wollen zunächst die Kapazität einer aus zwei in Serie geschalteten Kondensatoren ungleicher Größe bestehenden Batterie berechnen. C_1, C_2 seien die Kapazitäten der beiden mit je einer Belegung verbundenen Kondensatoren. Es befinde sich die freie Belegung des einen Kondensators 1 auf dem Potential Null, d. h. sie sei zur Erde abgeleitet. (Fig. 21.) Führt man der freien Be-

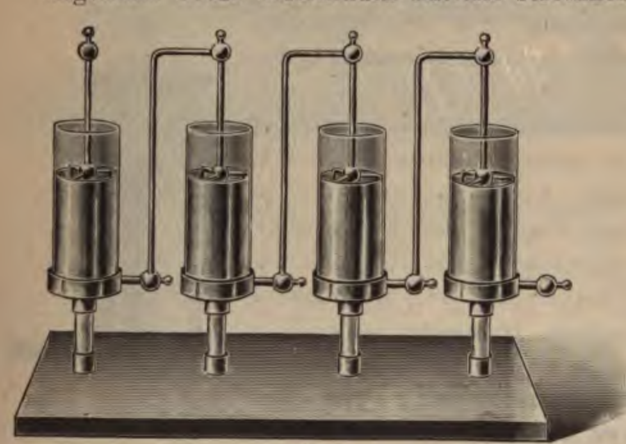


Fig. 20.

legung von 2 die Elektrizitätsmenge $+e$ zu, so fließt eine ihr gleiche Menge $+e$ in den Kondensator 1 und ladet die mit 2 verbundene Belegung auf das seiner Kapazität C_1 entsprechende Potential $V_1 = \frac{e}{C_1}$. Dasselbe Potential besitzt die damit verbundene Belegung des Kondensators 2. Die freie Belegung von 2 muß aber gegen diese wiederum eine der Kapazität von 2 und der in 2 befindlichen Elektrizitätsmenge e entsprechende Potentialdifferenz besitzen, welche gegeben ist durch $V_2 = \frac{e}{C_2}$.

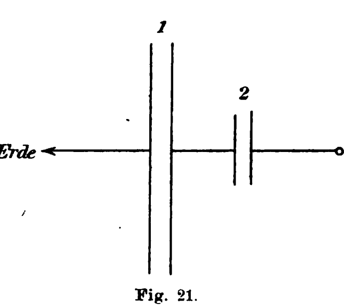


Fig. 21.

Die Gesamtpotentialdifferenz, die die freie Belegung von 2 gegen die Erde besitzt, ist daher

$$V = V_2 + V_1 = \frac{e}{C_1} + \frac{e}{C_2}.$$

Um sie zu erzeugen, bedurfte es der Zufuhr der Elektrizitätsmenge e, daher ist die Kapazität des Kondensatorsystems:

$$C = \frac{e}{V} = \frac{e}{\frac{e}{C_1} + \frac{e}{C_2}};$$

woraus folgt:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}.$$

Dieser Satz läßt sich ebenso für beliebig viele in Reihe geschalteter Kondensatoren beweisen, so daß allgemein gilt:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots$$

oder in Worten:

Die reziproke Kapazität eines Systems in Reihe geschalteter Kondensatoren ist gleich der Summe der reziproken Kapazitäten der einzelnen Kondensatoren.

Hat man insbesondere n Leidener Flaschen gleicher Kapazität C hintereinander geschaltet, so ergibt sich die Kapazität C dieser Kaskadenbatterie gemäß obiger Formel aus der Beziehung

$$\frac{1}{C} = \frac{n}{C'},$$

d. h. es ist $C' = \frac{C}{n}$ oder in Worten:

Die Kapazität einer aus n gleichen Flaschen bestehenden Kaskadenbatterie ist n-mal kleiner als die Kapazität einer ihrer Flaschen.

34. Elektrische Energie eines geladenen Kondensators. Bei Entladung einer Batterie Leidener Flaschen wird im entstehenden Funken und im Leitungskreise Wärme erzeugt: dünne Drähte können leicht zum Glühen gebracht werden. Rieß ließ die Entladung einer Batterie durch eine dünne Drahtspirale vor sich gehen, welche sich in einem Glasballon befand. (Fig. 22.) Die in der Drahtspirale erzeugte Wärmemenge konnte durch die Ausdehnung der Luft im Glasballon gemessen werden. Er fand so das Gesetz, daß die erzeugte Wärme der sich entladenden Elektrizitätsmenge direkt, der Anzahl der Flaschen, also der sich entladenden Kapazität, umgekehrt proportional war.



Fig. 22.

Man kann durch eine leichte Rechnung nachweisen, daß dem so sein muß, indem die elektrische Energie, welche in den Flaschen aufgehäuft ist, denselben Größen proportional ist. Die elektrische setzt sich unmittelbar in Wärmeenergie um.

Wir haben Potential eines Leiters die Arbeit genannt, welche nötig ist, um die Elektrizitätsmenge + 1 aus dem Unendlichen auf den Leiter zu bringen. Dabei war angenommen,

daß diese Einheit das Potential des Leiters nicht verändert. Man kann aber auch leicht die Frage beantworten: Wie groß ist die Arbeit, welche man verrichten muß, um die Elektrizitätsmenge e auf einen zunächst ungeladenen Leiter zu schaffen, der dadurch auf das Potential V gebracht werden möge? Die Kapazität des Leiters sei C.

Man zerlegt dazu die Elektrizitätsmenge e in lauter kleine einzelne Teile; das Aufbringen des ersten Teilchens auf den Leiter wird die wenigste Arbeit erfordern, weil zu Beginn ja noch kein Feld besteht, welches auf dasselbe abstoßend wirken könnte. Jedes weitere Teilchen wird aber, da der Leiter sich immer mehr aufladet, eine größere abstoßende Kraft zu überwinden haben. Der Vorgang ist vollständig analog dem Auffüllen einer Flüssigkeitsmenge e bis zur Höhe V über dem Meeresniveau in einem zylindrischen Gefäß, dessen Boden in Meereshöhe sich befindet. Jedes später aufgefüllte Teilchen ist höher zu heben. Da der Schwerpunkt der Wassermasse sich um $\frac{V}{2}$ über dem Meeresniveau befindet, so ist leicht einzusehen, daß die zum Auffüllen der Flüssigkeit bis zur Höhe V verwandte Arbeit gleich ist der zur Hebung der gesamten Flüssigkeitsmasse um die Höhe $\frac{V}{2}$ nötigen Arbeit, d. h. gleich $\frac{V}{2} \cdot e$. Dieser Ausdruck ist ohne weiteres ins Elektrische zu übertragen; da hier noch $e = CV$ ist, so ist die Energiemenge im Kondensator, welche der zur Ladung verwendeten Arbeit äquivalent ist:

$$E = \frac{1}{2} eV = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{e^2}{C}.$$

Der letzte Ausdruck stellt das von Rieß gefundene, obenerwähnte Gesetz dar. Verbindet man die beiden Belegungen einer geladenen Leidener Flasche mit denen einer gleich großen ungeladenen, so enthalten beide Flaschen zusammen zwar gleich viel Elektrizität als vorher die eine geladene. Die Energie ist aber wegen Verdoppelung der Kapazität resp. der Verkleinerung des Potentials auf die Hälfte gesunken. Der Verlust tritt als Wärme in dem entstehenden Funken und der Leitung auf.

35. Das elektrische Feld eines Kondensators. Das elektrische Feld zwischen den Platten eines Kondensators muß

aus einfachen Symmetrierücksichten — abgesehen von den Punkten nahe am Rande — an jeder Stelle denselben Wert haben, d. h. homogen sein. Die Größe der Feldstärke läßt sich nach § 12 sofort angeben, sie ist gleich dem Potentialabfall pro Längeneinheit. Beträgt die Potentialdifferenz der Platten V absolute Einheiten und der Abstand derselben d cm, so ist die Feldstärke gegeben als

$$\mathfrak{E} = \frac{V}{d}.$$

36. Die Kapazität eines Kondensators ist $C = \frac{S}{4\pi d}$.

Für die Feldstärke zwischen den Kondensatorplatten kann man nach dem Gaußschen Satz noch einen anderen Ausdruck aufstellen. Denkt man sich senkrecht zu der mit der Flächendichte σ geladenen Platte einen kurzen Zylinder konstruiert, so treten nur aus der zwischen den Kondensatorplatten liegenden Grundfläche desselben Kraftlinien aus, da ja außen kein Feld sich befindet. Hat der Zylinder die Flächeneinheit zur Grundfläche, so ist σ die Ladung in seinem Inneren, mithin nach dem Gaußschen Satz die Zahl austretender Kraftlinien, d. h. die Feldstärke:

$$\mathfrak{E} = 4\pi\sigma.$$

Nach dem vorigen Paragraphen ist $\mathfrak{E} = \frac{V}{d}$, also

$$\sigma = \frac{V}{4\pi d}.$$

Auf der Kondensatorplatte der Größe S befindet sich also, wenn sie auf das Potential V aufgeladen ist, die Elektrizitätsmenge

$$e = \sigma S = \frac{VS}{4\pi d} = CV.$$

Die Kapazität ist daher $C = \frac{S}{4\pi d}$.

37. Schutzringplatte. Die Betrachtungen der letzten Paragraphen über das elektrische Feld und die Kapazität eines Kondensators gelten nur unter der Voraussetzung, daß das Feld überall als homogen angesehen werden kann. Dies ist am Rande der Platten nicht der Fall, man muß daher hierbei die Platten so groß annehmen, daß die Randbedingungen zu ver-

nachlässigen sind. Man kann sich indessen auch für kleinere Platten von den Randbedingungen nach Lord Kelvin gänzlich frei machen, indem man sie mit Schutzringplatten verbindet, welche mit den kleineren Kondensatorplatten je eine größere Ebene bilden. Dann sind die eigentlichen Kondensatorplatten nur der zentrale Teil eines größeren Kondensators, und die Inhomogenität des Feldes ist an den Rand der Schutzplatten übergegangen.

38. Anziehung zweier Kondensatorplatten. Potentialwage. Die eine Platte A eines Kondensators sei auf das Potential V geladen und enthalte die Flächendichte σ freier Elektrizität; die gegenüberstehende Platte B sei zur Erde geleitet, enthalte also die Flächendichte $-\sigma$. Mit welcher Kraft wird die Platte B von A angezogen? Jedes Elektrizitätsteilchen e auf der Platte B erfährt im Feld der Platte A die Kraft $2\pi\sigma\cdot e$, weil nach § 26 das von der Platte A erzeugte Feld gleich $4\pi\sigma$ ist. Ist S die Größe der beweglichen Platte B, so ist die auf ihr enthaltene negative Ladung σS, daher die Kraft, welche B gegen A hin treibt:

$$\mathfrak{F} = 2\pi\sigma\cdot\sigma S = 2\pi\sigma^2 S.$$

Nach § 36 ist aber $\sigma = \frac{V}{4\pi d}$,

daher

$$\mathfrak{F} = \frac{SV^2}{8\pi d^2}.$$

Die anziehende Kraft ist also dem Quadrat der Potentialdifferenz direkt, dem Quadrat des Abstandes umgekehrt proportional.

Im absoluten Elektrometer (Potentialwage) von Lord Kelvin (Fig. 23) gilt dieser Ausdruck streng für die Anziehung der mit Schutzring versehenen oberen Platte durch die untere. Man mißt die Anziehungskraft $\mathfrak{F}$ durch Wägung, ferner Größe und Abstand der Platte, damit also auch die Potentialdifferenz der Platten in absolutem Maß.

39. Dielektrische Erscheinungen. Cavendish und etwa 60 Jahre später Faraday fanden, daß die Kapazität eines Kondensators sich vergrößerte, sobald ein anderer Isolator zwischen die Belegungen desselben gebracht wurde. Dies äußert sich

z. B. in dem leicht anzustellenden Versuch, daß die Divergenz eines Elektrometers, welches mit einem geladenen Kondensator verbunden ist, stark abnimmt, sobald eine Glas- oder eine Ebonitplatte zwischen die Kondensatorplatten geschoben wird. Die Zahl, welche angibt, wievielmal größer die Kapazität des Kondensators ist, wenn er ganz von einem Isolator angefüllt



Fig. 23.

ist, als wenn sich Luft (genauer Vakuum) zwischen den Platten befindet, hat man Dielektrizitätskonstante oder spezifische induktive Kapazität, auch wohl dielektrisches Leitvermögen genannt. Wir wollen den ersten Namen dafür anwenden. Die Dielektrizitätskonstante hat nach neueren Messungen für einige Körper folgende Werte:

Hartgummi 2,8	Benzol 2,2
Paraffin fest 2,0	Äther 4,3
Glas 5,5—9	Alkohol 25
Quarz 4,7	Wasser 80.
Flußspat 6,9	

Da die Größe der Kapazität eines Kondensators auf der Influenzwirkung zwischen den beiden Platten beruht, so ist diese Vergrößerung der Kapazität ein Zeichen dafür, daß die Influenzwirkung durch feste oder flüssige Isolatoren größer ist als durch die Luft, daß also verschiedene Medien mit einer

mehr oder weniger großen Leichtigkeit die Influenzwirkung zustande kommen lassen.

Aus der K-fachen Vergrößerung der Kapazität durch ein Medium der Dielektrizitätskonstante K folgt, daß in demselben Medium zwei gegebene Elektrizitätsmengen sich mit einer K-mal kleineren Kraft abstoßen oder anziehen, als wenn sich die sie tragenden Leiter in Luft befinden. Denn nehmen wir einen Kondensator, dessen eine Platte zur Erde abgeleitet, dessen andere in der Entfernung d befindliche mit einer gewissen Elektrizitätsmenge e zum Potential V geladen sei, so wirkt auf eine Elektrizitätsmenge ε zwischen den Platten die bewegende Kraft $\mathfrak{E}\varepsilon = \frac{V}{d}\varepsilon$, d. h. eine Kraft, welche dem Potential der geladenen Kondensatorplatte proportional ist. Diese Kraft, welche die Summenwirkung aus der Abstoßung der direkten Ladung der einen Platte und der Anziehung der Influenzladung der geerdeten Platte ist, wird durch die Einführung des Mediums der Dielektrizitätskonstante K aber K-mal kleiner, weil infolge der K-fachen Vergrößerung der Kapazität das Potential V auf den K-ten Teil sinkt.

Dasselbe gilt auch, wenn sich das Elektrizitätsteilchen ε auf der einen Platte des Kondensators selbst befindet, d. h. gilt auch für die ganze Ladung dieser Kondensatorplatte. Die Anziehung einer mit einer bestimmten Elektrizitätsmenge $+e$ geladenen Kondensatorplatte auf die andere mit $-e$ geladene wird daher wegen der eintretenden Erniedrigung der Potentialdifferenz durch Einführung eines Mediums der Dielektrizitätskonstante K auf ihren K-ten Teil verkleinert.

Würden die Potentialdifferenz und die auf den Kondensatorplatten befindlichen Elektrizitätsmengen die gleichen bleiben, so würde auch die Kraft die gleiche bleiben. Dieser Fall kann aber wegen der Kapazitätsvergrößerung durch das Dielektrikum nicht eintreten.

Wird die Potentialdifferenz konstant erhalten, so kann dies nur dadurch geschehen, daß die Elektrizitätsmenge auf das K-fache gesteigert wird; dadurch erhöht sich aber auch die anziehende Kraft zwischen den Platten in gleichem Verhältnis. Daher der Satz:

Die anziehende Kraft zweier Kondensatorplatten, deren Potentialdifferenz konstant erhalten wird, ist in einem Medium der Dielektrizitätskonstante K um das K-fache **größer** als in Luft.

Die eben für einen geladenen Körper im Felde eines Kondensators sowie für Kondensatorplatten abgeleiteten Sätze gelten allgemein:

Die Kraft, mit welcher zwei Leiter sich gegenseitig anziehen oder abstoßen, ist in einem Medium der Dielektrizitätskonstante K um das K-fache verkleinert bezw. vergrößert, je nachdem ihre Ladung oder die Differenz ihrer Potentiale konstant erhalten wird.

40. Berücksichtigung der Dielektrizitätskonstante K in den besprochenen Gesetzen der Elektrostatik. Gemäß den Betrachtungen des letzten Paragraphen müssen einige der bisher besprochenen Gesetze einen Zusatz erfahren. So vor allen Dingen lautet das Coulombsche Gesetz (§ 5) dem Schlußsatze des vorigen Paragraphen entsprechend:

$$\text{Kraft} = \frac{1}{K} \cdot \frac{ee'}{r^2}.$$

In Luft ist die elektrische Feldstärke in einer Entfernung r vom Mittelpunkt einer mit $+e$ geladenen Kugel $\mathfrak{E} = \frac{e}{r^2}$, im Isolator ist sie nur $\mathfrak{E} = \frac{1}{K} \cdot \frac{e}{r^2}$.

Eine geschlossene Fläche um eine Ladung e wird **nicht** von $4\pi e$ Kraftlinien, sondern nur von $\mathfrak{N} = \frac{4\pi e}{K}$ Kraftlinien geschnitten. (Modifikation des Gaußschen Satzes § 9.) Entsprechende Änderung erfahren alle aus dem Gaußschen Satz folgenden Gesetze. Flächendichte und Feldstärke an einem geladenen Leiter sind im Dielektrikum verbunden durch die Beziehung (§ 25):

$$K\mathfrak{E} = 4\pi\sigma.$$

Die Kapazität eines Kondensators ist $C = \frac{KS}{4\pi d}$ (§ 36), die Anziehung zweier Kondensatorplatten $F = \frac{KSV^2}{8\pi d^2}$ (§ 38).

Das Potential in Entfernung r vom Mittelpunkt einer geladenen Kugel ist $V = \frac{1}{K} \cdot \frac{e}{r}$, die Kapazität einer Kugel $C = Kr$ (§§ 20, 23).

Zweiter Abschnitt.

Die Erscheinungen der Elektrostatik betrachtet vom Standpunkt der Faraday-Maxwellschen Theorie.

41. Faradays Vorstellung vom Wesen der elektrischen Vorgänge. Alle Resultate, welche wir bisher gewonnen haben, sind aus dem einen Grundversuch abgeleitet, daß zwei mit Elektrizität geladene Körper aufeinander anziehend oder abstoßend wirken mit einer Kraft, welche dem Quadrate ihrer gegenseitigen Entfernung umgekehrt proportional ist. Wir haben keine Hypothese über die Natur dieser Wirkung eingeführt, sondern alle Resultate sind Tatsachen, welche wir aus der experimentellen Beobachtung deduzierten. Man kann bei der Darstellung einer Lehre auch anders vorgehen, indem man nämlich sich eine gewisse Annahme über die Natur eines Vorgangs bildet, aus gewissen Hypothesen heraus ableitet, wie sich die Vorgänge abspielen müssen, wenn die Hypothesen richtig sind, und dann das Resultat einer solchen Theorie mit dem Experiment vergleicht. In § 6 hatten wir bereits gesehen, daß zwei derartige Theorien elektrischer Vorgänge existieren, welche kurz als Fernwirkungstheorie und Nahewirkungstheorie zu charakterisieren sind. Wir wollen jetzt die letztere Betrachtungsweise, welche sich an die Namen Faraday-Maxwell knüpft, näher darlegen, weil diese es uns ermöglicht, ein anschauliches Bild der elektrischen Vorgänge zu entwerfen und ferner auch eine ganze Reihe von den besprochenen Sätzen der Elektrostatik auf äußerst einfache Art abzuleiten.

Faraday entging nicht die ungeheure Bedeutung der Entdeckung, welche er mit der Auffindung des Einflusses, den der Isolator auf die elektrischen Erscheinungen ausübt, gemacht hatte. Er entfernte sich in seinen Anschauungen vollständig von allem,

was bis dahin gelehrt wurde. Die Elektrizitätslehre war ein mächtiges Gebäude, aufgebaut von den Anhängern der Theorie einer reinen Wirkung in die Ferne. Gauß, Weber, Riemann, Neumann, Lorenz u. a. haben bei Anwendung dieser Theorie auf die elektrischen Vorgänge so ungeheure Erfolge erzielt, daß es wohl hauptsächlich daran lag, daß Faraday mit seinen Anschauungen gegen die erdrückende Übermacht der größten Autoritäten nicht durchdrang. Erst dem Genius Maxwells gelang es, Faradays Anschauungen Geltung zu verschaffen, allerdings nachdem er zuerst ihnen präzisen mathematischen Ausdruck gegeben hatte.

Faraday erkannte, daß der von ihm gefundene Einfluß des Dielektrikums einen wichtigen Beweis gegen die Theorie der Fernwirkung bildete. Seine Ansicht der Dinge war, nicht dem Leiter, sondern dem Isolator die Hauptrolle bei den elektrischen Vorgängen zuzuschreiben. Er sah (vgl. J. Cl. Maxwell, Vorwort zu seinem Lehrbuch der El. u. d. Magn. deutsch von Weinstein. Berlin, Verlag von J. Springer, 1883) „in seinem geistigen Auge überall da Kraftlinien den Raum durchdringen, wo die Mathematiker in die Ferne wirkende Kraftzentren supponierten, und wo diese nichts als die Abstände zwischen den Kraftzentren bemerkten, war für jenen ein Zwischenmedium vorhanden. Faraday suchte die Ursache der Erscheinungen in Aktionen, die im Zwischenmedium vor sich gehen sollten, die Mathematiker dagegen gaben sich damit zufrieden, daß sie sie in einer Fernwirkung auf die elektrischen Fluida entdeckten“. Wir wollen die Faradaysche Vorstellungsweise etwas näher erörtern.

42. Elektrische Verschiebung. Dielektrische Polarisation. Wenn eine leitende Kugel in ein elektrisches Feld gebracht wird, so sahen wir, daß die Erscheinung der Influenz eintrat, d. h. daß auf der Kugel eine Scheidung der vorher gleichmäßig verteilten Elektrizitäten vor sich ging. Die Kugel zeigte dann also an zwei diametralen Enden polare Unterschiede, sie war polarisiert. Allgemein versteht man unter Polarisation den Zustand eines Körpers, der an zwei entgegengesetzten Enden der Quantität nach gleiche, der Qualität nach aber entgegengesetzte Eigenschaften zeigt (z. B. ein permanenter Magnet). Faraday nahm nun an, daß jedes Dielektrikum, auch

der luftleere Raum, aus unwägbaren Teilchen zusammengesetzt sei, welche sich unter dem Einfluß eines elektrischen Feldes polarisieren, in welchen also eine Bewegung eines Elektrizität genannten Fluidums, eine sogen. elektrische Verschiebung, stattfindet. Findet in einer gegebenen Richtung eine solche elektrische Verschiebung statt, d. h. also Verschiebung von + Elektrizität in dieser Richtung, Verschiebung von — Elektrizität in der entgegengesetzten Richtung, so wandert durch jeden senkrecht zu der Verschiebungsrichtung stehenden Querschnitt des Dielektrikums eine gewisse Elektrizitätsmenge, und die Elektrizitätsmenge, welche durch die Flächeneinheit senkrecht zur Verschiebungsrichtung strömt, bildet ein Maß für die Größe der elektrischen Verschiebung, ein Maß für die dielektrische Polarisation. Die Verschiebung nahm er als proportional der Stärke des elektrischen Feldes an. Jedes Dielektrikum setzt dem Entstehen der Polarisation einen gewissen Widerstand entgegen, den man sich ähnlich wie den elastischen Widerstand zu denken hat, den ein fester Körper einer Deformation entgegensetzt. Wie die Deformation nach Aufhören der deformierenden Kraft sofort zurückgeht, so auch die Polarisation nach Aufhören der elektrischen Kraft. Wie die meisten festen Körper auch nach Aufhören der deformierenden Kraft noch eine kleine Rückstandsdeformation zeigen, welche allmählich verschwindet, die sogen. elastische Nachwirkung, so zeigen auch die meisten Dielektrika eine Rückstandspolarisation, den sogen. elektrischen Rückstand.

In Leitern dagegen kann die Elektrizität frei beweglich, ohne den elastischen Widerstand, fließen. Faraday nahm weiter an, daß der Widerstand, den die einzelnen Dielektrika dem Entstehen einer Polarisation entgegensetzen, verschiedene Größe hat. Die gleiche elektrische Kraft bewirkt also verschieden große Verschiebungen in den verschiedenen Isolatoren, und zwar nahm Faraday diese Verschiebungen den Dielektrizitätskonstanten direkt proportional an. Ein Medium großer Dielektrizitätskonstante setzt also der Polarisation einen relativ geringen Widerstand entgegen.

Die elektrische Verschiebung P, welche unter dem Einfluß eines Feldes $\mathfrak{E}$ in einem Medium der Dielektrizitätskonstante K

eintritt, ist also gemäß den oben besprochenen Hypothesen beiden Größen proportional, d. h. es ist:

$$P = \text{Konstans} \cdot \mathfrak{E} \cdot K.$$

Mit den experimentellen Tatsachen stimmen die Folgerungen aus dieser Formel quantitativ überein, wenn die Konstante $= \frac{1}{4\pi}$ gesetzt wird, so daß $P = \frac{K}{4\pi}\mathfrak{E}$.

43. Der elektrische Zustand eines geladenen Kondensators nach der Faraday-Maxwellschen Anschauung. Zwischen den beiden Belegungen eines mit einem isotropen, homogenen Dielektrikum angefüllten Kondensators bestehe ein elektrisches Feld. Das elektrische Feld veranlaßt die dielektrische Polarisation der Ätherteilchen. Aus der Fig. 24 ist ersichtlich, daß bei zwei in Richtung des elektrischen Feldes benachbarten Ätherteilchen entgegengesetzte Elektrizitäten zusammenstoßen. Die Ätherteilchen ordnen sich zu Fäden in Richtung der Kraftlinien an, welche in ihrer ganzen Länge nach außen elektrisch unwirksam sind und nur an ihren Enden freie Elektrizität besitzen. Die Richtung der dielektrischen Polarisation fällt also überall mit der Richtung der Kraftlinien zusammen.

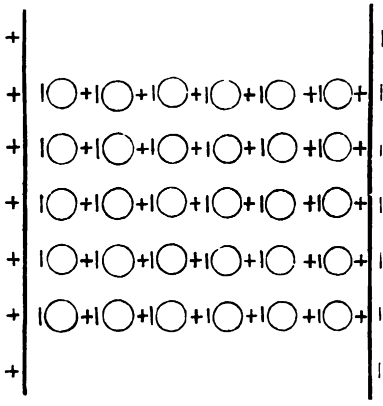


Fig. 24.

Die unmittelbar an der linken Kondensatorplatte anliegende — Elektrizität der Ätherteilchenschicht wirkt auf die in der Platte frei bewegliche positive Elektrizität so lange anziehend, bis sich eine ihr an Größe gleiche + Ladung an der inneren Seite der Platte angesammelt hat; dasselbe geschieht an der anderen Platte mit — Elektrizität. Folge des Feldes ist also eine Ladung der Platten.

Freie Elektrizität tritt hiernach nur an freien Enden von Kraftlinien auf, so daß eine Kraftlinie am einen Ende +, am anderen Ende gleichviel — Elektrizität aufweist.

Zug- und Druckkräfte im Dielektrikum. Infolge der entgegengesetzten Elektrizitäten, welche sich an zwei in Richtung der Kraftlinien benachbarten Teilchen gegenüberstehen, tritt eine Zugkraft auf, derart, daß sich Kraftlinien zusammenzuziehen streben.

Seitlich benachbarte polarisierte Teilchen stoßen sich ab, daher herrscht in den elektrischen Kraftlinien ein seitlicher Druck, das Bestreben, sich zu erweitern.

44. Ladung und Kapazität eines Kondensators. Die Ladung pro qcm der Kondensatorplatten ist gleich der 1 qcm eines beliebigen, ihnen parallelen Querschnitts des Isolators passierenden Elektrizitätsmenge, d. h. gleich der elektrischen Verschiebung. Ist V die Potentialdifferenz, d der Abstand der Kondensatorplatten, so ist die Verschiebung

$$P = \frac{K}{4\pi} \cdot \frac{V}{d} \, .$$

Die Ladung auf dem Kondensator der Plattengröße S daher

$$e = \frac{KS}{4\pi d} V;$$

woraus für seine Kapazität folgt:

$$C = \frac{KS}{4\pi d} \, .$$

(Resultat der §§ 36, 40.)

45. Das Coulombsche Gesetz. Gegeben sei eine kleine Kugel mit der Elektrizitätsmenge $+e$. Die elektrische Kraft bewirkt eine radial nach außen gerichtete dielektrische Polarisation, derart, daß die rings an der Kugel anliegenden Teilchen zusammen eine Schicht bilden, welche die Ladung $-e$ trägt. Durch jede um die geladene Kugel liegende geschlossene Fläche tritt infolge der dielektrischen Polarisation die Elektrizitätsmenge $+e$. Die Größe der Verschiebung ist die durch die Flächeneinheit gehende Elektrizitätsmenge; sie beträgt also für jede beliebige mit dem Radius r konzentrisch konstruierte Kugel $P = \frac{K}{4\pi} \mathfrak{E}_r = \frac{e}{4\pi r^2}$, wenn $\mathfrak{E}_r$ der Wert der Feldstärke auf dieser Kugeloberfläche ist. Es folgt hieraus für $\mathfrak{E}_r$ der Wert:

$$\mathfrak{E}_r = \frac{1}{K} \cdot \frac{e}{r^2} \, .$$

Dies ist der Ausdruck des Coulombschen Gesetzes in seiner Erweiterung auf ein beliebiges Dielektrikum (§ 40).

Die Flächendichte σ der elektrischen Belegung auf einem Leiter ist gleich der elektrischen Verschiebung an seiner Oberfläche. Wenn $\mathfrak{E}$ die Feldstärke in unmittelbarer Umgebung seiner Oberfläche ist, so ist also $\sigma = \frac{K}{4\pi}\mathfrak{E}$. Zwischen Feldstärke und Flächendichte auf einem Leiter, welcher sich im Medium der Dielektrizitätskonstante K befindet, besteht also die Beziehung

$$K\mathfrak{E} = 4\pi\sigma$$

(s. § 40).

Für $K = 1$ ist dies die Formel in § 25. Bei dem Durchgang durch die Leiteroberfläche springt $K\mathfrak{E}$ um den Betrag $4\pi\sigma$.

46. Die mechanische Kraft, welche zwei geladene Leiter aufeinander ausüben, wird nach der Vorstellungsweise Faradays nicht mehr als die Einwirkung der Elektrizitätsmengen auf den Leitern gedacht. Dieselben sind ja in ihrer Wirkung nach außen vollständig durch die entgegengesetzten Ladungen der Kraftlinienenden aufgehoben (s. Fig. 24). An ihre Stelle sind die Spannungen, die Zug- und Druckkräfte im Dielektrikum getreten. Sei A (Fig. 25) eine + geladene Kugel, so verbreitet sie um sich ein radial nach außen gerichtetes Spannungsfeld, so, als ob von ihr nach allen Seiten bis ins Unendliche gespannte Gummifäden ausgingen. Nähere ich ihr jetzt von rechts eine andere + geladene Kugel B, so sind rechts von B die von beiden Kugeln ausgehenden Züge nach rechts, also gleichgerichtet; im Raum zwischen A und B sind sie aber entgegengesetzt gerichtet. Der Zug nach rechts ist daher größer als der nach links wirkende. Dementsprechend bewegt sich das in der leitenden Kugel B frei bewegliche Fluidum nach rechts, d. h. die gleichmäßige Verteilung hört auf, und da es ferner fest an die Kugel gebunden ist, wirkt der Zug auf die Kugel B mit, welche, wenn sie ihm folgen kann, sich nach rechts bewegt. Dasselbe geschieht mit der Kugel A in entgegengesetzter Richtung.

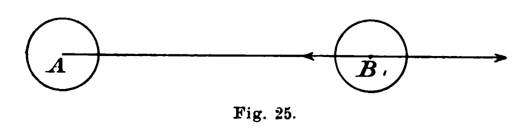


Fig. 25.

47. Erweiterte Definition des Kraftlinienbegriffs. Induktionslinien. Induktionsfluß. Wir hatten in § 7 gesehen, daß man die numerische Größe eines elektrischen Feldes auch graphisch darstellen kann, indem man die Kraftlinien so zeichnet, daß die Zahl, welche an einer Stelle des Feldes die zur Feldrichtung normale Flächeneinheit durchsetzt, gleich der absolut gemessenen Feldstärke $\mathfrak{E}$ ist, so daß also die Zahl $\mathfrak{N}$ Kraftlinien, welche eine Fläche S senkrecht durchsetzt, gegeben ist als:

$$\mathfrak{N} = \mathfrak{E} S.$$

Man bezeichnet dies Produkt wohl auch als Kraftfluß durch die Fläche S. Wir hatten ferner gesehen, daß $\mathfrak{N}$ Kraftlinien da, wo sie frei endigen, das Vorhandensein einer gewissen Elektrizitätsmenge bedingen. Kraftlinienzahl und Elektrizitätsmenge waren nach dem Gaußschen Satz durch die einfache Beziehung verbunden:

$$\mathfrak{N} = 4\pi e.$$

Diese Beziehung gilt aber nur, wenn die Kraftlinien im Vakuum oder — wenigstens angenähert — in Luft verlaufen, nicht dagegen mehr, wenn ein anderes Dielektrikum Träger des Feldes ist. Dann ist die Beziehung verändert und lautet:

$$\mathfrak{N} = \frac{4\pi e}{K}.$$

Es ist dann also eine bestimmte Ladung e nicht mehr Ausgangspunkt einer bestimmten Zahl von Kraftlinien, sondern diese Zahl ist eine andere, je nach der Dielektrizitätskonstante des Mediums.

Um nun doch die einfache Beziehung

$$\text{Linienzahl} = 4\pi e$$

aufrecht zu erhalten, hat man eine andere Art von Linien zur Darstellung der Eigenschaften des elektrischen Feldes gewählt Man setzt nämlich die Anzahl der das qcm durchsetzenden Linien nicht numerisch gleich der Feldstärke, wie bisher, sondern gleich dem Produkt aus Feldstärke und Dielektrizitätskonstante. Es ist dann also die Zahl von Linien, welche in einem elektrischen Feld $\mathfrak{E}$ und einem Dielektrikum der Dielektri-

zitätskonstante K ein senkrecht zu ihnen stehendes Flächenstück S durchsetzen, gegeben durch

$$N = K\mathfrak{E}S = K\mathfrak{N}.$$

Trifft man diese Wahl, so ist in jedem Dielektrikum

$$N = 4\pi e.$$

Man nennt die Größe N den Induktionsfluß durch die Fläche S, die Linien, welche in einer Zahl N durch die Fläche S gehen, Induktionslinien. In der Literatur werden sie meist auch als Kraftlinien bezeichnet. Indessen ist diese Bezeichnung nicht günstig gewählt, weil sie nicht die Größe der elektrischen Kraft angeben, sondern erst der Quotient aus Linienzahl und Dielektrizitätskonstante gleich der Feldstärke ist. Wir werden im folgenden den Namen Induktionslinien beibehalten. In Luft fällt dieser Begriff mit dem der Kraftlinien zusammen.

In einem Feld der Stärke $\mathfrak{E}$ gehen in einem Medium der Dielektrizitätskonstante K durch ein Flächenstück S normal zur Feldrichtung also

$$N = K\mathfrak{E}S$$

Induktionslinien.

An einer mit der Flächendichte σ geladenen Oberfläche eines Leiters ist die Feldstärke $\mathfrak{E} = 4\pi \frac{\sigma}{K}$; daher wird der Leiter in senkrechter Richtung von

$$N = K\mathfrak{E}S = K \cdot \frac{4\pi\sigma}{K} S = 4\pi\sigma S = 4\pi e$$

Induktionslinien verlassen, wenn e die Ladung des Leiters ist. Einem Bündel von N Induktionslinien entspricht also stets an deren freien Enden eine Ladung $+ e$, welche numerisch gegeben ist durch die Beziehung $e = \frac{N}{4\pi}$.

48. Anwendung auf den Induktionslinienverlauf in einem Kondensator. In einem luftgefüllten Kondensator, welcher die Elektrizitätsmenge e enthält, verlaufen $N = 4\pi e$ Induktionslinien = Kraftlinien. Die elektrische Feldstärke folgt aus der Beziehung $K\mathfrak{E}S = 4\pi e = N$, in welcher $K = 1$ zu setzen ist, als

$$\mathfrak{E} = \frac{N}{S} = \frac{4\pi e}{S} = 4\pi\sigma = \frac{V}{d}.$$

Wird jetzt der Zwischenraum der Kondensatorplatten mit einem Medium der Dielektrizitätskonstante K gefüllt, so bleibt die Ladung und damit die Anzahl Induktionslinien die gleiche $N = 4\pi e$.

Die elektrische Kraft ist aber im Verhältnis $1 : K$ kleiner geworden, indem sie jetzt die Größe hat:

$$\mathfrak{E}' = \frac{N}{KS} = \frac{V'}{d}.$$

Da stets elektrische Kraft im Kondensator $= \frac{\text{Potentialdifferenz}}{\text{Abstand der Platten}}$, so folgt, daß auch die Potentialdifferenz in gleichem Betrage sinkt.

Erhalte ich dagegen durch Zufuhr von Elektrizität die Potentialdifferenz aufrecht, so erhalte ich damit die elektrische Kraft aufrecht, und aus der Beziehung $N = K\mathfrak{E}S = 4\pi e$ folgt, daß, wenn ich unter Aufrechterhaltung der Potentialdifferenz einen Kondensator mit einem anderen Medium als Luft anfülle, die Anzahl Induktionslinien und damit die Ladung, also die Kapazität, auf das K-fache wächst.

49. Ein mit einer gegebenen Elektrizitätsmenge geladener Kondensator teilweise mit einem Medium der Dielektrizitätskonstante K angefüllt. Dies kann auf zweierlei Weisen geschehen, die durch die Figg. 26 und 27

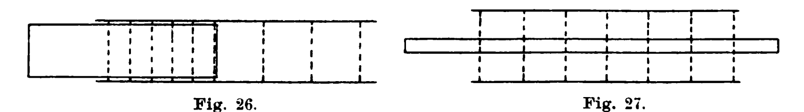


Fig. 26. Fig. 27.

gekennzeichnet sind. Der Kondensator Fig. 26 kann als zwei nebeneinander geschaltete Kondensatoren angesehen werden, welche zu gleicher Potentialdifferenz aufgeladen sind, und deren einer mit Luft, deren anderer mit dem anderen Dielektrikum angefüllt ist. In letzterem ist nach dem eben Ausgeführten der Induktionslinienverlauf K-mal dichter, also die Flächendichte der Ladung K-mal größer. Die Feldstärken aber sind die gleichen.

Im zweiten durch Fig. 27 veranschaulichten Fall enthalten die Platten die ihnen erteilte Ladung in gleichförmiger Verteilung, weil kein Grund vorhanden, daß dieselbe an einer Stelle

dichter wäre. Der ganze Kondensator wird daher von einer bestimmten Anzahl Induktionslinien durchdrungen, welche in beiden Medien die gleiche ist. Es ist daher die Feldstärke in dem lufterfüllten Teil K-mal größer als in dem anderen Teil.

Hieraus folgt ein eigentümliches

50. Verhalten der Grenzfläche zweier Dielektrika. Ist $\mathfrak{E}_1$ die Feldstärke in Luft ($K_1 = 1$), so ist sie im Dielektrikum $\mathfrak{E}_2 = \frac{\mathfrak{E}_1}{K_2}$, die Feldstärke springt also beim Übergang von Luft ins Dielektrikum um $\mathfrak{E}_1 - \frac{\mathfrak{E}_1}{K_2} = \frac{K_2 \mathfrak{E}_1 - \mathfrak{E}_1}{K_2} = \frac{(K_2 - 1)}{K_2} \cdot \mathfrak{E}_1$. Nun haben wir § 25 gesehen, daß bei einem Übergang aus einem mit der Dichte σ geladenen Leiter in Luft die Feldstärke um den Betrag $4\pi\sigma$, also umgekehrt bei dem Übergang aus Luft in den Leiter um $-4\pi\sigma$ springt.

Vergleichen wir diese beiden Sprünge der elektrischen Kraft, so sehen wir, daß eine den Kraftlinien senkrecht in den Weg gestellte Oberfläche eines Dielektrikums sich bezüglich der Kraftverteilung scheinbar wie ein geladener Leiter verhält, dessen Flächendichte sich ergibt aus der Gleichsetzung der beiden Kraftsprünge:

$$-4\pi\sigma = \frac{\mathfrak{E}_1 (K_2 - 1)}{K_2}.$$

Es folgt daraus für die Flächendichte der scheinbaren Ladung:

$$\sigma = \frac{\mathfrak{E}_1}{4\pi} \frac{1 - K_2}{K_2}.$$

Ist die Füllung des einen Kondensatorteils nicht Luft, sondern ein Medium der Dielektrizitätskonstante K_1, so ist, wie ganz leicht einzusehen, in dieser Formel nur K_1 statt 1 zu setzen, so daß allgemeiner gilt:

$$\sigma = \frac{\mathfrak{E}_1}{4\pi} \cdot \frac{K_1 - K_2}{K_2}.$$

Daraus folgt folgendes experimentell leicht zu verifizierende Resultat:

Bringt man in ein beispielsweise von einer + geladenen Kugel in einem Medium der Dielektrizitätskonstante K_1 herrührendes elektrisches Feld ein anderes Dielektrikum der Dielektrizitätskonstante K_2, z. B. ein Holundermarkkügelchen, so ist das Kügelchen an der Eintrittsstelle des Feldes, d. h. an der der + geladenen Kugel zugewandten Stelle, scheinbar — oder +

geladen, je nachdem seine Dielektrizitätskonstante K_2 größer oder kleiner ist als die Dielektrizitätskonstante K_1 der Umgebung. Wird der Versuch in Luft ($K_1 = 1$) ausgeführt, so ist $K_2 > K_1$, daher wird das Kügelchen angezogen. Im Fall $K_2 < K_1$ wird es abgestoßen; im Fall $K_2 = K_1$ erfährt es keinerlei bewegende Kraft, weil seine scheinbare Ladung Null ist.

51. Die Ladungen an der Grenzfläche zweier Dielektrika sind scheinbare. Die ebengenannten Versuche zeigen also, daß an der Grenzfläche zweier Medien verschiedener Dielektrizitätskonstante in einem elektrischen Felde elektrische Belegungen induziert werden. Da aber keine Induktionslinien auf der Grenzfläche frei endigen, so sind dies keine wahren, sondern nur scheinbare Ladungen. Das Feld, welches von diesen scheinbaren Ladungen herrührt, ist, wenn der in das induzierende Feld gebrachte Körper eine größere Dielektrizitätskonstante als die Umgebung hat, im Inneren des Körpers dem induzierenden Feld entgegengesetzt, bei kleinerer Dielektrizitätskonstante des eingelagerten Körpers gleich gerichtet. Wird also in ein elektrisches Feld in Luft eine zur Feldrichtung senkrechte Platte eines Isolators gebracht, so wirken die induzierten Belegungen entelektrisierend auf sie ein, das Feld im Inneren des Isolators ist kleiner als das äußere. Ein Leiter, in ein elektrisches Feld gebracht, verhält sich nach dem vorigen wie ein Körper, dessen Dielektrizitätskonstante stets $> K$ ist, welches Dielektrikum wir auch wählen mögen; er verhält sich wie ein Dielektrikum von unendlich großer Dielektrizitätskonstante. Die Verschiebungen im Leiter gehen ohne Widerstand vor sich, leichter wie in einem Medium von noch so hoher Dielektrizitätskonstante. Die auf dem Leiter influenzierten Ladungen sind aber wahre Ladungen, weil die Induktionslinien auf ihrer Oberfläche frei endigen.

52. Die Brechung der Induktionslinien. Wir sahen in den letzten Paragraphen, daß bei dem Übergang von einem Medium in ein anderes ein Sprung der elektrischen Feldstärke stattfindet, wenn der Übergang in der Kraftrichtung erfolgt (Fig. 27), daß dagegen kein solcher Sprung eintritt, wenn man in Richtung senkrecht zur elektrischen Feldrichtung von dem

einen Medium ins andere übergeht (Fig. 26). Wir hatten zur Betrachtung dieser beiden Fälle das Dielektrikum so ins elektrische Feld gelegt, daß seine Oberfläche einmal senkrecht sich den Kraftlinien entgegenstellte, das andere Mal parallel zu den Kraftlinien des Feldes verlief. Wir wollen jetzt den allgemeineren Fall betrachten, die Oberfläche werde von den Kraftlinien unter einem schiefen Winkel getroffen.

Sei in Fig. 28 AA' die Richtung einer in einem Medium 1 (Dielektrizitätskonstante $= K_1$) verlaufenden Induktionslinie, und zwar gebe die Länge AA' die Größe der elektrischen Feldstärke an. Dann kann man, wie man es immer mit gerichteten Größen (sogen. Vektorgrößen) tun kann, dieselbe nach dem Parallelogrammsatz in Komponenten zerlegen. Wir wollen AA' zerlegen in zwei Komponenten, deren eine AD parallel zur Grenzfläche der Medien 1 und 2, deren andere AE senkrecht zu dieser Fläche ist. Diese Zerlegung kann man in jedem Punkte des Feldes vornehmen. Tut man dies auch in dem Punkt A' der Grenzfläche, so wird die Größe der Komponente $A'D'$ sich beim Übergang ins Medium 2 nicht ändern, weil ja die elektrische Feldstärke bei einem derartigen Übergang durch eine der Feldrichtung parallele Grenzschicht, wie oben ausgeführt, keinen Sprung erleidet. Wohl aber erleidet die senkrecht zur Oberfläche gerichtete Komponente einen Sprung, derart, daß sich die Größen derselben in den beiden Medien wie die Dielektrizitätskonstanten derselben verhalten, also

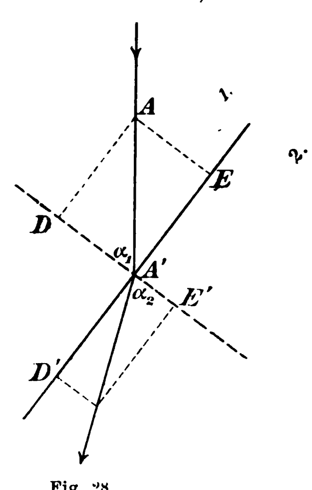


Fig. 28.

$$A'E' : AE = K_1 : K_2$$

ist. Man pflegt dies in folgender Form auszudrücken:

Bei einem Übergang aus einem Medium in ein anderes bleibt die Tangentialkomponente der Feldstärke stetig, die Normalkomponente erleidet einen Sprung.

Die beiden Komponenten $A'E'$ und $A'D'$ setzen sich im Medium 2, wie aus der Figur leicht ersichtlich, zu einem Ge-

samtwert der Feldstärke zusammen, welcher andere Größe und andere Richtung hat, als im Medium 1, es findet also Brechung der Induktionslinien statt.

Man kann leicht das Gesetz dieser Brechung aus der Figur ablesen:

Seien α_1 und α_2 die Winkel, welche die Feldrichtungen in den beiden Medien mit der Senkrechten auf der Grenzfläche bilden, so ist:

$$\operatorname{tang} \alpha_1 = \frac{AD}{DA'} = \frac{AD}{AE}$$

$$\operatorname{tang} \alpha_2 = \frac{A'D'}{A'E'} = \frac{AD}{A'E'},$$

daher

$$\operatorname{tang} \alpha_1 : \operatorname{tang} \alpha_2 = A'E' : AE = K_1 : K_2,$$

oder in Worten:

Das Verhältnis der trigonometrischen Tangente des Einfalls- zu derjenigen des Brechungswinkels ist eine Konstante, nämlich gleich dem Quotienten der Dielektrizitätskonstanten der beiden Medien.

Das Gesetz erinnert an das Snelliussche Brechungsgesetz für Lichtstrahlen, nur daß tang an Stelle von sin tritt. Wegen dieses Unterschiedes kann nie der Fall der Totalreflexion von Induktionslinien eintreten.

53. Folgerungen aus der Brechung der Induktionslinien. In einem Medium großer Dielektrizitätskonstante erfahren die Induktionslinien eine starke Brechung und werden daher verdichtet (Fig. 29). Bei normaler Inzidenz ist die Anzahl Induktionslinien, welche die zu ihnen senkrechte Flächeneinheit treffen, d. h. der Induktionsfluß durch die Flächeneinheit oder die Dichte der Induktionslinien, in beiden Medien gleich groß. Daher verhalten sich die Feldstärken umgekehrt wie die Dielektrizitätskonstanten. Je schiefer die Inzidenz, desto mehr verschwindet wegen der Verdichtung im Medium größerer Dielek-

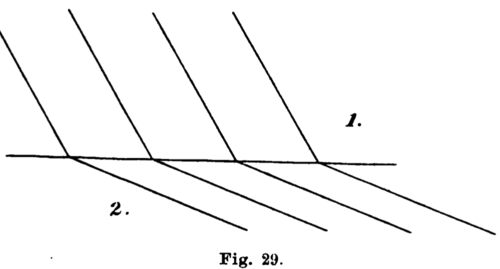


Fig. 29.

trizitätskonstante dieser Unterschied der Feldstärken, welche im Grenzfall, welcher dadurch gegeben ist, daß die Induktionslinien der Grenzfläche parallel verlaufen, einander gleich werden.

Dies kann man nach dem bisherigen auch leicht rechnerisch zeigen. In Fig. 30 sind $aa'a''$ und $bb'b''$ zwei durch die Grenze zweier Medien hindurchgehende Induktionslinien. Ihre senkrechten Abstände d_1 und d_2 verhalten sich natürlich umgekehrt wie die Anzahl Linien, welche eine senkrecht zu ihnen befindliche Flächeneinheit treffen, d. h. es ist:

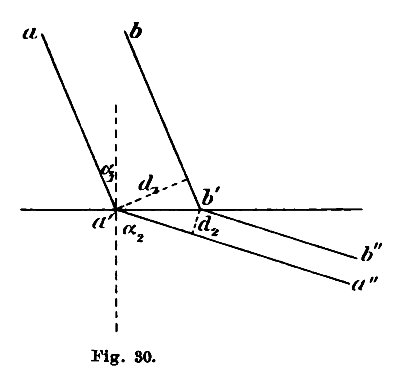


Fig. 30.

$$d_1 : d_2 = N_2 : N_1.$$

Nun ist aber, wie aus der Figur leicht zu ersehen:

$$d_1 = a'b' \cdot \cos \alpha_1$$

$$d_2 = a'b' \cdot \cos \alpha_2,$$

daher ist

$$N_2 : N_1 = \cos \alpha_1 : \cos \alpha_2,$$

d. h. in Worten:

Die Induktionsflüsse oder die Anzahl Induktionslinien, welche 1 qcm in senkrechter Richtung schneiden, verhalten sich umgekehrt wie die cos des Einfalls- und Brechungswinkels.

Für den ersten Grenzfall, für senkrechte Inzidenz, sind die cos = 1, daher die Induktionsflüsse gleich.

Für senkrechte Feldrichtung $N_1 = N_2$.

Dies ist der durch Fig. 27 veranschaulichte Fall.

Fernerhin sind die Induktionsflüsse N durch die Flächeneinheit stets in Beziehung zur Feldstärke gegeben durch:

$$N_1 = K_1 \mathfrak{E}_1 \quad \text{und} \quad N_2 = K_2 \mathfrak{E}_2.$$

Setzt man dies für N_1 und N_2 in das eben abgeleitete cos-Gesetz ein, so folgt:

$$K_2 \mathfrak{E}_2 : K_1 \mathfrak{E}_1 = \cos \alpha_1 : \cos \alpha_2 \quad \text{oder} \quad \mathfrak{E}_2 / \mathfrak{E}_1 = \frac{\cos \alpha_1 \cdot K_1}{\cos \alpha_2 \cdot K_2},$$

und da nach dem Brechungsgesetz der Kraftlinien

$$K_1 : K_2 = \text{tang}\,\alpha_1 : \text{tang}\,\alpha_2$$

ist, so folgt weiterhin:

$$\frac{\mathfrak{E}_2}{\mathfrak{E}_1} = \frac{\cos\alpha_1}{\cos\alpha_2} \frac{\text{tang}\,\alpha_1}{\text{tang}\,\alpha_2} = \frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2},$$

d. h. in Worten:

Die Feldstärken verhalten sich umgekehrt wie die sin des Einfalls- und Brechungswinkels.

Im anderen Grenzfall, d. h. bei streifender Inzidenz oder parallel zur Oberfläche stattfindendem Kraftverlauf, sind die $\sin = 1$, daher die Feldstärken in den beiden Medien gleich.

Für streifende Feldrichtung $\mathfrak{E}_1 = \mathfrak{E}_2$.

Dies ist der durch Fig. 26 veranschaulichte Fall.

54. Die bei Erzeugung einer elektrischen Verschiebung zu leistende Arbeit. Energie des elektrischen Feldes. Die Erzeugung eines elektrischen Feldes in einem Dielektrikum versetzt dasselbe in einen Spannungszustand, indem das Feld gegen einen nach Art einer elastischen Kraft wirkenden Widerstand die elektrische Verschiebung bewirkt. Das Feld wirkt so lange „verschiebend", bis das durch die Verschiebung erzeugte Gegenfeld entgegengesetzt gleich geworden ist. Dann ist die verschiebende Gesamtkraft Null und der neue Gleichgewichtszustand im elektrischen Feld erreicht.

Es werde aus dem Feld ein kleiner Raumteil herausgegriffen, innerhalb dessen die Feldstärke als konstant, das Feld als homogen anzusehen ist. Der Raumteil sei ein kleiner Zylinder, dessen Mantel durch Induktionslinien, dessen Endflächen durch Flächenstücke senkrecht zu den Induktionslinien gebildet werden. Die Seite des Zylinders habe die Länge d, die Endflächen den Querschnitt S. Dann wird in dem Zylinder durch ein Feld $\mathfrak{E}$ verschoben eine Elektrizitätsmenge e, welche gegeben ist durch das Produkt aus elektrischer Verschiebung und Zylinderquerschnitt. Es ist

$$e = \frac{K}{4\pi}\,\mathfrak{E}\cdot S.$$

Mit $+e$ bezw. $-e$ laden sich infolge der Verschiebung die beiden Endflächen auf. Das herausgegriffene Volumenelement ver-

hält sich dann wie ein geladener Kondensator, dessen Belegungen durch die beiden Endflächen des Zylinders gebildet werden. Ist nun V die Potentialdifferenz der beiden Endflächen, so ist nach § 34 die zu ihrer Aufladung erforderliche Energie, d. h. der bei der Ladung erfolgende Energiezuwachs des kleinen Zylinders:

$$A = \frac{1}{2} e V = \frac{K}{8\pi} \mathfrak{E} S V.$$

Da V aber mit $\mathfrak{E}$ durch die Beziehung $\mathfrak{E} = \frac{V}{d}$ verbunden ist, so folgt hieraus

$$A = \frac{K}{8\pi} \mathfrak{E}^2 S d.$$

Das Produkt Sd ist das Volumen des kleinen Zylinders; daher folgt für die Energie der Volumeneinheit eines elektrischen Feldes

$$E = \frac{K}{8\pi} \mathfrak{E}^2.$$

55. Die Bewegung von Isolatoren und Leitern in einem elektrischen Feld erfolgt so, daß dessen Energie ein Minimum wird. Wir haben gesehen, daß durch Einbringen eines Mediums der Dielektrizitätskonstante K in ein elektrisches Feld die Feldstärke an dieser Stelle im Verhältnis $1 : K$ abnimmt, d. h. also in dem eingeführten Medium kleiner ist als vorher an dessen Stelle in Luft. Diese Abnahme der Feldstärke konnten wir als von induzierten scheinbaren Flächenbelegungen auf der Oberfläche des eingebrachten Mediums herrührend ansehen. Die Formel des vorigen Paragraphen für die Energie der Volumeneinheit zeigt, daß mit dieser Abnahme der Feldstärke $\mathfrak{E}$ eine Abnahme der Energie in dem von dem Medium eingenommenen Feldteile in gleichem Verhältnis $1 : K$ verbunden ist. In einem elektrischen Felde erfolgt also, vorausgesetzt, daß von außen keine Energiezufuhr stattfindet, stets eine Energieabnahme, wenn ein Körper von größerer Dielektrizitätskonstante in dasselbe eingeführt, oder in ihm von Stellen kleinerer zu Stellen größerer Feldstärke bewegt wird. Nun gilt ganz allgemein in der Physik ein Satz, welcher aussagt, daß solcherlei mit Energieabnahme eines Systems verbundene Bewegungen von selbst einzutreten suchen. Dieser Satz lautet:

Die potentielle Energie eines jeden Systems strebt einem Minimum zu. Ein Stein z. B sucht im

Felde der Schwerkraft so tief wie möglich zu fallen; jedes bewegliche schwere System, z. B. ein Pendel, stellt sich so ein, daß sein Schwerpunkt am tiefsten liegt; eine gespannte Feder sucht die Spannung zu verlieren u. a. m. Die Anwendung dieses Satzes auf das elektrische Feld lautet:

Jeder Leiter oder Isolator sucht sich im elektrischen Felde so zu bewegen, daß dessen Energie ein Minimum wird.

Von diesem Gesichtspunkt aus lassen sich alle Bewegungserscheinungen im elektrischen Felde erklären. Ebenso auch die Erscheinungen der Elektrizitätsverteilung auf Leitern, da auch die Bewegung der Elektrizität selbst diesem Gesetz unterworfen ist.

Dem Gesetz entsprechend bewegt sich in einem Feld ein Körper, der eine größere Dielektrizitätskonstante als die Umgebung besitzt, nach Stellen größter Feldstärke und sucht möglichst viele Induktionslinien in sich aufzunehmen. Ein Körper kleinerer Dielektrizitätskonstante verhält sich umgekehrt. Ein Ebonitkügelchen wird in Luft von einem Konduktor einer Elektrisiermaschine angezogen, in Äther, welcher eine größere Dielektrizitätskonstante als Ebonit besitzt, abgestoßen. Eine an einem Wagebalken aufgehängte Glas- oder Ebonitscheibe wird in den Raum zwischen zwei Kondensatorplatten hineingezogen.

Dagegen erleidet in einem homogenen elektrischen Feld ein Kügelchen eines Isolators keinerlei Bewegungsantrieb, weil durch eine Bewegung der Isolator nicht mehr Induktionslinien in sich aufnehmen könnte.

56. Andere Formulierung dieses Gesetzes: Der dielektrische Widerstand sucht ein Minimum zu werden. Wir betrachten einen aus einem elektrischen Feld herausgegriffenen Zylinder vom Querschnitt S und der Länge l; der Mantel sei aus Induktionslinien gebildet. Der Energiegehalt dieses Zylinders, welcher das Volumen Sl hat, ist

$$E = \frac{K}{8\pi} \mathfrak{E}^2 \cdot Sl.$$

Der Induktionsfluß durch die Endfläche ist $N = K\mathfrak{E}S$.

Eliminiert man mit Hilfe dieses Ausdruckes in der Energieformel die Größe $\mathfrak{E}$, so wird

$$E = \frac{1}{8\pi} \cdot \frac{N^2 l}{KS} = \frac{1}{8\pi} N^2 W,$$

wenn man $\frac{l}{KS} = W$ setzt.

Der obige Ausdruck für die Energie des herausgegriffenen Zylinders erinnert an die Formel für die in einem vom Strom i durchflossenen Draht des Widerstandes w pro sek erzeugte Wärmeenergie. Dieselbe ist durch das Joulesche Gesetz (§ 96) gegeben als:

$$E = i^2 w.$$

In den beiden ähnlichen Ausdrücken entspricht die Stromstärke i dem Induktionsfluß N, der Ohmsche Widerstand w der Größe W. Dieselbe bezeichnet man als dielektrischen Widerstand.

Die Formel, welche den dielektrischen Widerstand des Zylinders darstellt:

$$W = \frac{l}{K \cdot S},$$

entspricht auch dem Ausdruck des Ohmschen Widerstandes eines Drahtes von der Länge l und dem Querschnitt S. Derselbe ist nämlich

$$w = \frac{l}{\varkappa \cdot S},$$

worin $\varkappa$ das elektrische Leitungsvermögen des Drahtmaterials ist. Dem $\varkappa$ entspricht in der Formel für den dielektrischen Widerstand die Dielektrizitätskonstante K, woraus die Berechtigung für den Namen „dielektrisches Leitvermögen“ (siehe § 39) erhellt.

Aus der Beziehung zwischen der elektrischen Energie und dem dielektrischen Widerstand folgt in Verbindung mit dem Satze des vorigen Paragraphen:

Alle Bewegungen, welche in einem elektrischen Felde von selbst stattfinden, sind derart, daß der dielektrische Widerstand ein Minimum wird.

Ein Körper größerer Dielektrizitätskonstante bewegt sich also z. B. nach Stellen größter Induktionsliniendichte, weil er dadurch den dielektrischen Widerstand am meisten verkleinert.

Dritter Abschnitt.

Magnetismus.

57. Natürliche und künstliche Magnete. Der natürlich sich vorfindende Magnetit zeigt oft die Eigenschaft, kleine Eisenstücke anzuziehen. Diese Eigenschaft ist Magnetismus genannt worden. Fig. 31 zeigt einen natürlichen Magneten mit Armatur. Ohne selbst die Eigenschaft zu verlieren, ist der natürliche Magnet fähig, Eisen- oder besonders Stahlstäben dieselbe Eigenschaft zu erteilen. Dadurch, daß man solche Stäbe der Länge nach mit dem Magneten bestreicht, werden sie selbst künstliche Magnete. Ein so behandelter Stab erscheint vorwiegend an den beiden Enden magnetisch, in der Mitte unmagnetisch. Die beiden Enden zeigen polare Unterschiede. Hat man zwei nebeneinander liegende Stäbe in gleicher Weise mit einem Magneten bestrichen, und hängt man sie an Fäden auf, so zeigen Enden, die auf der gleichen Seite lagen, Abstoßung voneinander, Enden, die auf entgegengesetzten Seiten lagen, gegenseitige Anziehung.


Fig. 31.

58. Molekularmagnete. Zwei magnetisierte lange dünne Stahlstäbe wirken so aufeinander, als ob sich in ihren Endpunkten, den sog. Polen, gleiche Mengen zweier entgegengesetzte Wirkung ausübender Agenzien befänden.


Fig. 32.

Die Stahlstäbe sind **polarisiert**; und zwar sind sie es in ihren kleinsten Teilchen. Denn wenn man einen solchen Stahlstab in kleine Stücke zerbricht, so zeigt jedes derselben wieder Polarisation. Dadurch wird man zu der Annahme geführt, daß ein Magnet, ähnlich wie Fig. 32 es zeigt, aus lauter einzelnen Molekularmagneten zusammengesetzt ist, die mit entgegengesetzt polarisierten Enden aneinander stoßen. Solch ein System kleiner Magnete wirkt so, als ob es an zwei entgegengesetzten Enden freien Magnetismus besäße. Im Inneren des Systems heben sich die Wirkungen benachbarter Teilchen nach außen auf.

59. Das Coulombsche Gesetz. Einheit der Polstärke. Coulomb untersuchte mit der Drehwage die Größe der zwischen zwei Polen wirkenden Kraft und fand sie umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung. Außerdem hängt die Größe der Kraft von der Stärke der Magnetisierung ab. Analog zu dem Gesetz für die Anziehung oder Abstoßung zwischen elektrischen Polen kann man die Kraft zwischen den magnetischen Polen der Menge eines magnetischen Agens, welches sich in jedem Pol befinden soll, der Magnetismusmenge oder Polstärke proportional setzen und erhält für diese Kraft das Gesetz:

$$\text{Kraft} = \text{Konst.} \frac{\mathfrak{m} \cdot \mathfrak{m}'}{r^2}.$$

Die Größe der Konstanten hängt ganz davon ab, wie man die Einheit der Magnetismusmenge $\mathfrak{m}$ definieren will.

Man hat es für zweckmäßig befunden, die Konstante in diesem Gesetz gleich der Zahl 1 zu setzen, und hat dadurch eine bestimmte Definition für die Einheit der Magnetismusmenge $\mathfrak{m}$ festgelegt.

Es ist also:

$$\text{Kraft} = \frac{\mathfrak{m} \cdot \mathfrak{m}'}{r^2}$$

und dementsprechend:

Einheit der Magnetismusmenge (oder auch Polstärke genannt) diejenige, welche eine ihr gleiche im Abstand 1 cm mit der Kraft 1 Dyne abstößt.

Dim. [Magnetismusmenge] $= \text{Länge} \sqrt{\text{Kraft}} = m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{3}{2}} t^{-1}$.

60. Die Erde ein Magnet. Nord- und Südmagnetismus. Daraus, daß eine aufgehängte magnetisierte Nadel sich

stets in eine bestimmte Richtung einstellt, ist zu schließen, daß überall auf der Erdoberfläche auf die Pole derselben eine magnetische Kraft ausgeübt wird. Die Erde verhält sich wie ein großer Magnet, dessen Pole nicht weit von den geographischen Polen entfernt sind. Man nennt den Pol eines Stahlstabs, welcher sich nach Norden bewegt, den Nordpol des Stabes, den anderen den Südpol. Der Erdmagnet hat also im geographischen Norden einen Südpol. Wegen der Größe des Erdmagneten ist das Erdfeld für Räume, in denen wir Laboratoriumsmessungen ausführen, als homogen anzusehen.

61. Magnetische Feldstärke. Magnetisches Potential. Da das Grundgesetz des Magnetismus das gleiche wie das der Elektrostatik ist, so können wir alle an dasselbe anknüpfenden Ableitungen und Definitionen ohne weiteres ins magnetische Gebiet übertragen. Dies gilt vor allem für den Begriff des magnetischen Feldes, für die magnetische Feldstärke, das magnetische Potential und ihre Einheiten.

Ein magnetisches Feld $\mathfrak{H}$ hat die Stärke 1, wenn der Magnetpol 1 in ihm die Antriebskraft 1 Dyne erfährt

$$[\text{Feldstärke}] = \frac{\text{Kraft}}{\text{Länge}\sqrt{\text{Kraft}}} = m^{\frac{1}{2}} l^{-\frac{1}{2}} t^{-1}.$$

Ein Punkt in einem magnetischen Feld hat das absolute Potential $V = 1$, wenn die Arbeit 1 Erg erforderlich ist, um den Magnetpol 1 aus dem Unendlichen an den Punkt zu schaffen.

Das magnetische Feld läßt sich in gleicher Weise wie das elektrische durch Kraftlinien und Niveauflächen graphisch veranschaulichen.

Magnetische Feldstärke und Potential sind durch dieselbe Beziehung miteinander verbunden wie die entsprechenden elektrischen Größen; es ist nämlich *die magnetische Feldstärke in beliebiger Richtung gleich der Abnahme des magnetischen Potentials für die Längeneinheit.*

In einem homogenen magnetischen Feld ist die Feldstärke in Richtung der Verbindungslinie zweier Punkte daher gleich der Potentialdifferenz φ dieser Punkte dividiert durch ihre Entfernung

$$\mathfrak{H} = \frac{\varphi}{d}.$$

62. Es gibt keine Leiter für Magnetismus im Sinne von Elektrizitätsleitern. Daher ist die Summe der Polstärken für jeden Magneten Null. Daß die magnetischen Erscheinungen einen ganz anderen Charakter als die elektrischen haben, liegt an dem Umstand, daß Magnetismus sich in keinem Körper durch Leitung ausbreiten kann, wie die Elektrizität es in den Metallen tut. Die Metalle unterscheiden sich in elektrischer Beziehung dadurch von den übrigen Körpern, daß sich in ihnen kein elektrisches Feld im Gleichgewicht halten kann. Etwas derartiges gibt es für den Magnetismus nicht. In allen Körpern kann ein magnetisches Feld im Gleichgewicht sich aufrecht erhalten. Alle Körper verhalten sich im magnetischen Feld wie magnetische Isolatoren.

Eine Folge davon ist, daß auf jedem Körper die Summe aller Magnetismusmengen Null ist, d. h. daß auf jedem Körper sich stets gleich viel Nord- und Südmagnetismus befindet. Der gleiche Satz gilt nämlich bezüglich positiver und negativer Elektrizität nur für Isolatoren. Ein herausgegriffener Teil eines in ein elektrisches Feld gebrachten Isolators ist polarisiert, d. h. enthält an seinen Enden gleich viel + und − Elektrizität. Beliebige Quanten einer Elektrizitätsart sind aber durch Leitung auf Metallkugeln überzuführen, welche dann positive oder negative Elektrizität für sich enthalten. Dies ist für den Magnetismus unmöglich. Es ist für jeden Magneten $\sum \mathfrak{m} = 0$.

Man erkennt dies daran, daß ein Magnet in einem homogenen Magnetfeld, z. B. dem Erdfeld, keine ihn von seinem Platze treibende Antriebskraft erfährt; das Erdfeld wirkt auf $+\mathfrak{m}$ und $-\mathfrak{m}$ im Magneten mit entgegengesetzt gleichen Kräften.

63. Diamagnetische Erscheinungen. Dia-, para- und ferromagnetische Körper. Eine weitgehende Analogie zu den elektrischen Erscheinungen, welche die ganze im Kapitel der Elektrostatik behandelte Faraday-Maxwellsche Anschauung von der Wirkungsweise des Dielektrikums ins Magnetische zu übertragen erlaubt, bildet der Umstand, daß auch auf die Größe der magnetischen Kraft zwischen zwei Magnetpolen das Medium, in welchem sich dieselben befinden, von Einfluß ist. Das Coulombsche Gesetz in seiner Erweiterung auf ein beliebiges

Diamagnetikum lautet folgendermaßen: Es ist die Kraft, welche zwei in einem beliebigen, homogenen Medium befindliche Magnetpole aufeinander ausüben:

$$\text{Kraft} = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{m m'}{r^2} .$$

In dem entsprechenden elektrischen Gesetz steht statt μ die Dielektrizitätskonstante K. K ist für alle Substanzen größer als der Wert Eins, den es für Luft (strenger Vakuum) besitzt; ferner ist K für alle Substanzen, für welche es gemessen worden ist, als unabhängig von der Feldstärke gefunden.

Die Größe μ im magnetischen Gesetz heißt Magnetisierungskonstante, auch Permeabilität, magnetische Leitfähigkeit (W. Thomson) oder Koeffizient der magnetischen Induktion (Maxwell). Sie unterscheidet sich von K zunächst darin, daß ihr Wert für eine Anzahl von Körpern kleiner als der Wert 1 für das Vakuum ist. Diese Körper heißen diamagnetische Körper. Typisches Beispiel eines solchen ist Wismut.

Die Körper, für welche $\mu > 1$, heißen paramagnetische Körper.

Für dia- und paramagnetische Körper ist μ eine nur von der Natur des Körpers abhängige Konstante, unabhängig von den äußeren magnetischen Verhältnissen. Es ist eine Zahl, welche für alle bekannten Körper dieser beiden Klassen dem Wert 1 sehr nahe ist. Die Größe, welche die Dielektrizitätskonstante für verschiedene Körper besitzt, variiert weit mehr.

Es gibt aber noch eine dritte Art von Körpern, für welche μ erstens zum Teil sehr hohe Werte annimmt und ferner auch mit der Intensität des magnetischen Feldes veränderlich ist. Zu dieser Art von Körpern, welche den Namen ferromagnetische Körper führen, gehören vor allem Eisen, Kobalt und Nickel, sowie nach einer neueren Untersuchung gewisse Mangan-Kupferlegierungen. Bei ihnen ist der Name Magnetisierungskonstante für μ nicht mehr angebracht.

Als Beispiel seien hier nur einige Zahlen für eine von Hopkinson untersuchte Probe von Schmiedeeisen angeführt. In schwachem Feld ($\mathfrak{H}$ = ca. 2) zeigte dieselbe einen Wert $\mu = 3000$; in einem Feld von 50 Einheiten war μ nur noch 320; im

starken Magnetfeld von 660 Einh. endlich $\mu = 30$. Trotz dieser in quantitativer Beziehung bestehenden Unterschiede im Verhalten der Körper gegen ein elektrisches und ein magnetisches Feld ist das Verhalten in qualitativer Hinsicht wegen der formalen Übereinstimmung der dasselbe bestimmenden Gesetze in beiden Fällen doch vollkommen gleich. Wir können also die in den §§ 41 ff. angestellten Betrachtungen, soweit sie auf Isolatoren sich beziehen, direkt ins Magnetische übertragen.

64. Magnetische Verschiebung. Wir haben uns also jeden Körper aus kleinsten Teilchen bestehend zu denken, welche gleiche Quanten positiven oder Nord- und negativen oder Südmagnetismus enthalten. Wird der Körper dem Einflusse eines magnetischen Feldes ausgesetzt, so tritt eine Polarisation ein, dadurch daß + und — Magnetismus sich im Teilchen in der Feldrichtung trennen. Ob man dabei eine Bewegung des Magnetismus in den Teilchen oder eine drehende Bewegung der bereits polaren, aber vorher regellos durcheinander liegenden Teilchen anzunehmen hat, ist, was den Effekt, d. h. die Größe der Verschiebung, anlangt, gleichgültig; beide Vorgänge lassen eine gewisse Magnetismusmenge durch jeden Querschnitt des Diamagnetikums hindurchgehen. Die Größe der magnetischen Verschiebung, d. h. die Magnetismusmenge, welche eine zur Kraftlinienrichtung senkrechte Flächeneinheit passiert, ist proportional der magnetischen Feldstärke $\mathfrak{H}$ und der Permeabilität μ, und zwar:

$$Q = \frac{\mu}{4\pi} \cdot \mathfrak{H} = \frac{1}{4\pi} \mathfrak{B}.$$

Das Produkt $\mu \mathfrak{H}$ wird in der Regel mit dem Buchstaben $\mathfrak{B}$ bezeichnet und heißt magnetische Induktion. Es ist der Induktionsfluß oder die Anzahl Induktionslinien durch eine senkrecht zur Feldrichtung stehende Flächeneinheit. Durch eine Fläche S senkrecht zu der Feldrichtung gehen also hindurch:

$$N = \mu \mathfrak{H} S = \mathfrak{B} S \text{ Induktionslinien.}$$

65. Verhalten der Grenzfläche zweier Diamagnetika. Entmagnetisierung. Brechung der Induktionslinien. Die in § 49 ff. angestellten Betrachtungen haben auch bezüglich des Verhaltens der Grenzfläche zweier Medien in einem magnetischen Felde ihre Gültigkeit. Stellt man den Kraftlinien eines

homogenen magnetischen Feldes in Luft (Medium 1) eine Eisenplatte (Medium 2) senkrecht entgegen, so ist, da die Zahl Induktionslinien in beiden Medien die gleiche ist,

$$\mu_1 \mathfrak{H}_1 S = \mu_2 \mathfrak{H}_2 S.$$

Daraus folgt, daß im Eisen die Feldstärke im Verhältnis $\frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{1}{\mu_2}$ kleiner sein muß, als in Luft, daß also ein Sprung der magnetischen Kraft an der normalen Grenzfläche eintritt.

Diese Verminderung kann man ansehen als herrührend von einer magnetischen Flächenbelegung auf der Grenzfläche Eisen gegen Luft. Die Dichte dieser entmagnetisierenden Belegung ist:

$$\sigma = \frac{\mathfrak{H}}{4\pi} \frac{1-\mu}{\mu}.$$

Wird ein Körper so in ein Magnetfeld gebracht, daß seine Oberfläche überall parallel zu den Kraftlinien des ursprünglichen Feldes ist, er also nirgends von denselben geschnitten wird, so sind analog dem elektrischen Fall § 49, Fig. 26, die Feldstärken im Eisen und in der Luft gleich. Die Induktionslinien im Eisen sind dann im Verhältnis $\mu_2 : \mu_1 = \mu_2 : 1$ dichter. Wie dieser Fall realisiert werden kann, wird im Kapitel Elektromagnetismus behandelt werden.

Bei beliebiger Orientierung der Grenzfläche zwischen den Medien gilt der allgemeine Satz: Bei dem Übergang aus einem Medium in das andere bleibt die Tangentialkomponente der Feldstärke stetig ($\mathfrak{H}_1{}^t = \mathfrak{H}_2{}^t$), die Normalkomponente $\mathfrak{H}^n$ erleidet einen Sprung, derart, daß $\mathfrak{H}_1{}^n \mu_1 = \mathfrak{H}_2{}^n \mu_2$ ist.

Die Normalkomponente der magnetischen Induktion bleibt also stetig.

Diesem Satze zufolge findet an der Grenzfläche eine Brechung der Induktionslinien statt, für welche das Tangentengesetz des § 52 gilt:

$$\operatorname{tang} \alpha_1 : \operatorname{tang} \alpha_2 = \mu_1 : \mu_2.$$

66. Schirmwirkung des Eisens. Wegen der sehr hohen Permeabilität des weichen Eisens findet bei dem Übergang aus Luft in Eisen schon bei wenig schiefem Einfall eine sehr starke Brechung statt. Darauf beruht die starke Schirmwirkung eines

Eisenringes. In den Raum innerhalb des Ringes können nur wenige Induktionslinien treten. (Fig. 33.)

Diese Eigenschaft des Eisens wird benutzt, um die Kraftlinien magnetischer Störungen von den empfindlichen Galvanometern fernzuhalten. Man umgibt die Galvanometer mit Ringen, welche aus Eisendrähten mit hoher Permeabilität hergestellt sind. Neuerdings werden von Siemens & Halske die Panzergalvanometer in den Handel gebracht, welche nach Angaben der Herren Du Bois und Rubens gebaut sind. Die große Störungsfreiheit dieser Galvanometer beruht darauf, daß Spulen und Magnetsystem in einen aus zwei konzentrischen Kugeln weichen Eisens bestehenden Panzer eingebaut sind (s. § 133).



Fig. 33.

67. Induzierter Magnetismus. Ein Stück Eisen erscheint, in ein magnetisches Feld gebracht, infolge der Polarisation seiner kleinsten Teilchen an den Ein- und Austrittstellen der magnetischen Induktionslinien mit scheinbarer magnetischer Belegung, d. h. mit induziertem Magnetismus versehen, der an den Eintritt- und Austrittstellen der Induktionslinien entgegengesetztes Vorzeichen hat. Die Anzahl ein- und austretender Induktionslinien, damit die Größe der positiven und negativen Belegung, sind gleich.

68. Remanenter Magnetismus. Entfernt man das Stück Eisen aus dem Magnetfeld, so zeigt sich eine Erscheinung, welche an Dielektrizis nicht bekannt ist. Während nämlich jeder Isolator seine Polarisation sofort bei Verschwinden des induzierenden elektrischen Feldes verliert (manche Isolatoren allerdings sofort nur bis zu einem gewissen kleinen Rückstand, welcher aber auch sehr bald vergeht), behält das Eisen einen Teil seiner Polarisation dauernd bei. Dieser Teil hat bei verschiedenen Eisensorten verschiedene Größe, ist besonders groß für Stahl, sehr gering für sehr weiches Eisen. Er ist nur bei

ferromagnetischen Körpern beobachtet und heißt remanenter Magnetismus. Jeder permanente Magnet, auch der Magnetstein, verdankt seinen Magnetismus dieser Erscheinung.

69. Die Induktionslinien jedes magnetischen Feldes sind in sich geschlossene Kurven. Was von den Induktionslinien des induzierten Magnetismus gilt, gilt natürlich auch von denen des remanenten Magnetismus. Die Anzahl der aus- und die der eintretenden Induktionslinien sind für einen permanenten Magneten wie für jeden magnetisierten Raumteil gleich. Das ist im Induktionslinienbilde ausgedrückt dasselbe, was in § 62 als der Satz ausgesprochen war, daß die Summe der Magnetismusmengen für jeden Magneten oder Teil eines Magneten Null ist.

Wenn wir also einen Magnetstab in Luft haben, so muß für jede geschlossene Fläche, welche man durch ihn oder in seiner Umgebung konstruiert denken kann, die Anzahl der eintretenden gleich der Anzahl der austretenden Induktionslinien sein. Daraus folgt, wie leicht einzusehen, daß jede den Magneten verlassende Induktionslinie wieder in ihn zurückkehren und sich innerhalb desselben schließen muß. Jede magnetische Induktionslinie ist eine in sich geschlossene Kurve. Es gibt nirgends freie Enden von magnetischen Induktionslinien, daher nirgends eine wahre Magnetismusmenge.

Dies ist der bereits vorher erwähnte Unterschied von elektrischen Induktionslinien, welche freie Enden auf Leitern haben, die dann ihrerseits wahre elektrische Ladungen besitzen.

70. Vieldeutigkeit des magnetischen Potentials. Das Geschlossensein der magnetischen Induktionslinien hat zur Folge, daß wir das Potential an einer Stelle P des Feldes eines Stabmagneten nicht mehr als eindeutig ansehen können, wenn wir den Raum im Inneren des Magneten nicht von der Betrachtung vollständig ausschließen. Das Potential in P war definiert als Arbeit V, welche nötig ist, um die Magnetismusmenge $+1$ aus dem Unendlichen nach P zu bringen. Der Weg war dabei völlig gleichgültig. Nun kann ich mir aber z. B. $\mathfrak{m} = +1$ nach P gebracht, dann wieder aus P entfernt und auf geschlossener Bahn wieder nach P zurückgebracht denken. Auch die hierauf verwendete Arbeit muß gleich V sein, wenn das

Potential in P ein eindeutig bestimmtes sein soll. Dies ist auch der Fall, sobald man nur nicht die geschlossene Bahn teilweise innerhalb des Magneten verlaufen läßt. Solange die geschlossene Kurve außerhalb desselben liegt, verschwindet die für die Bewegung längs derselben nötige Arbeit.

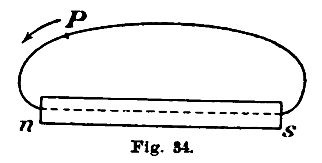


Fig. 34.

Um die Magnetismusmenge $+1$ von P aus längs einer geschlossenen Induktionslinie wieder nach P zu schaffen, hat man bei Bewegung in der Pfeilrichtung (Fig. 34) eine gewisse Arbeit zu leisten; denn überall geschieht die Bewegung gegen die magnetische Kraft, welche außen vom Nord- nach dem Südpol, innerhalb des Magneten aber vom Süd- nach dem Nordpol gerichtet ist.

Wie aus der Fig. 35 ersichtlich ist, laufen an der Grenze Eisen—Luft unmittelbar benachbarte Induktionslinien in den beiden Medien in entgegengesetzter Richtung. Solche Stellen, an welchen die Induktionslinien, wie man sagt, wirbeln, muß man von der Betrachtung ausschließen, wenn man von einem eindeutig bestimmbaren Potential eines Ortes reden will. Für einen Magnetstab ist, wenn φ das Potential an einem Punkt in seiner Nähe bei Ausschluß des vom Magneten eingenommenen Raumes aus der Betrachtung ist, das Potential mit Berücksichtigung dieses Raumes

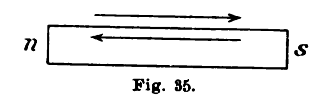


Fig. 35.

$$\varphi' = \varphi + nA,$$

wo n eine ganze Zahl und A die Arbeit ist, welche bei Bewegung der Magnetismusmenge $+1$ längs einer geschlossenen Induktionslinie geleistet wird.

A heißt die magnetomotorische Kraft des Magnetkreises.

In der Elektrostatik kennt man keine geschlossenen Induktionslinien. Alle Induktionslinien enden frei auf Leitern. Den Fall geschlossener elektrischer Kraftlinien kennt man nur in der Lehre von der bewegten Elektrizität, in Form der geschlossenen elektrischen Ströme. Diese bieten ein ähnliches

Bild dar, wie das eben besprochene magnetische. Sind + und — Pol eines galvanischen Elements durch einen Draht verbunden, so fließt positive Elektrizität in der Pfeilrichtung, außerhalb des Elements von + nach —, innerhalb desselben von — nach +. Um gegen die Pfeilrichtung (Fig. 36) die Elektrizitätsmenge + 1 von P längs des geschlossenen Kreises wieder nach P zu bringen, ist eine gewisse Arbeitsmenge E nötig, bei umgekehrter Bewegung, also in der Pfeilrichtung, wird sie geliefert. Das elektrische Potential V' in P ist daher vieldeutig, es ist auch hier



Fig. 36.

$$V' = V + nE.$$

E heißt hier die elektromotorische Kraft des Stromkreises.

71. Magnetische Energie. Die Betrachtungen der §§ 54 ff. über die elektrische Energie lassen sich ganz ohne weiteres ins Magnetische übertragen. Ein magnetisches Feld der Intensität $\mathfrak{H}$ in einem Medium der Permeabilität μ besitzt pro Volumeneinheit die magnetische Energie:

$$T = \frac{\mu}{8\pi} \mathfrak{H}^2.$$

Jede von selbst eintretende Bewegung im magnetischen Felde geschieht so, daß die Energie des Feldes ein Minimum wird. Analog § 56 kann man diesen Satz auch so aussprechen, daß jede Bewegung so vor sich geht, daß der magnetische Widerstand möglichst klein wird.

Der magnetische Widerstand ist für einen aus dem Felde herausgegriffenen Zylinder der Länge l und des Querschnitts S definiert als:

$$W = \frac{l}{\mu S}.$$

Er ist um so kleiner, je größer die Permeabilität oder die „magnetische Leitfähigkeit" des Materials ist. W ist sehr klein in weichem Eisen. Daher sucht sich in Luft ein Eisenstück nach Stellen zu bewegen, wo die Induktionsliniendichte groß ist, es wird von einem Magneten angezogen. Ein diamagnetischer Körper sucht sich nach Stellen kleinerer Kraftliniendichte


Fig. 37.

zu bewegen, wird daher von einem Magneten abgestoßen (Wismut). Um die Abstoßung eines Wismutstückchens von einem Magnetpol zu zeigen, muß dieser sehr kräftig sein. Man nimmt dazu einen starken Elektromagneten und hängt an einem längeren Faden ein Wismutstückchen dicht vor dessen einem Pol auf. Bei Stromschluß sieht man die Abstoßung. Ebenso suchen sich die Induktionslinien in festruhendem Material so zu verteilen, daß der magnetische Widerstand eines geschlossenen Induktionslinienbündels möglichst gering wird. Der Induktionslinienverlauf eines offenen Hufeisenmagneten ist etwa der in Fig. 37 dargestellte. Man erhält eine solche Figur, wenn man einen Hufeisenmagneten dicht unter ein Blatt Papier legt, auf welchem sich gleichmäßig verstreute Eisenfeilspäne befinden, und das Papier durch Klopfen erschüttert. Die Eisenteilchen ordnen sich dann längs der Induktionslinien zusammen. Eine große Anzahl von Induktionslinien verlaufen in einem weiten Bogen, es findet eine noch erhebliche Streuung von Induktionslinien statt. Diese wird fast vollständig aufgehoben, wenn ein Anker weichen Eisens vor den Magneten gelegt wird. Dann verlaufen fast alle Induktionslinien in dem nunmehr geschlossenen magnetischen Kreise. Die Streuung ist um so größer, je offener der Eisenkörper ist, und wird um so kleiner, je mehr sich die Form des Eisenkörpers dem geschlossenen Kreis nähert. Große Streuung besitzt ein Magnetstab, er wirkt auf relativ große Entfernung magnetisch; sehr viel geringer ist die Streuung eines sog. Hufeisenmagneten. Fig. 38 zeigt einen aus mehreren Stahllamellen zusammengesetzten Magneten dieser Form. Fig. 39 zeigt den wie in Fig. 37 erhaltenen Induktionslinienverlauf


Fig. 38.


Fig. 39

eines kurzen Stabmagneten. Fig. 40 und 41 sind ähnlich mit Eisenfeilicht erhaltene Figuren, wobei nur die Pole sich dicht am Papier befanden, die Magnete in ihrer Längsausdehnung senkrecht zur Zeichnungsebene standen; Fig. 40 ein Pol eines Stabmagneten, Fig. 41 die beiden Pole eines Hufeisenmagneten.



Fig. 40.

Ein geschlossener Eisenring, welcher längs seiner kreisförmigen Achse magnetisiert ist, streut überhaupt nicht; er erscheint nach außen völlig unmagnetisch. Magnetische Störungen an einem Orte sind besonders von offenen magnetischen Kreisen zu befürchten.

Mit der geringen Streuung der geschlossenen magnetischen Kreise Hand in Hand geht der weitere Vorteil derselben, daß für eine gegebene erzeugbare magnetische Feldstärke der erreichbare Wert der Induktion im geschlossenen Eisenkreis sehr viel höher liegt als in einem offenen Eisenkörper. Nehmen wir an, wir hätten ein Magnetfeld in Luft erzeugt, welches durch ein Bündel ringförmig geschlossener Induktionslinien charakterisiert ist. Man kann dies, wie später gezeigt werden wird, mit Hilfe ringförmig geschlossener Solenoide. Bringt man in das Feld einen Eisenring, dessen Oberfläche



Fig. 41.

überall parallel zu den Induktionslinien ist, so ist nach § 65 die Feldstärke im Eisen die gleiche, die Induktion und damit die Dichte der Induktionslinien daher μ-mal so groß. Dies ist nicht der Fall, wenn der Eisenring nicht geschlossen ist. Die auf den Endflächen induzierten magnetischen Belegungen wirken im Inneren des Eisens entmagnetisierend (§ 65). Unter Verwendung des Begriffs des magnetischen Widerstandes kann man dies dadurch erklären, daß im Falle des vollkommen das Feld ausfüllenden, geschlossenen Eisenringes der nunmehr μ-mal kleinere magnetische Widerstand bei gleichbleibender Feldstärke und damit magnetomotorischer Kraft (§ 70) den Induktionsfluß μ-mal größer macht, wie ein μ-mal kleinerer galvanischer Widerstand bei gleichbleibender elektromotorischer Kraft den galvanischen Strom μ-mal größer machen würde.

72. Pole eines Magneten. Es ist eine experimentelle Erfahrung, daß im Falle sehr langer, dünner, gleichmäßig magnetisierter Eisenstäbe die magnetischen Belegungen als an den Enden der Stäbe konzentriert angesehen werden können. Die Enden werden Pole genannt. Nur in ihnen treten also die magnetischen Induktionslinien ein und aus. Allgemein ist dies aber nicht der Fall. Bei kürzeren und dickeren Stäben ist über die ganze Oberfläche hin scheinbare magnetische Belegung vorhanden; auch an der seitlichen Oberfläche treten mehr oder weniger Induktionslinien ein und aus. Für solche Stäbe ist die obige Definition für Pol daher nicht mehr anwendbar, und es bedarf einer neuen, erweiterten. Man denke sich einen solchen Magneten in ein homogenes Magnetfeld gebracht. Dann wird jedes Teilchen Nordmagnetismus einen Antrieb in Feldrichtung, jedes Teilchen Südmagnetismus einen solchen in entgegengesetzter Richtung erfahren. Alle Kräfte, welche auf eine Magnetismusart wirken, setzen sich wie die auf einen Körper wirkende Schwerkraft zu einer Resultierenden zusammen, welche in dem sog. „Mittelpunkt der parallelen Kräfte“ angreift. Diese Mittelpunkte für den positiven und den negativen Magnetismus heißen Nord- bezw. Südpol.

73. Das magnetische Moment eines Magneten $\mathfrak{M}$ wird das Produkt aus der Polstärke $\mathfrak{m}$ (d. h. Magnetismusmenge eines Pols) und dem Abstand l der Pole genannt. $\mathfrak{M} = \mathfrak{m} \cdot l$.

Da die Kraft, welche auf den Pol $\mathfrak{m}$ im Magnetfeld 1 ausgeübt wird, gleich $\mathfrak{m}$ Dynen ist, so ist das Moment $\mathfrak{M}$ das Drehungsmoment, welches der Magnet im Felde 1 erfährt, wenn seine Achse, d. h. die Verbindungslinie seiner Pole, senkrecht zur Feldrichtung ist. Um die Richtung der Achse eines Magneten im Raume festzulegen, nennen wir + Richtung derselben die Verbindungslinie vom Süd- nach dem Nordpol hin. Das Moment hat dieselbe Richtung.

74. Intensität der Magnetisierung $\mathfrak{J}$ nennt man bei einem Magneten das auf die Volumeneinheit bezogene magnetische Moment desselben. $\mathfrak{J}$ ist eine gerichtete Größe, deren Richtung mit der des Moments zusammenfällt.

Für einen gleichförmig, d. h. mit parallelen Induktionslinien magnetisierten Körper, bei welchem die Induktionslinien an ebenen Flächen ein- und austreten, hat die Intensität der Magnetisierung noch eine andere Bedeutung. Sie ist nämlich numerisch gleich der Flächendichte der scheinbaren magnetischen Belegung. Solcher Art magnetisierte Körper sind ein im Verhältnis zu seinem Querschnitt langer Magnet und eine unendlich ausgedehnte, senkrecht zu ihrer Begrenzungsebene magnetische Platte. Haben die Endflächen eines solchen Magneten die Größe S und den Abstand l, und ist die Flächendichte ihrer scheinbaren magnetischen Ladung σ, so ist das Moment

$$\mathfrak{M} = S\sigma l.$$

Daher die Intensität der Magnetisierung:

$$\mathfrak{J} = \frac{\mathfrak{M}}{v} = \frac{S\sigma l}{v} = \frac{S\sigma l}{Sl} = \sigma.$$

75. Beziehungen zwischen Feldstärke, Induktion und Intensität der Magnetisierung. Die Betrachtungen dieses Paragraphen gelten teilweise nur für gleichförmig magnetisierte Körper. In diesen fallen Intensität der Magnetisierung und Induktion mit der Feldstärke in eine Richtung. Eine unendlich große Platte, welche senkrecht den Kraftlinien eines Feldes in den Weg gestellt wird, sowie ein langer, dünner Zylinder, dessen Achse parallel den Kraftlinien ist, werden in einem homogenen Magnetfeld gleichförmig magnetisiert.

Die Betrachtungen des § 49 können auf diese Fälle direkt

übertragen werden. Wird z. B. die Platte in ein magnetisches Feld $\mathfrak{H}'$ normal eingeführt, so ist die Feldstärke $\mathfrak{H}$ in ihrem Inneren gegeben durch die Beziehung, welche ausdrückt, daß die magnetische Induktion in Luft und Eisen gleich sind:

$$\mathfrak{B} = 1 \cdot \mathfrak{H}' = \mu \mathfrak{H}.$$

Die Schwächung des Feldes auf den μ-ten Teil kann man ansehen als herrührend von einer Flächenbelegung, deren Dichte nach §§ 50 und 65 gegeben ist durch

$$\sigma = \frac{\mathfrak{H}'}{4\pi} \cdot \frac{1-\mu}{\mu}.$$

Das Feld, welches die induzierte Flächendichte im Eisen hervorruft, ist von der + Ladung nach der — Ladung gerichtet. Da man die positive Richtung der Intensität der Magnetisierung $\mathfrak{J}$ von der — Ladung durch das Eisen nach der + Ladung rechnet, so hat man bei dem Ersatz von σ durch $\mathfrak{J}$ das Vorzeichen zu wechseln, $\sigma = -\mathfrak{J}$ einzusetzen. Es ist also, wenn man noch $\mathfrak{H}'$ durch $\mu\mathfrak{H}$ ersetzt:

$$-\mathfrak{J} = \frac{\mathfrak{H}}{4\pi}(1-\mu)$$

$$-4\pi\mathfrak{J} = \mathfrak{H} - \mu\mathfrak{H} = \mathfrak{H} - \mathfrak{B},$$

daher:

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{H} + 4\pi\mathfrak{J}.$$

Auch für das Verhältnis $\mathfrak{J} : \mathfrak{H}$ der Intensität der Magnetisierung zur Stärke des die Magnetisierung erzeugenden Feldes hat man eine Benennung eingeführt, indem diese Größe mit dem Buchstaben k bezeichnet und „magnetische Suszeptibilität“ genannt wird. Auch sie ist eine für das Material charakteristische Größe. Wir haben also die Beziehungen:

$$\mathfrak{B} = \mu\mathfrak{H},$$

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{H} + 4\pi\mathfrak{J},$$

$$\mathfrak{J} = k\mathfrak{H}.$$

Aus ihnen folgt die Beziehung zwischen der Permeabilität μ und der Suszeptibilität k:

$$\mu = 1 + 4\pi k.$$

76. Die Magnetisierung der ferromagnetischen Körper. In § 63 war es bereits als ein Charakteristikum der ferromagnetischen Körper gekennzeichnet worden, daß für sie μ

keine Konstante ist, sondern von der magnetischen Feldstärke abhängt. Eine Kurve, welche die Induktion 𝔅 in Eisen in ihrer Abhängigkeit von der Feldstärke ℌ darstellt, ist daher nicht, wie bei para- und diamagnetischen Körpern und wie in allen Körpern bezüglich derselben elektrischen Größen, eine gerade Linie, sondern hat eine gekrümmte Gestalt. Fig. 42 zeigt eine solche Kurve, welche den Verlauf der Induktion 𝔅

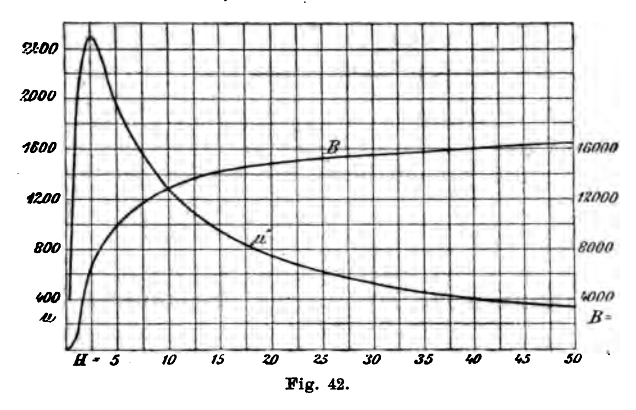


Fig. 42.

in Eisen darstellt, wenn dasselbe in zuerst unmagnetischem Zustande einer immer stärkeren magnetischen Kraft ℌ unterworfen wird. Die Einheit der Ordinate ist in der Figur ca. hundertmal größer als die der Abszisse. Für kleine ℌ, bis etwa ℌ = 0,02 abs. Einh., ist die Kurve eine gerade Linie. Es ist dies in der Figur nicht deutlich zu erkennen und würde in einer Zeichnung, in welcher 𝔅 und ℌ in gleichem Maßstabe aufgetragen sind, besser sichtbar sein. Die Geradlinigkeit des Kurventeils bis ℌ = 0,02 zeigt, daß bis zu diesem Werte von ℌ die Induktion 𝔅 der Feldstärke ℌ proportional, d. h. μ eine von der Feldstärke unabhängige Konstante ist (ca. gleich 300). Bei größer werdendem ℌ steigt die Kurve rasch an und der Wert von μ erreicht außerordentlich hohe Werte. (Bis 3000 und mehr. Die in der Figur mitgezeichnete Kurve für μ zeigt für die betreffende Eisenprobe den größten Wert $\mu = 2500$ bei ℌ = 2,5 C. G. S.) Bei weiter wachsender Feldstärke wird μ aber wieder kleiner, und die Kurve für 𝔅 beginnt wieder flacher zu werden, um bei sehr großen Werten der Feldstärke wieder zu einer geraden Linie zu werden, welche, wenn Ordinate und

Abszisse gleichen Maßstab haben, mit den Achsen einen Winkel von 45^0 bildet. Dies heißt, daß für diesen Teil der Kurve zwischen $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{H}$ die Beziehung besteht:

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{H} + \text{Konst.}$$

Im vorigen Paragraphen war aber die Beziehung abgeleitet:

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{H} + 4\pi\mathfrak{J}.$$

Ein Vergleich beider Formeln zeigt, daß für sehr große Feldstärken die Intensität der Magnetisierung $\mathfrak{J}$ konstant wird, mit der Feldstärke nicht mehr zunimmt. Man sagt in diesem Fall, daß das Eisen „gesättigt“ ist. Die Feldstärke, welcher Eisen auszusetzen ist, um es bis zur Sättigung zu magnetisieren, ist mit der Sorte veränderlich. Sie beträgt für weiches Eisen ca. 2000 C. G. S. Für Stahl ist sie bedeutend größer, indem sie bis 10000 und mehr betragen kann.

77. Magnetische Hysteresis. Remanenz. Koerzitivkraft. Bezüglich der Veränderlichkeit von μ mit der Feldstärke zeigen die ferromagnetischen Körper noch eine weitere sehr bemerkenswerte Eigenschaft, welche Hysteresis genannt wird. Die Permeabilität hängt nämlich nicht nur von dem jeweiligen Werte der Feldstärke, sondern auch davon ab, welchen Wert die Feldstärke vorher gehabt hat. Dies äußert sich darin, daß für den gleichen Wert der Feldstärke $\mathfrak{H}$ die Induktion $\mathfrak{B}$ einen verschiedenen Wert hat, je nachdem die Feldstärke vorher größer oder kleiner war; und zwar hat $\mathfrak{B}$ einen größeren oder kleineren Wert, je nachdem man sich dem Werte $\mathfrak{H}$ der Feldstärke von oben oder unten nähert. Demzufolge stellt sich die Abhängigkeit der Induktion von der Feldstärke in Form der in Fig. 43 gezeichneten Kurve dar. Ist das Eisen zunächst unmagnetisch so steigt die Induktion mit wachsender Feldstärke gemäß der bereits in Fig. 42 angegebenen Kurve, der sog. jungfräulichen Kurve A in Fig. 43, an. Läßt man nun die Stärke des magnetisierenden Feldes wieder allmählich bis Null sinken (durch Entfernen eines das Feld erzeugenden permanenten Magneten oder, wie es meist geschieht, durch Schwächen des Stromes in einer Magnetisierungsspule), so ändert sich $\mathfrak{B}$ gemäß dem über der jungfräulichen Kurve liegenden Kurvenstück MRK. Es ist also, auch wenn die magnetisierende Feldstärke $\mathfrak{H}$ den

Wert Null angenommen hat, die Induktion $\mathfrak{B}$ nicht auf Null gesunken, sondern hat den Betrag OR, welcher die „Remanenz“ genannt wird. Um die Induktion $\mathfrak{B}$ auf Null zu bringen, ist eine gewisse negative Feldstärke nötig, welche durch OK dar-

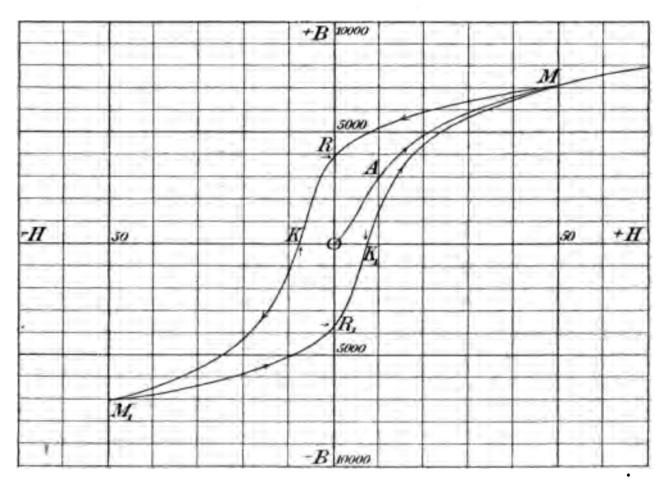


Fig. 43.

gestellt wird und Koerzitivkraft heißt. Wächst die Feldstärke negativ bis 50 C. G. S. an, so gibt KM_1 den Verlauf von $\mathfrak{B}$ an. Läßt man $\mathfrak{H}$ jetzt allmählich von dem negativen Wert 50, welchem in Fig. 43 die Induktion 7000 C. G. S. entspricht, auf den positiven Wert 50 wachsen, so verläuft die Induktion auf dem durch die Kurve $M_1 R_1 K_1 M$ gekennzeichneten Wege.

Wenn man also ein Eisenstück einem magnetischen Kreisprozeß unterwirft, so beschreibt die Induktion eine geschlossene Kurve, welche die Hysteresisschleife genannt wird.

Anstatt als Ordinate die Induktion $\mathfrak{B}$ zu wählen, kann man auch die Intensität der Magnetisierung J als Funktion der Feldstärke $\mathfrak{H}$ aufzeichnen. Die so erhaltene Kurve ist für kleine Feldstärken der obigen durchaus ähnlich. Zwischen $\mathfrak{B}$ und J besteht die Beziehung:

$$J = \frac{\mathfrak{B} - \mathfrak{H}}{4\pi}.$$

Da für kleine Feldstärken in Eisen $\mathfrak{B}$ sehr groß gegen $\mathfrak{H}$ ist,

so ist angenähert $J = \frac{\mathfrak{B}}{4\pi}$ die Intensität der Magnetisierung der Induktion also angenähert proportional.

Für große Feldstärken, welche dem Sättigungszustand entsprechen, ist $J =$ Konst. Die J, $\mathfrak{H}$-Kurve verläuft dann der $\mathfrak{H}$-Achse parallel, während die $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{H}$-Kurve unter 45^0 gegen die Koordinatenachsen geneigt ist, wenn $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{H}$ in gleichem Maßstab aufgetragen werden.

Die $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{H}$-Kurve mit gleichem Maßstab von $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{H}$ zu zeichnen, ist wegen der viel größeren Werte von $\mathfrak{B}$, man kann sagen, unmöglich. Von der Firma Siemens & Halske ist ein Vorschlag einheitlicher Darstellung ausgegangen, nach welchem die Kurven so gezeichet werden sollen, daß für die Ordinate $\mathfrak{B}$ ein Millimeter = 100 C. G. S., für die Abszisse $\mathfrak{H}$ ein Millimeter = $\frac{1}{2}$ C. G. S. ist.

Man kann die Erscheinung der Hysteresis dahin deuten, daß das Eisen mit einer gewissen Zähigkeit seinen magnetischen Zustand beizubehalten sucht, und daß man eine gewisse Kraft aufwenden muß, um diesen Widerstand gegen eine magnetische Änderung zu überwinden. Der Unterschied im Verlauf der aufsteigenden (unteren) und abfallenden (oberen) Kurve und damit der Inhalt der Hysteresisschleife, sowie die Remanenz und die Koerzitivkraft sind groß bei Stahl, klein bei weichem Eisen. Durch Temperaturwechsel, durch Erschütterungen, sowie durch den Einfluß magnetischer Wechselfelder wird der Inhalt der bei einem magnetischen Kreisprozeß beschriebenen Hysteresisschleife geringer.

Wünscht man sich einen kräftigen permanenten Magneten herzustellen, so setzt man einen Stahlstab großer Remanenz einem kräftigen magnetischen Feld (einer Magnetisierungsspule) aus. Für meßtechnische Zwecke braucht man permanente Magnete, welche durch Erschütterungen oder geringere Temperaturschwankungen nicht beeinflußt werden. Einen solchen konstanten permanenten Magneten stellt man sich her, indem man den magnetischen Stahlstab längere Zeit hindurch heftig erschüttert und Temperaturwechseln aussetzt. Der remanente Magnetismus sinkt dabei zwar auf einen niedrigen Betrag herab; der Wert der Magnetisierung mancher Stahlsorten kann auf diese Weise aber

so konstant erhalten werden, daß ein solcher Magnet für Präzisionsmeßinstrumente, für welche absolute Konstanz erforderlich ist, benutzt werden kann. Man nennt diese forcierte Behandlung des Magneten „künstliches Altern“.

Über experimentelle Bestimmung von Hysteresiskurven siehe später.

78. Erdmagnetismus. Das magnetische Feld der Erde kann innerhalb eines gewissen nicht zu großen Bereiches als homogen angesehen werden. Seine Kraftlinien verlaufen im allgemeinen schräg gegen die Oberfläche der Erde. Die Vertikalebene durch die Richtung des Erdfeldes an einem Orte nennt man den „magnetischen Meridian“ dieses Ortes. Der spitze Winkel zwischen dem magnetischen und dem astronomischen Meridian heißt Deklination. Eine aufgehängte, d. h. sich um eine vertikale Achse drehende Magnetnadel stellt sich in den magnetischen Meridian ein; ihr Nordende zeigt also nicht nach dem geographischen Norden, sondern weicht von der Stellung, in welcher sie dies tun würde, um den Deklinationswinkel ab. Ist die Nadel außer um eine vertikale noch um eine horizontale Achse drehbar, so stellt sie sich in die Richtung des Erdfeldes ein, ihre Achse bildet dann mit der Horizontalebene einen gewissen Winkel; der spitze Winkel wird Inklination genannt,

Die Intensität des erdmagnetischen Feldes ist um den Inklinationswinkel i gegen die Horizontale geneigt. Auf eine aufgehängte oder auf einer vertikalen Spitze ruhende Magnetnadel wirkt daher als eine dieselbe in die Meridianstellung treibende Kraft nicht die totale Intensität T, sondern nur deren horizontale Komponente H, welcher man den Namen Horizontalintensität des Erdmagnetismus gegeben hat. Es ist

$$H = T \cos i.$$

Ist V die Vertikalkomponente der erdmagnetischen Feldstärke, so ist $V = T \sin i$, daher:

$$\operatorname{tang} i = \frac{V}{H}.$$

Die experimentelle Bestimmung der Deklination geschieht mit einem Kompaß, auf dessen horizontalem Teilkreis der astronomisch ermittelte Meridian markiert ist. Die Bestimmung

der Inklination erfolgt mit Hilfe des Inklinatoriums (Fig. 44), dessen Teilkreis in den magnetischen Meridian zu stellen ist. Bei beiden Bestimmungen muß man sich durch Umlegen der Nadel von dem Fehler frei machen, welcher dadurch entstehen kann, daß die Magnetnadel nicht symmetrisch magnetisiert ist, und ihre magnetische Achse daher nicht mit der geometrischen zusammenfällt. Bei der Inklinationsbestimmung ist außerdem ein Vertauschen der Pole durch Ummagnetisieren nötig, da die Drehungsachse häufig nicht genau durch den Schwerpunkt der Nadel geht. Durch Mittelnehmen aus allen Ablesungen erhält man den richtigen Wert.

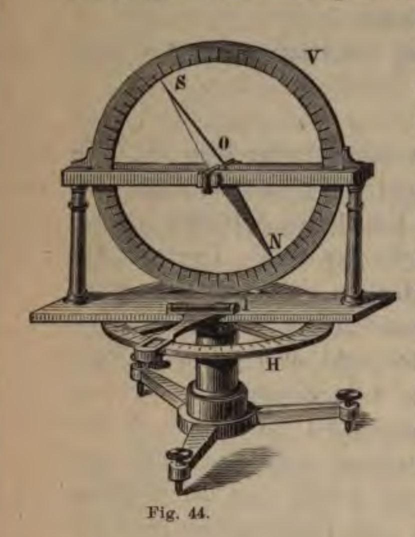


Fig. 44.

79. Die Ermittelung der Horizontalintensität H nach der Gaußschen Methode erfolgt in zwei nacheinander auszuführenden Versuchen, welche man als Schwingungsversuch und als Ablenkungsversuch bezeichnet.

1. Bei dem Schwingungsversuch wird die Schwingungsdauer eines aufgehängten Magnetstabes gemessen. Ist die Torsionskraft des Aufhängedrahtes zu vernachlässigen, so wirkt bei beliebigem Winkel φ, welchen die magnetische Achse mit der Richtung des Erdfeldes bildet, auf jeden der Pole n, s mit den Polstärken $\pm \mathfrak{m}$ die Kraft $\mathfrak{m}H$ in der Erdfeldrichtung. Drehend wirkt davon (Fig. 45) nur die senkrecht zur Magnetachse gerichtete Komponente $\mathfrak{m}H \sin \varphi$, und zwar ist das Drehungsmoment für jeden Pol gleich Kraft $\times$ Hebelarm, also gleich $\mathfrak{m}H \sin \varphi \cdot \frac{l}{2}$, daher das Gesamtdrehungsmoment gleich $\mathfrak{m}\, l H \sin \varphi = \mathfrak{M} H \sin \varphi$, wo $\mathfrak{M}$ das magnetische Moment des Stabes ist. Wenn also ein torsionsfrei aufgehängter Magnet aus

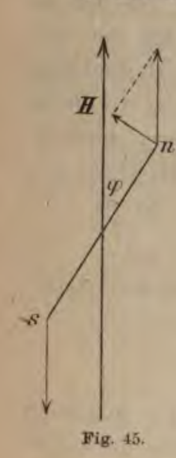


Fig. 45.

seiner Gleichgewichtslage, d. h. der Erdfeldrichtung, herausgedreht wird, so wirkt auf ihn ein rücktreibendes Drehungsmoment $\mathfrak{M} H \sin \varphi$, ein Drehungsmoment also, welches dem sin des Ablenkungswinkels proportional ist. Ein solches Drehungsmoment erfährt z. B. auch ein physikalisches Pendel. Die Anwendung der Theorie desselben ergibt, daß der erst abgelenkte, dann sich selbst überlassene Magnet Schwingungen um seine Gleichgewichtslage ausführt, deren Schwingungsdauer ist:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{\mathfrak{M} H}},$$

wenn J das Trägheitsmoment des Magnetkörpers in bezug auf die Drehungsachse bedeutet. Da J leicht berechnet oder experimentell bestimmt werden kann, so erhält man durch Messung der Schwingungsdauer Kenntnis des Produktes

$$\mathfrak{M} H = \frac{4\pi^2 J}{T^2}.$$

2. Durch den Ablenkungsversuch bestimmt man den Quotienten $\frac{\mathfrak{M}}{H}$. Man läßt den eben benutzten Magneten nunmehr in fester Ost-Westlage (Fig. 46) aus einiger Entfernung auf eine sehr kurze Kompaßnadel ablenkend wirken (I. Hauptlage). Ist $\mathfrak{M}'$ deren magnetisches Moment und φ der Ablenkungswinkel, so wirkt die Erdkraft auf diese mit dem Drehungsmoment $\mathfrak{M}' H \sin \varphi$ rücktreibend.

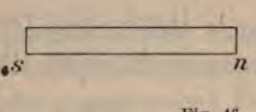


Fig. 46.

Wenn der Ablenkungsmagnet genügend entfernt und die Nadel genügend kurz ist, so kann man das Feld, welches der Magnet an der Stelle der Nadelpole erzeugt, als homogen, und zwar in Ost-Westrichtung wirkend, ansehen. Bezeichnet man mit P die Intensität dieses Feldes, so ist das ablenkende Drehungsmoment gleich $\mathfrak{M}' P \cos \varphi$. Für das bei Ablenkung φ bestehende Gleichgewicht gilt also:

$$\mathfrak{M}' H \sin \varphi = \mathfrak{M}' P \cos \varphi,$$

oder:

$$\tang \varphi = \frac{P}{H}.$$

Für P ist ein einfacher Ausdruck zu finden, wenn man als Ablenkungsmagneten einen kurzen Linearmagneten nimmt, dessen Länge l sehr klein im Verhältnis zu der Entfernung r ist, in welcher man ihn der Kompaßnadel gegenüberstellt. Die beiden Pole $+\mathfrak{m}$ und $-\mathfrak{m}$ des Magnetstabes erzeugen an der Stelle der kleinen Nadel (genauer in ihrem Mittelpunkt) das ostwestlich gerichtete Feld

$$P = \frac{\mathfrak{m}}{\left(r - \frac{l}{2}\right)^2} - \frac{\mathfrak{m}}{\left(r + \frac{l}{2}\right)^2} = \frac{\mathfrak{m}}{r^2 - rl + \frac{l^2}{4}} - \frac{\mathfrak{m}}{r^2 + rl + \frac{l^2}{4}}.$$

Da $\frac{l^2}{4}$ gegen die übrigen Größen zu vernachlässigen ist:

$$P = \frac{\mathfrak{m}}{r^2\left(1 - \frac{l}{r}\right)} - \frac{\mathfrak{m}}{r^2\left(1 + \frac{l}{r}\right)}.$$

Da nach unserer Annahme, daß der Stabmagnet klein gegen die Entfernung r ist, $\left(\frac{l}{r}\right)^2$ klein gegen 1 ist, so kann man dies schreiben:

$$P = \frac{\mathfrak{m}}{r^2}\left(1 + \frac{l}{r}\right) - \frac{\mathfrak{m}}{r^2}\left(1 - \frac{l}{r}\right),$$

woraus folgt:

$$P = \frac{2\mathfrak{m}l}{r^3} = \frac{2\mathfrak{M}}{r^3}.$$



Durch Einsetzung dieses Wertes von P in die obige Gleichgewichtsbedingung folgt:

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{2\mathfrak{M}}{Hr^3},$$

daher:

$$\frac{\mathfrak{M}}{H} = \frac{r^3 \operatorname{tang} \varphi}{2}.$$

Für den Ablenkungsversuch kann man dem ablenkenden Magnetstab auch die sog. zweite Hauptlage (Fig. 47) geben. Eine ähnliche Berechnung zeigt, daß in diesem Fall

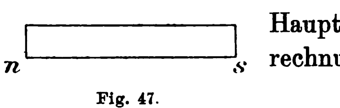


Fig. 47.

$$P = \frac{\mathfrak{M}}{r^3}.$$

Durch den Schwingungs- und den Ablenkungsversuch kennt man also $\mathfrak{M}H$ und $\frac{\mathfrak{M}}{H}$, daher die Größen $\mathfrak{M}$ und H

einzeln im absoluten Maßsystem, wenn man die anderen direkt meßbaren Größen im C. G. S.-System ausdrückt. Es ist

$$H^2 = \frac{8\pi^2 J}{T^2 r^3 \operatorname{tang} \varphi}.$$

Für Berlin beträgt die Horizontalintensität jetzt 0,189 C. G. S. Diese Größe ist ebenso wie Deklination und Inklination Veränderungen unterworfen. Außer der fortschreitenden, säkularen Veränderung, welche für die Horizontalintensität z. B. etwa 0.0002 C. G. S. pro Jahr beträgt, ist auch eine tägliche periodische Schwankung der Werte zu bemerken.

Mit der Bestimmung der Horizontalintensität verbindet man bei der Gaußschen Methode zugleich eine

80. Bestimmung des magnetischen Moments eines Magnetstabes in absoluten Einheiten. Man hat zu diesem Zweck nur die Resultate des Schwingungs- und des Ablenkungsversuches miteinander zu multiplizieren und erhält:

$$\mathfrak{M}^2 = \frac{2\pi^2 r^3 J \operatorname{tang} \varphi}{T^2}.$$

Setzt man die Horizontalintensität als bekannt voraus, so genügt natürlich nur einer der beiden Versuche.

In § 79 ist auch die

81. Bestimmung magnetischer Feldstärken durch Vergleich mit der Horizontalintensität enthalten. Hat man z. B. die Stärke P des magnetischen Feldes einer stromdurchflossenen Spule zu messen, so hat man dasselbe senkrecht zum magnetischen Meridian zu orientieren und die Stellung einer kleinen Magnetnadel ohne und mit Strom zu messen. Ist φ der Winkel zwischen den beiden Stellungen, so ist

$$P = H \operatorname{tang} \varphi.$$

Ist das Feld nicht senkrecht orientiert, so mißt man auf diese Weise die senkrecht zum Erdfeld gerichtete Komponente der Feldstärke.

Vierter Abschnitt.

Grundgesetze und Definitionen des Elektromagnetismus. Das elektromagnetische Maßsystem.

82. Elektrischer Strom. Stromstärke und ihre Einheit im elektrostatischen Maß. Galvanisches Element. Verbindet man die beiden Belegungen eines geladenen Kondensators durch eine schwach feuchte Schnur, so beobachtet man ein Abfallen der Potentialdifferenz. Dabei fließt Elektrizität, ein elektrischer Strom durch die Schnur, so lange, bis Ausgleich des Potentials stattgefunden hat. Man versteht unter Stromstärke im elektrostatischen Maß die elektrostatisch gemessene Elektrizitätsmenge, welche pro Zeiteinheit durch den Querschnitt fließt. Hält man die Potentialdifferenz der Kondensatorbelegungen bei diesem Versuch durch Elektrizitätszufuhr konstant, so ist die Stromstärke eine konstante. Fließt bei konstant gehaltener Potentialdifferenz in der Zeit t die Elektrizitätsmenge e durch die Schnur, so ist die Stromstärke

$$i = \frac{e}{t}.$$

Daher ist die Dimension einer elektrostatisch gemessenen Stromstärke:

$$[\text{Stromstärke}]_{e.\,s.} = \left[\frac{\text{Elektrizitätsmenge}}{\text{Zeit}}\right]_{e.\,s.} = \frac{m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{3}{2}} t^{-1}}{t} = m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{3}{2}} t^{-2}.$$

Es fließt der Strom 1, wenn pro Sekunde die Einheit der Elektrizitätsmenge durch den Querschnitt fließt.

Die Stromstärken, welche selbst mit großen Influenzmaschinen zu erzeugen sind, sind klein im Verhältnis zu denjenigen, welche man mit Hilfe der galvanischen Elemente erhält. Den bekannten Froschschenkelversuch Galvanis verfolgend, entdeckte

olta diese ergiebige Elektrizitätsquelle. Zwei Platten verschie-
ener Metalle zeigen in Säure oder in die Lösung eines Salzes
etaucht eine Potentialdifferenz. Dieselbe ist unabhängig von Form
nd Größe der Platten, nur durch deren chemische Natur gegeben,
nd bleibt auch dann noch bestehen, wenn man die Platten durch
nen Metalldraht miteinander verbindet. Hierbei fließt ein ver-
ältnismäßig starker elektrischer Strom durch den Draht und das
lement. Nach § 70 besteht also in dem Stromkreis eine gewisse
lektromotorische Kraft.

83. Spannungsreihe. Die Größe der elektromotorischen
raft ist abhängig von dem Material der Platten. Man kann
e Metalle in eine sogen. Spannungsreihe ordnen, derart, daß
des in der Reihe folgende Metall, mit einem der vorhergehen-
en zu einem galvanischen Element vereinigt, das höhere Poten-
al hat. Der Versuch zeigt, daß man im allgemeinen auch
vischen den Metallplatten eine Potentialdifferenz erhält, wenn
an sie nur miteinander in Berührung bringt. Auch diese
otentialdifferenz ist um so größer, je weiter die Metalle in der
pannungsreihe auseinander stehen. Nach neueren Unter-
ıchungen scheint diese Kontaktpotentialdifferenz indessen durch
berflächenschichten erzeugt zu sein, welche wie ein Elektrolyt
irken, und scheint nicht vorhanden zu sein, wenn man diese
berflächenschichten z. B. durch Erhitzen unter Öl entfernt. Die
pannungsreihe für einige Metalle ist: Natrium, Magnesium,
luminium, Zink, Blei, Zinn, Antimon, Wismut, Eisen, Kupfer,
lber, Gold, Platin, Kohle.

Geringe Verunreinigungen können diese Reihe ändern. Bei
r Bildung eines Elements aus zweien dieser Metalle oder Be-
ihren derselben in freier Luft hat das später stehende das
öhere Potential, verhält sich, wie man sagt, elektronegativ zum
rher stehenden.

84. Energiequellen des Stromes. Das Experiment zeigt,
ıß der Strom äußere Arbeit zu verrichten imstande ist, indem
auf Magnete bewegend einwirkt, daß er ferner den Leiterkreis,
welchem er fließt, erwärmt. Eine der insgesamt verausgabten
nergie gleiche muß bei der Erzeugung des Stromes ihm jeden-
lls zugeführt werden. Dies findet bei der elektrostatischen

Erzeugung statt in Form der Arbeit, welche man z. B. bei dem Drehen der Influenzmaschine gegen die abstoßenden elektrischen Kräfte leistet. Bei der Erzeugung mit Hilfe des galvanischen Elements bilden chemische Umsetzungen in demselben das Energieäquivalent. Daß ein elektrischer Strom Arbeit leistet, ist auch aus dem elektrischen Vorgang zu folgern. Ein Strom kommt dadurch zustande, daß fortwährend Elektrizität von einer Stelle höheren zu einer niederen Potentials fließt. Dabei wird aber Arbeit geleistet.

85. Magnetische Wirkung des elektrischen Stromes. Ampèresche Regel. Oersted entdeckte 1820 die bewegende Kraft, welche ein elektrischer Strom auf einen in der Nähe des Stromkreises befindlichen Magnetpol ausübt. Die Richtung der bewegenden Kraft, mit welcher ein geradliniges Stück eines Stromleiters auf einen Magnetpol wirkt, ist durch die Ampèresche Regel gegeben:

Man denke sich mit dem Strom schwimmend, den Kopf voran und den Blick auf den Magnetpol gerichtet. Ist derselbe ein Nordpol, so wird er nach links abgelenkt, ist er ein Südpol, so findet die Ablenkung in entgegengesetzter Richtung statt.

P

b

a

Fig. 48.

Das magnetische Feld, welches ein Stromelement ab im Punkte P erzeugt (Fig. 48), ist also senkrecht auf der durch ab und P gelegten Ebene. Es ist senkrecht auf der Zeichnungsebene von vorn nach hinten gerichtet, wenn der Strom in der Pfeilrichtung fließt.

86. Die magnetischen Induktionslinien eines stromdurchflossenen Drahtes sind Ringe um denselben. Aus der Ampèreschen Regel ergibt sich, daß um einen geradlinigen Strom die magnetischen Induktionslinien Kreise sind. Ein Magnetpol muß daher, der Wirkung eines Stromes ausgesetzt, fort-

ıernde Rotationen um den Stromleiter ausführen. Das magnecհe Potential ist entsprechend den Betrachtungen des § 70 der Umgebung eines stromführenden Drahtes ein vieldeutiges. e Wirbelräume des Magnetfeldes, welche dazu notwendig ıd, liegen im Drahte. Da die schlossenen Induktionslinien hier llig in Luft verlaufen, kann man fortdauernden Rotationen leicht obachten. Dazu dient z. B. ein parat, wie er in Fig. 49 abbildet ist. Der elektrische Strom ßt von p durch den senkrechten ab a vermittelst des Quecksilberpfes b in den Bügel, welcher die Quecksilberrinne f führt, von ser aus durch das Stativ nach r Klemme z. Der Teil a wird o von unten nach oben durchssen und erzeugt ein ringförmiges

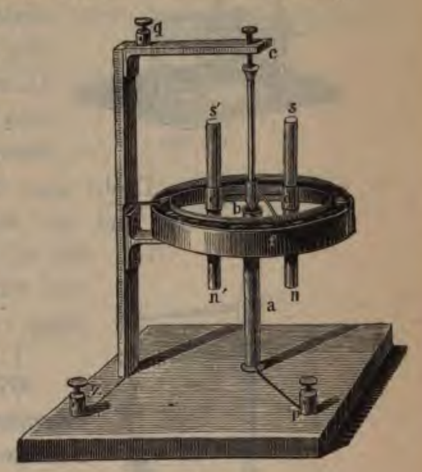


Fig. 49.

ld um sich, in welchem sich die beiden beweglichen Nordpole ' bewegen, und zwar, von oben gesehen, entgegengesetzt der ızeigerrichtung, n nach hinten, n' nach vorn.

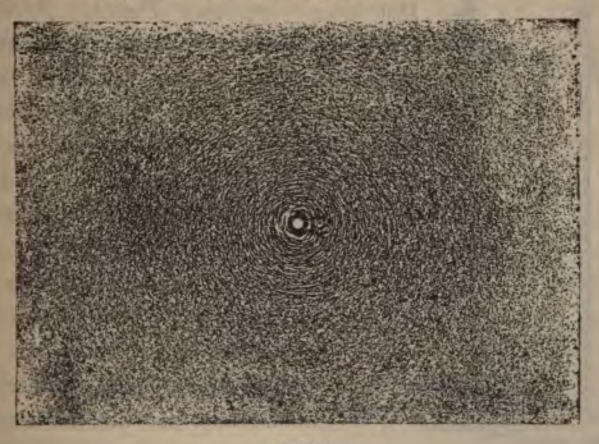


Fig 50.

Ein anderes Mittel, den ringförmigen Feldverlauf zu zeigen, det die ringförmige Anordnung von Eisenfeilspänen auf einer

Glasplatte, durch welche senkrecht zur Platte ein von starkem Strom durchflossener Draht hindurchführt. Vorher regellos zerstreute Späne ordnen sich bei Stromschluß und leisem Klopfen sofort zu geschlossenen Ringen um den Draht an (Fig. 50 und 50[a]). Hängt ein biegsamer Leiter an einem feststehenden Magnetstab herab, so wickelt er sich bei Stromschluß um den Magnetstab spiralig auf (Fig. 51). Dreht man den Strom um, so wickelt sich das Leiterband ab und im anderen Sinne spiralig wieder auf. Es ist dies eine Bewegung, welche man sich nach dem vorigen leicht klar machen kann.



Fig. 50 a.



Fig. 51.

87. Die von einem elektrischen Strome erzeugte magnetische Feldstärke ist proportional der Stromstärke. Dieser Satz ist experimentell leicht zu beweisen mit der in Fig. 52 skizzierten Anordnung. A ist eine auf konstantem Potential V gehaltene große Leidener Flasche. Die kleine Leidener Flasche B wird mit Hilfe einer mit geeigneter Kontaktvorrichtung versehenen Stimmgabel sehr viele Male in der Sekunde durch Kontakt nach A geladen und durch den Drahtkreis D entladen. Auf diese Weise wird durch D hindurch pro Sekunde eine gewisse Elektrizitätsmenge entladen, welche, wenn C die Kapazität der kleinen Leidener Flasche, n die Anzahl der Stimmgabelschwingungen pro sek, in elektrostatischem Maße gleich nCV ist. Dies ist die mittlere Stromstärke des durch D fließenden intermittierenden Stromes:

$$i_{e.s.} = n C_{e.s.} V_{e.s.}.$$

Aus der Ablenkung einer Magnetnadel kann man sich (§ 79) überzeugen, daß die Feldstärke der Potentialdifferenz V, also dem Strom i proportional ist.

Auch mit konstantem Strom kann man die Proportionalität des Feldes mit der Stromstärke beweisen, indem man den Drahtkreis

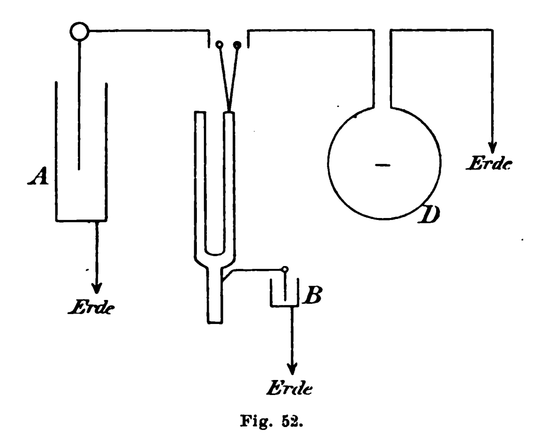


Fig. 52.

D aus zwei kreisförmigen Leitern bestehen läßt, deren einen man umwenden kann. Schaltet man beide Kreise hintereinander in den Stromkreis eines Elements, so werden sie von gleichem Strom durchflossen. Decken sich die beiden Kreise, so daß sie in gleichem Sinne vom Strom durchflossen werden, so ist die Wirkung die doppelte von derjenigen, welche vorhanden ist, wenn man den einen Kreis entfernt. Sind die Kreise gegeneinander geschaltet, so ist die magnetische Wirkung Null.

88. Das Biot-Savartsche Gesetz. Biot und Savart haben für die magnetische Wirkung eines stromdurchflossenen Leiterelements ein Gesetz aufgestellt, welches man direkt zwar experimentell nicht prüfen kann, weil man Elementarströme, d. h. unendlich kurze geradlinige Ströme, nicht herstellen kann. Nur in endlichen Leitern ist es möglich, konstante Ströme zu erzeugen, welche stets geschlossen sind. Man kann aber aus der durch das Gesetz gegebenen Wirkung eines Stromelements diejenige eines geschlossenen Stromkreises mathematisch berechnen. Je nach der Form des Stromkreises sind diese Integrations-

rechnungen mehr oder weniger kompliziert. Das Elementargesetz lautet folgendermaßen:

Ein kleines gerades Stromstück der Länge l erzeugt in einem Punkte P außerhalb desselben eine magnetische Kraft $\mathfrak{H}$, welche senkrecht steht auf der durch l und P gelegten Ebene, und deren Größe proportional ist der Länge l, der Stromstärke i, umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung r des Punktes P vom Leiterstück l, ferner proportional dem sin des Winkels, welchen die Verbindungslinie von P nach l mit dem Drahtstück l bildet.

Es ist also

$$\mathfrak{H} = \frac{il \sin(r, l)}{r^2} \cdot \text{Konst.}$$

die Kraft, welche auf den magnetischen Einheitspol senkrecht zur Zeichnungsebene ausgeübt wird. Dieses Gesetz hat man in allen Folgerungen, welche man auf beliebige stromdurchflossene Leiter ziehen kann, experimentell bestätigt gefunden.

89. Anwendung des Biot-Savartschen Gesetzes auf einen kreisförmigen Leiter. Wir wollen die magnetische Feldstärke im Mittelpunkte eines vom Strom i durchflossenen Kreises berechnen. Wir zerlegen dazu den Kreis in lauter einzelne sehr kleine Elemente der Länge l, welche so klein sein mögen, daß man sie als geradlinig betrachten kann. Für jedes derselben ist die Entfernung nach dem Mittelpunkt gleich dem Kreisradius r und senkrecht zum Leiterelement gerichtet. Der sin ist daher gleich Eins. Die von einem Leiterelement l_1 herrührende Feldstärke im Kreismittelpunkt ist gleich

$$\frac{il_1}{r^2} \text{ Konst.}$$

Da ferner die von sämtlichen Leiterelementen herrührenden Kräfte gleichgerichtet, nämlich senkrecht zur Kreisebene sind so summieren sich dieselben einfach algebraisch zu einer Gesamtkraft, welche, da $2\pi r$ die Kreislänge, gegeben ist durch:

$$\mathfrak{H} = \frac{i(l_1 + l_2 + \cdots)}{r^2} \cdot \text{Konst.} = \frac{2\pi i}{r} \cdot \text{Konst.}$$

Die Größe der Konstanten ist hier, wie in dem Biot-Savartschen Elementargesetz, abhängig von der Wahl der Ein-

heit, in welcher wir die Stromstärke messen. Messen wir die Stromstärke in elektrostatischen Einheiten, wie z. B. in § 87; messen wir ferner $\mathfrak{H}$ in dem dem elektrostatischen Maßsystem vollkommen gleichen magnetischen Maßsystem und r in Zentimetern, so ist die Größe der Konstanten durch solche Messungen gegeben. Man findet sie numerisch gleich $\frac{1}{3 \cdot 10^{10}}$. Es ist

$$\text{Konst.} = \frac{r\mathfrak{H}}{2\pi i};$$

die Dimension der Konstanten ist also

$$[\text{Konst.}] = \frac{\text{Länge} \cdot \text{Feldstärke}}{\text{Stromstärke}}.$$

Setzt man hierin die Dimensionen der Feldstärke und Stromstärke nach § 8 und § 82 ein, so erhält man

$$[\text{Konst.}] = \left[\frac{l \cdot m^{\frac{1}{2}} l^{-\frac{1}{2}} t^{-1}}{m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{3}{2}} t^{-2}}\right] = \left[\frac{t}{l}\right] = \left[\frac{1}{\text{Geschwindigkeit}}\right].$$

Die Konstante ist also der reziproke Wert der Geschwindigkeit 3.10^{10} cm pro sek, d. h. die reziproke Lichtgeschwindigkeit, wenn i im elektrostatischen Maßsystem gemessen wird.

90. Das elektromagnetische Maßsystem. Man könnte vollständig mit der bisherigen elektrostatischen Definition der Einheit der Stromstärke auskommen. Es hat sich indessen als praktisch erwiesen, die Einheiten in der Lehre von der bewegten Elektrizität anders zu wählen. Die Größen der Elektrostatik leiteten sich sämtlich von dem aus dem Coulombschen Gesetz definierten Begriff der Elektrizitätsmenge und ihrer Einheit her. In der Lehre von der ruhenden Elektrizität ist die Grundeinheit die Einheit der ruhenden Elektrizitätsmenge. In der Lehre der bewegten Elektrizität hat man als Ausgangspunkt für die Definitionen aller Größen nebst ihren Einheiten eine neue Einheit der bewegten Elektrizität gewählt. Man hat die Einheit der Stromstärke dadurch festgelegt, daß man die Konstante im Biot-Savartschen Gesetz als eine reine Zahl angenommen, und zwar sie der Zahl Eins gleichgesetzt hat. Da die hier zugrunde liegende Erscheinung eine elektromagnetische ist, so heißt das sich auf diese Definition aufbauende Maßsystem das elektro-

magnetische Maßsystem. Dieselbe willkürliche Maßnahme, die Konstante gleich der Zahl Eins zu setzen, schuf, am Coulombschen Gesetz vorgenommen, das elektrostatische und das ganz gleiche magnetische Maßsystem.

Das Biot-Savartsche Gesetz lautet dann:

$$\mathfrak{H} = \frac{i\,l}{r^2} \sin(r, l).$$

Seine Anwendung auf den Kreisstrom für das Magnetfeld im Mittelpunkt eines solchen:

$$\mathfrak{H} = \frac{2\pi i}{r}.$$

Für $i = 1$, $r = 1$ wird $\mathfrak{H} = 2\pi$; woraus die Definition der absoluten Einheit der Stromstärke im elektromagnetischen Maßsystem folgt als:

Ein Strom besitzt dann die Stärke Eins, wenn er im Mittelpunkt eines von ihm durchflossenen Drahtkreises mit dem Radius Eins das Feld 2π erzeugt.

Da 2π die Länge des mit dem Radius Eins gezogenen Kreises ist, so kann man auch statt dessen sagen:

Ein Strom besitzt die Stärke Eins, wenn jedes Zentimeter eines von ihm durchflossenen Drahtkreises vom Radius Eins im Mittelpunkt des Kreises das Feld Eins erzeugt.

91. Beziehung zwischen elektrostatischer und elektromagnetischer Stromeinheit. Mißt man einen Strom i in elektromagnetischen Einheiten durch das Magnetfeld, welches er im Mittelpunkt eines Kreises erzeugt, so hat man

$$i_{e.m.} = \frac{r\mathfrak{H}}{2\pi}.$$

Drückt man den gleichen Strom in elektrostatischen Einheiten aus, so hat man

$$\text{Konst. } i_{e.s.} = \frac{r\mathfrak{H}}{2\pi}.$$

Es ist daher

$$i_{e.m.} = \text{Konst. } i_{e.s.},$$

oder

$$\frac{i_{e.s.}}{i_{e.m.}} = \frac{1}{\text{Konst.}} = c,$$

wo c die der Lichtgeschwindigkeit gleiche Geschwindigkeit $3.10^{10} \frac{\text{cm}}{\text{sek}}$ ist.

Ein und derselbe Strom hat also in elektrostatischen Einheiten ausgedrückt den 3.10^{10}-mal so großen Wert, als wenn er in elektromagnetischen Einheiten ausgedrückt ist.

Es ist daher die

absolute elektromagnetische Stromeinheit 3.10^{10} mal größer als die absolute elektrostatische Stromeinheit.

In der Praxis wählt man als technische Einheit den 10-ten Teil der absoluten elektromagnetischen Einheit (siehe § 98). Sie heißt ein Ampère.

$$1 \text{ Ampère} = \frac{1}{10} \text{ elektromagnetische C. G. S.-Einheit der Stromstärke.}$$

92. Elektrizitätsmenge in elektromagnetischem Maß. Einheit der Elektrizitätsmenge in e. m. Maß ist die Elektrizitätsmenge, welche die e. m. Stromeinheit in einer Sekunde durch den Drahtquerschnitt befördert. Sie ist wie die Stromeinheit $c = 3.10^{10}$ mal größer als die entsprechende elektrostatische Einheit.

Die technische Einheit heißt ein Coulomb und ist der zehnte Teil der absoluten.

$$1 \text{ Coulomb} = \frac{1}{10} \text{ e. m. C. G. S.-Einheit der Elektrizitätsmenge.}$$

Ein Coulomb ist diejenige Elektrizitätsmenge, die der Strom ein Ampère pro Sekunde durch den Draht befördert.

93. Dimension von Stromstärke und Elektrizitätsmenge im e. m. Maß. Nach dem Biot-Savartschen Gesetz ist

$$\mathfrak{H} = \frac{il}{r^2} \sin (r, l).$$

Daher besteht die Dimensionsgleichung:

$$[\text{Feldstärke}] = \left[\frac{\text{Strom} \times \text{Länge}}{\text{Länge}^2}\right],$$

oder:

$$[i]_{e.\,m.} = [\text{Strom}]_{e.\,m.} = [\text{Länge} \times \text{Feldstärke}] = m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{1}{2}} t^{-1}.$$

Da Strom = Elektrizitätsmenge pro Zeiteinheit ist, so folgt:

$$[e]_{e.\,m.} = [\text{Elektrizitätsmenge}]_{e.\,m.} = m^{\frac{1}{2}}\, l^{\frac{1}{2}}.$$

Die Dimensionen beider Begriffe unterscheiden sich, wie oben bereits dargetan, von den entsprechenden Größen im elektrostatischen System durch den Faktor $c = \frac{l}{t}$ = Geschwindigkeit.

94. Potentialdifferenz im elektromagnetischen Maß. Fließt durch ein Drahtstück ein Strom i, welcher erzeugt ist durch eine gewisse Potentialdifferenz V an den Enden desselben, so wird durch ihn pro Sekunde die Elektrizitätsmenge it von der Stelle des höheren nach der Stelle des um V niedrigeren Potentials gebracht. Die dabei vom Strom geleistete Arbeit ist daher nach § 10:

$$A = i\,Vt.$$

Durch diese Beziehung ist die Einheit der Potentialdifferenz in e. m. Maß festgelegt, weil die Größen Arbeit, Strom und Zeit mit ihren Einheiten festgesetzt sind. Wenn $A = 1$, $i = 1$, $t = 1$, so ist $V = 1$, d. h.

an den Enden eines Drahtstücks besteht dann die e. m. Einheit der Potentialdifferenz, wenn ein in ihm fließender Strom Eins in der Zeiteinheit die Arbeit Eins (1 Erg) leistet.

Diese absolute e. m. Einheit ist, weil das Produkt $i\,V$ in beiden Maßsystemen denselben Arbeitswert ergeben muß, $c = 3.10^{10}$-mal kleiner als die elektrostatische Einheit der Potentialdifferenz.

Diese absolute Einheit der Potentialdifferenz ist im Verhältnis zu der Potentialdifferenz, welche galvanische Elemente an ihren Polen zeigen, sehr klein. Man hat deshalb als technische Einheit den 10^8-fachen Betrag gewählt, welcher der Elementspannung nahe kommt, und ihn ein Volt genannt.

1 Volt = 10^8 e. m. C. G. S.-Einheiten der Potentialdifferenz.

Ferner ist

$$1\ \text{Volt} = \frac{10^8}{3.10^{10}} = \frac{1}{300}\ \text{elektrostat. Einh. d. Potentialdifferenz,}$$

also

1 elektrostat. Einh. d. Potentialdifferenz = 300 Volt.

Die Dimension der Potentialdifferenz ist durch die Beziehung gegeben:

$$[\text{Arbeit}] = [\text{Strom} \times \text{Potentialdifferenz} \times \text{Zeit}]$$

$$[V] = [\text{Potentialdifferenz} = \left[\frac{\text{Arbeit}}{\text{Strom} \times \text{Zeit}}\right] = m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{3}{2}} t^{-2}.$$

95. Arbeitsleistung des elektrischen Stromes in einem Leiter. 1 Volt-Ampère = 1 Watt. Die Arbeit, welche die elektrischen Kräfte bei dem Fließen eines Stromes unter dem Antrieb einer elektromotorischen Kraft leisten, gibt sich durch Erwärmung des Leiters kund. Die Arbeit hat den Betrag

$$A = i V t.$$

Die Arbeit, welche pro Sekunde in einem Leiter geleistet wird, wenn er vom Strom 1 Ampère durchflossen wird, und an seinen Enden die Potentialdifferenz 1 Volt besteht, ist 1 Volt-Ampère. Da 1 Volt $= 10^8$ abs. Einh. und 1 Ampère $= \frac{1}{10}$ abs. Einh., so ist:

$$1 \text{ Volt-Ampère} = 10^8 \times 10^{-1} \text{ Erg pro sek} = 10^7 \text{ Erg pro sek}$$
$$= 1 \text{ Watt.} \quad (\S\ 1.)$$

Eine 16-kerzige Glühlampe braucht bei einer Spannung von 110 Volt 0.5 Ampère. Ihr Energieverbrauch, welcher in Form von Wärme und Licht auftritt, ist daher:

$$110 \times 0.5 \text{ Volt-Ampère} = 55 \text{ Volt-Ampère} = 55 \text{ Watt.}$$

96. Das Joulesche Gesetz über die in einem Stromkreise entwickelte Wärme und das Ohmsche Gesetz. Elektrischer Widerstand. Joule leitete Ströme gemessener Stärke durch Drähte, welche sich in einem Wasserkalorimeter befanden, und bestimmte die erzeugte Wärmemenge durch die Temperaturerhöhung des Wassers. Er fand, daß die in einer Zeit t erzeugte Wärmemenge W proportional dieser Zeit und dem Quadrat der Stromstärke ist, d. h.

$$W = \text{Konst. } i^2 \cdot t.$$

Da die Wärme ein Äquivalent der durch den Strom im

Leiter geleisteten Arbeit ist, so muß sie gleich der Stromarbeit sein, also:

$$Vit = \text{Konst}\ i^2 t$$

oder

$$V = \text{Konst.}\ i.$$

Die Joulesche experimentelle Beobachtung ergibt also in Verbindung mit dem Energieprinzip, daß in einem metallischen Leiter die Stromstärke proportional der an seinen Enden bestehenden Potentialdifferenz ist.

Die Größe der Proportionalitätskonstanten ergibt sich experimentell bei verschiedenen Drähten verschieden. Da für eine gegebene Potentialdifferenz die Stromstärke um so kleiner ist, je größer die Konstante des betreffenden Drahtes ist, dieselbe also gewissermaßen hemmend auf die Entstehung eines Stromes wirkt, so nennt man sie den Widerstand des betreffenden Drahtes und bezeichnet sie mit dem Buchstaben w. Die Beziehung zwischen Stromstärke und Potentialdifferenz lautet dann

$$V = iw.$$

Es ist dies das sog. Ohmsche Gesetz.

97. Spezifischer Widerstand und spezifisches Leitvermögen einer Substanz. Der Widerstand von Metallen, wie auch derjenige von Elektrolyten ist unabhängig von der Stromstärke; w ist eine Konstante, welche nur von Form und Natur des Leiters abhängt. Nicht mehr gilt dies von dem Widerstand einer leitenden Gasstrecke.

Ein zylindrischer Draht von der Länge l cm und dem Querschnitt q qcm sei durchflossen von einem Strom der Stärke i, während an den Enden des Drahtes eine Potentialdifferenz V herrscht. Der Strom ist gleichmäßig durch den ganzen Querschnitt verteilt, ebenso ist der Potentialabfall längs des Drahtes ein gleichförmiger. Greift man also aus dem Draht ein Stück von 1 qcm Querschnitt und 1 cm Länge heraus, so fließt in diesem Stück ein Strom $\frac{i}{q}$ und an seinen Enden besteht die Spannungsdifferenz $\frac{V}{l}$. Wenden wir das Ohmsche Gesetz auf

dieses herausgegriffene Drahtstück an und nennen dabei W seinen Widerstand, so ist:

$$\frac{V}{l} = \frac{i}{q} W$$

oder

$$V = i \cdot \frac{l}{q} W.$$

Nach vorigem Paragraphen ist aber, wenn w der Gesamtwiderstand des Drahtes:

$$V = iw.$$

Durch Vergleich beider Ausdrücke für V folgt, daß

$$w = W \cdot \frac{l}{q}.$$

Der Widerstand eines Drahtes ist proportional der Drahtlänge, umgekehrt proportional dem Drahtquerschnitt.

W ist der Widerstand eines Zylinders von 1 qcm Querschnitt und 1 cm Länge und heißt „spezifischer Widerstand". Er ist nur mehr von dem Material abhängig. Sein reziproker Wert $\varkappa$ heißt „spezifisches Leitvermögen".

$$\varkappa = \frac{1}{W}.$$

Der spezifische Widerstand eines Metalles ändert sich im allgemeinen mit der Temperatur, indem er mit ihr wächst. Die Zunahme des Widerstandes eines Leiters pro Grad Temperaturerhöhung, ausgedrückt als Bruchteil des Widerstandes bei Null Grad, heißt Temperaturkoeffizient α des Widerstandes. Es ist der Widerstand meist hinreichend genau darstellbar durch: $w_t = w_0(1 + \alpha t)$. Noch genauer paßt sich dem Verhalten des Widerstandes die Formel $w_t = w_0(1 + \alpha t + \beta t^2)$ an, wo α und β zwei für das Material charakteristische Konstanten bedeuten.

98. Die absolute und die technische Einheit (Ohm) des Widerstandes. Aus der Gleichung

$$V = iw$$

folgt, daß $w = 1$ für $i = 1$, $V = 1$, d. h.

Ein Leiter hat den absoluten Widerstand gleich Eins, wenn die absolute elektromagnetische Einheit

der Potentialdifferenz in ihm einen Strom Eins erzeugt.

Den Widerstand, welchen ein Leiter hat, wenn 1 Volt an seinen Enden in ihm den Strom 1 Ampère erzeugt, hat man als technische Einheit des Widerstandes gewählt und 1 Ohm genannt. Da 1 Volt $= 10^8$ C. G. S., 1 Ampère $= 10^{-1}$ C. G. S., so ist

$$1 \text{ Ohm} = \frac{1 \text{ Volt}}{1 \text{ Ampère}} = \frac{10^8}{10^{-1}} \text{ absolute Einh., d. h.}$$

1 Ohm $= 10^9$ e. m. C. G. S.-Einheiten des Widerstandes.

Die Dimension des Widerstandes ist gegeben durch die Dimensionsgleichung:

Potentialdifferenz = [Stromstärke $\times$ Widerstand]

$$[w] = \left[\frac{V}{i}\right] = \frac{m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{3}{2}} t^{-2}}{m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{1}{2}} t^{-1}} = \frac{l}{t} = [\text{Geschwindigkeit}].$$

Früher im Gebrauch war eine von W. v. Siemens vorgeschlagene, technisch leicht zu reproduzierende Widerstandseinheit, die sog. Siemenseinheit. Sie ist der Widerstand einer Quecksilbersäule von 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt bei 0° Celsius. Dieser Einheit kommt das Ohm sehr nahe. Es ist 1 Ohm = 1,063 S. E. Um diese Übereinstimmung zu erzielen hat man als technische Einheit der Stromstärke das Ampère $= \frac{1}{10}$ absol. Einh. gewählt. (§ 91.)

99. Die Kapazität eines Leiters im elektromagnetischen Maß. Die Kapazität eines Leiters ist nach § 22 definiert als die Elektrizitätsmenge, welche ihn auf das Potential Eins aufladet. Drückt man hierin Elektrizitätsmenge und Potential in elektromagnetischen Einheiten aus, so erhält man auch die Kapazität in elektromagnetischen Einheiten:

$$C_{e.m.} = \left(\frac{e}{V}\right)_{e.m.}$$

Da nach den §§ 92 und 94 $e_{e.s.} : e_{e.m.} = c$ und $V_{e.s.} : V_{e.m.} = 1 : c$, so folgt:

$$C_{e.m.} = \frac{e_{e.s.}}{c^2 \cdot V_{e.s.}} = \frac{1}{c^2} \cdot C_{e.s.},$$

d. h. die gleiche Kapazität ausgedrückt in *e. m.* Einheiten ist c^2-mal kleiner, als wenn sie in elektrostatischen Einheiten ausgedrückt ist; die elektromagnetische Kapazitätseinheit ist also 9.10^{20}-mal größer als die elektrostatische.

Ein Leiter, welcher durch ein Coulomb auf das Potential ein Volt geladen wird, hat die technische Kapazitätseinheit, welche Farad heißt. Da ein Coulomb $= \frac{1}{10}$ C. G. S. und 1 Volt $= 10^8$ C. G. S., so ist

$$1 \text{ Farad} = 10^{-9} \, e. m. \text{ C. G. S.-Einheiten der Kapazität.}$$

Auch das Farad ist noch eine Kapazität von praktisch nicht erreichter Größe. Deshalb rechnet man die Kapazität nach Mikrofarad.

$$1 \text{ Mikrofarad} = 10^{-6} \text{ Farad} = 10^{-15} \text{ C. G. S.}$$

Da die Dimension einer Kapazität im elektrostatischen System nach § 23 gleich einer Länge ist, so ist sie im elektromagnetischen System

$$[C]_{e\cdot m} = \left[\frac{\text{Länge}}{\text{Geschwindigkeit}^2}\right] = l^{-1} t^2.$$

Dies ergibt sich auch aus der Dimensionsgleichung:

$$[\text{Kapazität}]_{e\cdot m} = \left[\frac{\text{Elektrizitätsmenge}}{\text{Potential}}\right]_{e\cdot m}.$$

100. Verzweigte Leitungen. Kirchhoffsche Regeln. Bieten sich für den elektrischen Strom, welcher die Potentialdifferenz zweier Punkte auszugleichen sucht, mehrere Wege, so berechnet sich die Stromverteilung in den Leitungen in äußerst einfacher Weise mittels zweier Sätze, welche unter dem Namen der Kirchhoffschen Regeln bekannt sind. Die erste derselben ist nichts weiter als der Ausdruck dafür, daß der Strom ein stationärer Vorgang, daß das elektrische Fluidum inkompressibel ist. Es ist die sog. Kontinuitäts- oder Inkompressibilitätsbedingung. Wenn Elektrizität in stationärem Strome, d. h. ohne zeitliche Potentialänderungen an einer Stelle, durch beliebig viele Leitungen nach einem Punkte hin-, und ebenso durch beliebig viele Leiter Elektrizität von jener Stelle abfließt, so muß die Summe aller hinfließenden Elektrizität gleich der Summe aller abfließenden Elektrizität sein. Wenn dies nicht der Fall wäre, so müßte an dem Punkte fortdauernd Elektrizität sich

anhäufen oder verloren gehen, was dem stationären Zustand widersprechen würde. Gibt man den abfließenden Strömen negatives Vorzeichen, rechnet man sie also als negative hinfließende, so lautet die erste Kirchhoffsche Regel:

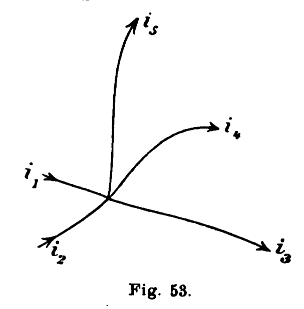


Fig. 53.

Für jeden Punkt einer Stromleitung ist

$$\sum i = 0.$$

In Figur 53 fließen nach dem Verzweigungspunkt zwei Ströme i_1, i_2, von ihm fort drei Ströme i_3, i_4, i_5. Die Kirchhoffsche Regel ergibt:

$$i_1 + i_2 = i_3 + i_4 + i_5.$$

Die zweite Kirchhoffsche Regel gilt für beliebig verzweigte Leiter, welche Stromquellen enthalten. Sie lautet:

Für jeden geschlossenen Leiter, welcher aus beliebig vielen Teilen bestehen kann, ist die gesamte elektromotorische Kraft E gleich der Summe der Produkte aus Stromstärke und Widerstand der einzelnen Teile, d. h. gleich der Summe aus den Potentialdifferenzen, welche an den Enden der einzelnen Teile bestehen.

$$E = \sum i w.$$

101. Berechnung des Widerstandes zusammengesetzter Leiter. 1. Mehrere Leiter hintereinandergeschaltet. (Fig. 54.) Ist E die elektromotorische Kraft, w_i der innere Widerstand des Elements, i die Stromstärke, welche nach der 1. Kirchhoffschen Regel in allen Leitern einschließlich des Elements die gleiche ist, so folgt aus der 2. Kirchhoffschen Regel:

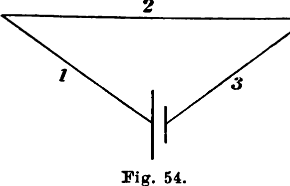


Fig. 54.

$$E = i w_i + i w_1 + i w_2 + i w_3 + \cdots$$

$$E = i(w_i + w_1 + w_2 + w_3 + \cdots) = i W.$$

Der Gesamtwiderstand W ist also gleich der Summe der Einzelwiderstände.

2. Mehrere Leiter parallel geschaltet. (Fig. 55.)

Wird der Leiterkombination der Gesamtstrom i zugeführt, so ist nach den Kirchhoffschen Regeln:

$$i_1 + i_2 + i_3 + \cdots = i$$

$$i_1 w_1 = i_2 w_2 = i_3 w_3 = \cdots = V,$$

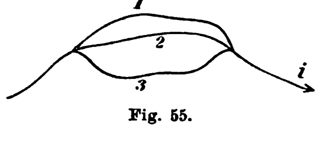


Fig. 55.

wo V die Potentialdifferenz der Verzweigungspunkte ist.

Indem man in der ersten Gleichung i_2, $i_3 \cdots$ mit Hilfe der zweiten eliminiert, erhält man:

$$i_1 \frac{w_1}{w_1} + i_1 \frac{w_1}{w_2} + i_1 \frac{w_1}{w_3} + \cdots = i$$

$$i_1 w_1 \left(\frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \frac{1}{w_3} + \cdots\right) = i = V\left(\frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \frac{1}{w_3} + \cdots\right).$$

Nach dem Ohmschen Gesetz ist aber $i = \frac{V}{W}$, wo W der Gesamtwiderstand der Kombination.

Es ist derselbe daher gegeben durch die Beziehung:

$$\frac{1}{W} = \frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \frac{1}{w_3} + \cdots,$$

d. h. es ist der reziproke Wert des Widerstandes einer Kombination parallel geschalteter Leiter gleich der Summe der reziproken Werte der einzelnen Leiterwiderstände.

102. Zusammenschaltung mehrerer Elemente zu einer Batterie. Werden n Elemente hintereinander verbunden, so ist, da zwischen den Polen eines jeden die Potentialdifferenz V besteht, die gesamte Potentialdifferenz zwischen den Endpolen der Batterie nV. Der innere Widerstand ist nw_i. Schließt man sie durch einen äußeren Widerstand w_a, so ist der entstehende Strom

$$i = \frac{nV}{nw_i + w_a}.$$

Schließt man ein Element durch den äußeren Widerstand w_a, so ist der entstehende Strom

$$i' = \frac{V}{w_i + w_a}.$$

Wenn w_a sehr klein wird, so daß es gegen w_i zu vernachlässigen, so ist $i = i'$, man hat daher keinen Vorteil von der Batterie gegenüber einem Element. Ein Vorteil wird bei dieser Schaltung erzielt, wenn der äußere Widerstand ein größerer

ist. Ist er so groß, daß umgekehrt noch nw_i gegen w_a zu vernachlässigen ist, so ist der Strom bei Benutzung der n Elemente in Serienschaltung n-mal so groß als bei Benutzung eines Elements.

Bei größerem Außenwiderstand ist Reihenschaltung der Batterie zu wählen.

Werden die Elemente nebeneinander geschaltet, so ist bei gleicher Potentialdifferenz der Pole der innere Widerstand der Batterie n-mal kleiner als der des einzelnen Elements. Wird die Batterie durch einen äußeren Widerstand w_a geschlossen, so entsteht der Strom

$$i = \frac{V}{\frac{w_i}{n} + w_a}.$$

Hier ist das umgekehrte der Fall als zuvor. Ist w_a so groß, daß w_i dagegen zu vernachlässigen, so ist die Stromstärke die gleiche, ob man eine Zelle, oder die ganze Batterie als Stromquelle benutzt. Ist der äußere Widerstand w_a dagegen klein, so ergibt die Benutzung der Batterie einen stärkeren Strom, welcher in dem Grenzfall, daß w_a zu vernachlässigen ist, den n-fachen Betrag des mit einer Zelle zu erreichenden Stromes besitzt.

Bei kleinem Außenwiderstand ist Parallelschaltung der Batterie zu wählen.

103. Potentialverlust im geschlossenen Element. Der Vorteil, welchen man bei kleinem äußeren Widerstande bei Benutzung der Batterie in Parallelschaltung erreicht, ist mit anderen Worten dadurch erklärt, daß bei Anwendung nur eines Elements in demselben ein großer Potentialverlust entsteht. Ist E die elektromotorische Kraft im Stromkreise eines Elements, so gilt nämlich für den geschlossenen Stromkreis nach der 2. Kirchhoffschen Regel:

$$iw_i + iw_a = i(w_i + w_a) = E.$$

Ist der Außenwiderstand groß, so kann man w_i gegen w_a vernachlässigen, und es ist $iw_a = E$, d. h. zwischen den Enden

des Widerstandes w_a, also zwischen den Polen des Elements herrscht eine Potentialdifferenz, welche gleich der elektromotorischen Kraft des geschlossenen Stromkreises ist. Dasselbe gilt für die Potentialdifferenz zwischen den Polen des offenen Elements ($w_a = \infty$).

Ist dagegen w_a klein, so ist der Strom gegeben durch

$$i = \frac{E}{w_i + w_a}.$$

An den Enden des Widerstandes w_a, d. h. zwischen den Polen des Elements herrscht nicht mehr die Potentialdifferenz E, sondern nur noch

$$i w_a = E - i w_i,$$

d. h. es findet ein Potentialverlust $i w_i$ an den Elementpolen statt. Derselbe ist bei Anwendung der parallel geschalteten Batterie kleiner als bei Benutzung eines Elements, weil der auf jede Zelle entfallende Strom kleiner ist.

Fünfter Abschnitt.

Elektrolyse.

104. Elektrolytische Leitung. Außer in Metallen findet eine gute Elektrizitätsleitung auch in den sogenannten Elektrolyten statt. Während wir aber nicht imstande sind, auch nach Hindurchleiten der stärksten Ströme an Metallen irgendeine Veränderung ihrer chemischen Natur zu bemerken, ist die Leitung durch Elektrolyte mit einer Zersetzung derselben verbunden. Die Zersetzungsprodukte treten nur an den Elektroden auf. Nehmen wir z. B. an, es seien zwei Platinplatten in eine verdünnte Schwefelsäurelösung getaucht, und ein Strom gehe von der einen Platte zur anderen, so beobachtet man, daß an derjenigen Platte, an welcher der Strom eintritt, an der sog. Anode, Sauerstoff, an der anderen Platte, der Kathode, Wasserstoff ausgeschieden wird, und zwar verhalten sich die ausgeschiedenen Volumina von H und O wie 2 : 1. In dem Raum zwischen den Elektroden findet keine sichtbare Zersetzung statt. Substanzen, welche durch den Stromdurchgang zersetzt werden, heißen Elektrolyte. Der Vorgang dieser Zersetzung heißt Elektrolyse. Lösungen von Salzen, Säuren und Basen, viele geschmolzene Salze sind Beispiele flüssiger Elektrolyte. Auch feste Elektrolyte gibt es, z. B. Jodsilber, heißes Glas und eine Reihe seltener Erden im erhitzten Zustande. Die elektrolytische Leitung der letzteren wird in der Nernstlampe technisch verwertet.

105. Das erste Faradaysche Gesetz der Elektrolyse. Faraday hat gezeigt, daß die zersetzte Menge eines Elektrolyten in einer sehr einfachen Beziehung zur Stromstärke steht. Es ist nämlich

die an einer Elektrode abgeschiedene Menge der hindurchgegangenen Elektrizitätsmenge proportional.

Fließt ein Strom i während einer Zeit t durch den Elektrolyten, so ist die beförderte Elektrizitätsmenge gleich it. Also die ausgeschiedene Menge

$$M = \text{Konst.}\, it = \mathfrak{M} it.$$

Die in gleichen Zeiten durch verschiedene Ströme ausgeschiedenen Mengen verhalten sich also wie die Stromstärken.

Die Konstante $\mathfrak{M}$ in der obigen Gleichung ist die Menge, die der Strom 1 (= 10 Ampère) in der Sekunde abscheidet, und heißt elektrochemisches Äquivalent der betreffenden Substanz. Dasselbe beträgt für Silber 0,01118 Gramm.

106. Das zweite Faradaysche Gesetz der Elektrolyse. Läßt man den gleichen Strom die gleiche Zeit durch verschiedene Elektrolyte hindurchgehen, so verhalten sich die ausgeschiedenen Mengen wie die chemischen Äquivalentgewichte.

Durch denselben Strom werden in derselben Zeit also gleiche Valenzen gelöst. Geht ein Strom z. B. hintereinander durch Lösungen von Schwefelsäure, Silbernitrat, Zinksulfat, Kupfersulfat, so werden gleichzeitig mit 8 g an der Anode der Schwefelsäurezelle abgeschiedenen Sauerstoffs 1,01 g H, 107,9 g Ag, $\frac{65,4}{2} = 32,7$ g Zn, $\frac{63,6}{2} = 31,8$ g Cu an den Kathoden der Zellen abgeschieden; da 1,01; 107,9; 65,4; 63,6 die Atomgewichte dieser Elemente bezogen auf $0 = 16$, ferner Wasserstoff und Silber einwertig, Sauerstoff, sowie Zink und Kupfer im Sulfat zweiwertig sind. Ein und derselbe Strom scheidet aus zwei Lösungen von Eisensalzen, in denen das Eisen zwei bezw. dreiwertig ist (z. B. Ferro- und Ferrisulfat) Eisenmengen ab, welche sich wie 3 : 2 verhalten. Aus einem Merkurosalz wird durch den gleichen Strom die doppelte Quecksilbermenge ausgeschieden als aus einem Merkurisalz.

Die elektrochemischen Äquivalente verhalten sich demnach auch wie die Äquivalentgewichte. Bei Kenntnis des Atomgewichts und der Wertigkeit eines Elements kann man daher aus der im vorigen Paragraphen angegebenen Zahl des

elektrochemischen Äquivalents für Silber dasjenige des betreffenden Elementes ohne weiteres berechnen, mithin auch die durch einen beliebigen Strom in beliebiger Zeit abgeschiedene Menge. Die folgende Tabelle enthält einige elektrochemische Äquivalente:

	M.
Wasserstoff	0.0001046,
Sauerstoff	0.0008289,
Silber	0.011180,
Kupfer	0.003294,
Zink	0.003388.

Der Strom von 10 Ampère scheidet also pro Sekunde 0.0001046 g Wasserstoff an der Kathode und 0.0008289 g Sauerstoff an der Anode aus, zersetzt daher insgesamt 0.0009335 g Wasser; also angenähert 1 mg. Beide Gase bilden zusammen ein Volumen erzeugten Knallgases von 1,740 ccm bei 0° und 760 mm Druck.

107. Messung von Stromstärken mit dem Voltameter (s. auch § 129). Faradays Gesetze der Elektrolyse geben uns ein Mittel an die Hand, Stromstärken zu messen. Man hat hierzu nur den zu messenden Strom eine Zersetzungszelle passieren zu lassen, in welcher entweder Schwefelsäure oder ein Metallsalz (am besten Silber- oder Kupfersalz) zersetzt wird. Aus der abgeschiedenen Menge von Knallgas, welches volumetrisch zu bestimmen ist, bezw. Metall, welches durch Wägung ermittelt werden kann, erhält man durch Division mit dem betreffenden elektrochemischen Äquivalent die Elektrizitätsmenge, welche während der Stromdauer durch die Zelle geflossen ist; durch weitere Division mit der Stromdauer die mittlere Stromstärke. Die für diesen Zweck gebauten Zersetzungszellen heißen Voltameter. Am meisten gebraucht sind Silbervoltameter (Fig. 56), Kupfervoltameter und Knallgasvoltameter (Fig. 57); die hierfür verwendeten Elektrolyte sind wässerige Lösungen von Silbernitrat, Kupfersulfat und Schwefelsäure.

108. Sekundäre Reaktionen. Bei den meisten elektrolytischen Prozessen sind die an den Elektroden auftretenden

Zersetzungsprodukte nicht die primär vom Strom ausgeschiedenen Substanzen. So z. B. auch bei dem bereits erwähnten Fall des Stromdurchgangs durch verdünnte Schwefelsäure. Die an den Elektroden frei werdenden Gase sind die Bestandteile des Wassers, so daß es aussieht, als ob der Vorgang eine Zersetzung des Wassers sei. Dies ist aber nicht der Fall, wie



Fig. 56. Fig. 57.

schon daraus hervorgeht, daß die Anwesenheit der Schwefelsäure für den Eintritt der Zersetzung nötig ist, und reines Wasser den Strom so gut wie gar nicht leitet. Die primäre Wirkung des Stromes beruht vielmehr auf einer Zersetzung der Schwefelsäure gemäß der Formel

$$H_2SO_4 = \overset{\text{Kathode}}{H_2} + \overset{\text{Anode}}{SO_4}.$$

Das Säureradikal SO_4 seinerseits entzieht dem Wasser H_2, so daß an der Anode sich die sekundäre Reaktion abspielt:

$$2SO_4 + 2H_2O = 2H_2SO_4 + O_2.$$

Die Schwefelsäure regeneriert sich daher fortwährend, und der Effekt des Stromdurchgangs ist eine Wasserzersetzung.

Bei der Elektrolyse von Silbernitrat $AgNO_3$ zwischen Silberelektroden scheidet sich an der Kathode das metallische Silber ab. An der Anode verbindet sich das Säureradikal NO_3 mit dem Silber der Anode zu Silbernitrat, welches sich löst. Eine der an der Kathode abgeschiedenen gleiche Silbermenge wird also der Anode entzogen, während die Lösung die gleiche Konzentration behält.

In einer zwischen Platinelektroden elektrolysierten wässerigen Lösung von Natriumsulfat Na_2SO_4 spielen sich an Anode und Kathode sekundäre chemische Prozesse ab. Das an der Kathode abgeschiedene Natrium reagiert mit dem Lösungswasser gemäß der Formel:

$$Na_2 + 2H_2O = 2NaOH + H_2.$$

An der Anode zersetzt das Schwefelsäureradikal das Wasser wie im Knallgasvoltameter.

Zersetzungsprodukte sind also an der Kathode Natronlauge und Wasserstoff, an der Anode Schwefelsäure und Sauerstoff.

Wenn man der in einem *U*-rohr befindlichen Lösung etwas blaue Lackmustinktur zusetzt, welche man an der Kathode durch schwaches Ansäuern rotfärbt, so kehren sich bei der Elektrolyse die Färbungen um.

Es gibt ferner noch sekundäre Reaktionen, welche uns falsche ausgeschiedene Mengen vortäuschen können und daher besonders bei Strommessungen mit dem Voltameter berücksichtigt werden müssen. So bilden sich unter gewissen Versuchsbedingungen bei der Elektrolyse einer wässerigen Schwefelsäurelösung an einer Platinanode als sekundäre Produkte Ozon (O_3), Wasserstoffsuperoxyd (H_2O_2), ein Hydrat der Überschwefelsäure (S_2O_7). Die Bildung dieser Oxydationsprodukte, welche der stark oxydierenden Wirkung des entstehenden Sauerstoffs zuzuschreiben ist, kann das ausgeschiedene Gasvolumen wesentlich zu klein erscheinen lassen. Unter anderem hat die Stromdichte auf dieselbe einen großen Einfluß. Auch die Form metallischer Niederschläge ist von der Stromdichte stark abhängig. Das Metall kann sich kristallinisch, pulverförmig oder als feiner Überzug niederschlagen. Dies letztere wird erstrebt, wenn es sich darum handelt, Metalle z. B. zu versilbern oder zu ver-

golden. Erfahrungsgemäß liefern Lösungen der Cyanverbindungen bei geringer Stromdichte festhaftende glänzende Niederschläge. In der Galvanoplastik erzeugt man dicke Kupferniederschläge auf leitend gemachten Reliefs. Bei Abheben der Kupferschicht hat man in derselben die Form der Reliefs.

109. Ausfällung von Metallen aus deren Salzlösungen. Galvanische Niederschläge erhält man unter Umständen auch ohne Anwendung einer äußeren Stromquelle. Taucht man beispielsweise einen Zinkstab in eine Kupfersulfatlösung, so überzieht er sich von selbst mit einer Kupferschicht. Dies erklärt sich durch Lokalströme, welche sich am Zinkstab ausbilden. Das Zink ist nie vollkommen rein, und es finden sich daher Stellen auf der Oberfläche desselben, welche gegen das reine Zink eine Potentialdifferenz aufweisen. Ist der Sinn dieser Potentialdifferenz derselbe, wie ihn das in der Lösung befindliche Kupfer gegen Zink aufweist, so fließt ein Strom vom Zink durch die Lösung zur verunreinigten Stelle, scheidet dort also Kupfer aus; da das Kupfer sich gleich verhält, so dauert dieser Strom an, es findet also eine dauernde Kupferausscheidung statt. Dagegen findet keine Zinkausscheidung statt beim Eintauchen eines Kupferstabes in Zinksulfatlösung. Denn nehmen wir an, auch bei einem Kupferstabe seien Stellen, welche eine Potentialdifferenz gegen die reinen Stellen desselben aufweisen, so daß infolge dessen ein Lokalstrom entsteht. Dann wird durch denselben zwar im ersten Moment Zink ausgeschieden; dies gibt aber sofort Veranlassung zur Umkehr des Lokalstromes, bis das Zink wieder völlig gelöst ist. Es kann eine dauernde Zinkausfällung nicht stattfinden. Ausfällung eines Metalles 1 aus der Lösung seines Salzes findet durch ein Metall 2, wie aus obiger Betrachtung leicht ersichtlich, nur dann statt, wenn sich 2 in der Lösung anodisch gegen 1 verhält, d. h. wenn in einem aus 1, 2 und der Lösung gebildeten Elemente der Strom von 2 durch die Lösung nach 1 fließt.

110. Theorie der Elektrolyse von R. Clausius und Sv. Arrhenius. Dissoziation. Ionen. Die elektrolytischen Vorgänge lassen sich durch eine Auffassung über die Natur der

elektrolytischen Lösungen erklären, welche von Clausius zuerst aufgestellt, von Arrhenius modifiziert und weiter ausgebaut wurde. Es besteht jedes elektrolytische Molekül, also jedes Salz-, Base- oder Säuremolekül, aus zwei Bestandteilen, welche nach Faraday Ionen genannt werden. Der eine Bestandteil, das sogen. Anion, enthält eine gewisse negative Elektrizitätsmenge, der andere, das sogen. Kation, eine gleich große positive Elektrizitätsmenge. Im Molekül sind Anion und Kation eng miteinander verbunden, die Wirkungen ihrer Ladungen heben sich auf. Nach der Clausius-Arrheniusschen Theorie ist in jeder Lösung eines Elektrolyten ein Teil der Moleküle in die Ionen gespalten, dissoziiert. Obwohl jetzt die Ladungen getrennt sind, so ist dennoch eine solche Lösung noch elektrisch neutral, weil in jedem Volumenelement gleichviel positiv und negativ geladene Teilchen sich befinden. Erzeugt man eine Potentialdifferenz zwischen zwei in der Lösung befindlichen Elektroden, so wandern die Ionen in dem elektrischen Felde nach den Elektroden, das positive Kation nach der Kathode, das negative Anion nach der Anode, und geben ihre Ladungen dort ab. Hierdurch kommt der elektrische Strom zustande.

111. Die Ladung pro Masseneinheit $\left(\frac{e}{m}\right)$ elektrolytischer Ionen. Sei i die Stromstärke des durch die Querschnittseinheit eines Elektrolyten fließenden Stromes. Der Strom kommt nach dem vorigen dadurch zustande, daß eine gewisse Anzahl von positiven und negativen Ionen pro Sekunde ihre Ladung an die Elektroden abgeben. Sei N diese Zahl Ionen einer Art, die für positive und negative Ionen gleich groß ist. Ist ferner e die Ladung, m die Masse eines Ions, so ist

$$i = Ne.$$

Die pro sek ausgeschiedene Menge ist $M = Nm$. Daher ist:

$$\frac{e}{m} = \frac{i}{M}.$$

$\frac{i}{M}$ ist das reziproke elektrochemische Äquivalent. Es ist also die Ladung der Masseneinheit eines Ions gleich dem reziproken elektrochemischen Äquivalent. Sie ist, wie aus der Tabelle in § 106 hervorgeht, am größten für Wasserstoff und hat für ihn ungefähr den Wert $\frac{e}{m} = 10^4$.

112. Wanderung der Ionen. Überführungszahl. Durch die Bewegung der Ionen werden Konzentrationsänderungen des Elektrolyten in der Umgebung der Elektroden herbeigeführt. Da im allgemeinen die Beweglichkeiten des positiven und des negativen Ions verschiedene sind, so ist daraus auf eine Verschiedenheit der Konzentrationsänderungen an Anode und Kathode zu schließen. Fig. 58 zeigt dies schematisch. Zwischen den Grenzflächen *A* und *B* befinde sich eine neutrale, keinen Veränderungen der Zusammensetzung unterworfene Schicht. Links sei Anode, rechts Kathode. Die positiven Ionen seien durch Kreuzchen +, die negativen durch — Striche dargestellt. Vor Anlegung der elektromotorischen Kraft ist die Ionenverteilung eine gleichmäßige (Fig. 58 oberer Teil). Wird nun ein elektrisches Feld im Elektrolyten erzeugt, so wandern die + Ionen nach rechts, die — Ionen nach links. Nach einem kleinen Zeitmoment, in welchem durch die Grenzflächen der neutralen Schicht je ein + Ion ein- bezw. ausgetreten ist, ist bei gleicher Geschwindigkeit der negativen Ionen auch je ein negatives Ion von rechts in die neutrale Schicht eingewandert und nach links hinausgegangen. Es werden dadurch in dem Raum an der Anode zwei negative Ionen, an der Kathode zwei positive Ionen frei und an den Elektroden abgeschieden. In beiden Räumen links und rechts von der neutralen Schicht ist jetzt ein Ionenpaar weniger vorhanden, an beiden Elektroden hat also eine gleiche Konzentrationsabnahme des Elektrolyten stattgefunden (Fig. 58, mittlerer Teil). Anders, wenn das eine Ion sich schneller bewegt. Der untere Teil von Fig. 58 stellt den Fall dar, daß das — geladene Anion sich doppelt so schnell bewegt als das + geladene Kation. In derselben Zeit, in welcher in die Lösungsschicht zwischen *A* und *B* ein positives Ion von links eintritt und ein anderes nach rechts hin sie verläßt, findet der gleiche Vorgang mit zwei

Fig. 58.

negativen Ionen statt. Aus der Figur ist ersichtlich, daß auf diese Weise eine Abnahme der Konzentration um zwei Ionenpaare (Moleküle) in der Schicht auf der Seite der Kathode in derselben Zeit erfolgt, in welcher auf der Seite der Anode ein Molekül verschwindet. An jeder Elektrode werden dabei drei Ionen abgeschieden.

Das Verhältnis der Anzahl der durch die neutrale Schicht nach einer Elektrode hin wandernden Ionen zu der Anzahl der an einer Elektrode frei werdenden Ionen hat Hittorf als Überführungszahl ν bezeichnet. Das Verhältnis der Überführungszahlen beider Ionenarten ergibt direkt das Verhältnis ihrer Geschwindigkeiten. Die Summe der beiden Überführungszahlen ist Eins. Es ist also:

$$\frac{\nu}{1-\nu} = \frac{u}{v},$$

wenn ν und u Überführungszahl und Geschwindigkeit des Kations, v die Geschwindigkeit des Anions bedeuten. Es folgt:

$$\nu = \frac{u}{u+v},$$

$$1-\nu = \frac{v}{u+v}.$$

Im Beispiel Fig. 58 (mittlerer Teil) sind die Überführungszahlen des Anions und des Kations gleich $\frac{1}{2}$; während zwei Ionen an den Elektroden frei werden, wandert je eines durch die neutrale Schicht. Im Beispiel Fig. 58 (unterer Teil) wandert durch den unveränderten Querschnitt ein positives Ion (Kation) in derselben Zeit wie zwei negative Ionen (Anionen). Dabei werden an jeder Elektrode drei Ionen frei. Die Überführungszahl des Kations ist daher in diesem Beispiel gleich $\frac{1}{3}$; diejenige des Anions gleich $\frac{2}{3}$, die Summe beider gleich Eins. Es entspricht dies dem Verhalten der Ionen in einer nicht sehr konzentrierten Kupfersulfatlösung. In solcher Lösung bewegen sich die — geladenen SO_4-Ionen (Anionen) etwa doppelt so schnell als die + geladenen Cu-Ionen (Kationen). Die Überführungszahlen werden durch Konzentrationsbestimmungen der Lösung an den Elektroden ermittelt.

113. Bedeutung des Ohmschen Gesetzes in der elektrolytischen Leitung. Man denke sich einen beliebigen

Querschnitt durch den Elektrolyten gelegt; die Stromstärke stellt sich dar als die Summe der Elektrizitätsmengen, welche pro Zeiteinheit durch die positiven Ionen in der einen, die negativen Ionen in der anderen Richtung durch den Querschnitt befördert werden. In jedem Volumenelement sind stets gleichviel positive und negative Ionen, da freie Ladungen in Elektrolyten nicht vorkommen. Sind n Teilchen jeder Art in der Volumeneinheit, Υ und Φ die Geschwindigkeiten der positiven und negativen Ionen, e die Ladung eines Ions, so ist die Stromstärke pro qcm Querschnitt, d. h. die Stromdichte

$$i = ne\,(\Upsilon + \Phi).$$

Nach dem Ohmschen Gesetz ist die Stromstärke proportional der Potentialdifferenz, also:

$$i = \text{Konst. } V.$$

Damit das Ohmsche Gesetz gilt, müssen also die Geschwindigkeiten Υ und Φ proportional der Potentialdifferenz sein; d. h., wenn V das Potentialgefälle pro cm ist:

$$\Upsilon = u\,V; \quad \Phi = v\,V,$$

wo u und v für jedes Ion Konstante sind, nämlich die Geschwindigkeiten für die pro cm wirkende Einheit der Potentialdifferenz. Die Geschwindigkeit der Ionen pro $\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$ nennt man ihre Beweglichkeit. Auf die Ionen wirkt in dem elektrischen Felde eine Kraft, welche dem Produkt aus ihrer Ladung und der Feldstärke gleich ist. Wenn sie sich ohne Reibung bewegten, würden sie eine fortwährende Beschleunigung erfahren. Die Reibung im Elektrolyten ist aber so groß, daß sie sich wie eine kleine Kugel in einer zähen Flüssigkeit mit gleichförmiger Geschwindigkeit bewegen. Die Beweglichkeit der Ionen ist in verschieden konzentrierten Lösungen eine verschiedene, die Stromstärke bei gegebener Potentialdifferenz daher aus zwei Gründen mit der Konzentration veränderlich. Erstens weil die Zahl der Ionen pro ccm eine andere ist, zweitens weil die Beweglichkeit verschiedene Größe hat. Änderung der Konzentration hat auf die Beweglichkeiten der beiden Ionen eines Elektrolyten im allgemeinen einen verschiedenen Einfluß. Dies macht sich in einer Veränderlichkeit der Überführungszahlen geltend. In Kupfer-

salzlösung z. B. ist für geringere Konzentration der Unterschied der Beweglichkeiten und damit der Überführungszahlen ein größerer als für konzentriertere Lösungen.

114. Das Ostwaldsche Verdünnungsgesetz für die Beziehung zwischen Dissoziationsgrad und Konzentration einer Lösung. Nach § 110 stellt man sich den Strom durch einen Elektrolyten als entstanden vor durch die Bewegung der in der Lösung des Elektrolyten vorhandenen Ionen in dem elektrischen Felde zwischen den Elektroden. Die Ionen sind in jeder Lösung eines Elektrolyten enthalten. Man hat sich dies nicht so vorzustellen, als ob ein Teil der gelösten Moleküle ständig erhalten, ein anderer Teil dauernd in Ionen zerspalten wäre, sondern vielmehr folgendermaßen: Die elektrisch neutralen Moleküle des gelösten Stoffes sind gebildet durch das Zusammenhaften entgegengesetzt geladener Ionen infolge deren elektrostatischer Anziehung. Die Moleküle sind aber andererseits in fortwährender wirbelnder Bewegung; diese Bewegung ist diejenige, welche die Temperatur des Körpers bedingt; sie ist um so stärker, je höher die Temperatur ist. Durch diese teilweise rotatorische Bewegung erleiden die im Molekül enthaltenen Ionen aber Zentrifugalkräfte, welche sie voneinander zu trennen suchen. So kommt es, daß in der Lösung fortdauernd Moleküle auseinandergerissen werden und andere durch Vereinigung von Ionen dafür entstehen. Es muß dann ein gewisser Gleichgewichtszustand eintreten, der dadurch gegeben ist, daß Zerfall und Neubildung von Molekülen gleich sind. Unter Dissoziationsgrad α versteht man die Zahl, welche angibt, welcher Bruchteil der gelösten Moleküle in Ionen gespalten ist. α ist also ein echter Bruch und höchstens gleich Eins, nämlich dann, wenn alle Moleküle dissoziiert sind. Sind N Moleküle pro ccm gelöst, so sind je αN Ionen beider Arten und $(1 - \alpha) N$ ungespaltene Moleküle in der Volumeneinheit enthalten. Von diesen letzteren wird in der Zeiteinheit eine gewisse Anzahl in Ionen zerfallen, welche der Zahl vorhandener ungespaltener proportional ist; also $P(1 - \alpha) N$, wo P eine Proportionalitätskonstante ist. Von den freien Ionen wiederum wird sich in gleicher Zeit eine Zahl anziehen und wieder vereinigen, die der Anzahl αN der Ionen

jeder Art, zusammen also dem Quadrate dieser Anzahl proportional ist, d. h. es werden $Q\alpha^2 N^2$ Wiedervereinigungen in der Sekunde stattfinden, wo Q eine andere Proportionalitätskonstante ist. Gleichgewicht ist, wenn gleichviel Moleküle entstehen und zerspalten werden, also wenn

$$P(1-\alpha)N = Q\alpha^2 N^2,$$

oder:

$$\frac{\alpha^2}{1-\alpha} = \frac{P}{Q} \cdot \frac{1}{N} = \frac{c}{N} = c\varphi$$

ist. Die Funktion $\frac{\alpha^2}{1-\alpha}$ des Dissoziationsgrades α ist hiernach also der Konzentration N der Moleküle umgekehrt, d. h. der Verdünnung φ direkt proportional. Je größer die Konstante c einer Lösung ist, desto besser leitet dieselbe. Wenn für die Leitung nur die dissoziierten Moleküle in Betracht kommen, d. h. der Strom nur durch die Bewegung der Ionen zustande kommt, und die ungespaltenen Moleküle am Transport der Elektrizität sich nicht beteiligen, so ist nach § 113 der Strom, also das Leitvermögen der Anzahl n der im ccm enthaltenen Ionen, d. h. der Größe αN proportional. Vorausgesetzt ist dabei, daß bei der Änderung von n durch eine Konzentrationsänderung die Beweglichkeiten der Ionen durch eine Änderung des Reibungswiderstandes nicht andere werden, was nach § 113 nicht streng richtig ist.

Für sehr schwach dissoziierte Körper, bei denen α klein gegen 1 ist, folgt aus dem oben abgeleiteten Gesetz, daß der Dissoziationsgrad α der Größe $\frac{1}{\sqrt{N}}$ proportional ist. Das der Größe αN proportionale Leitungsvermögen muß hiernach der Größe $\sqrt{N}$, d. h. der Wurzel aus der Konzentration der Moleküle, direkt proportional sein. Diese Beziehung ist an schlecht leitenden Lösungen experimentell bestätigt worden.

In äußerst verdünnter Lösung müssen nach der eben abgeleiteten Formel alle Körper vollständig dissoziiert sein, da für N nahe gleich Null, für α der Wert nahe gleich Eins folgt.

115. Bestimmung des Dissoziationsgrades aus dem Leitungsvermögen. Wir betrachten einen Würfel von 1 ccm Inhalt. An zwei gegenüberliegenden Flächen bestehe die

Spannungsdifferenz 1 Volt. Der Strom in Ampère ausgedrückt ist dann numerisch gleich dem spezifischen Leitungsvermögen $\varkappa$ des Würfels; denn er ist gleich dem reziproken Widerstand des Würfels von 1 cm Länge und 1 qcm Querschnitt (s. § 97). Sind N Moleküle des Elektrolyten in dem ccm gelöst und α der Dissoziationsgrad, so befinden sich je

$$n = \alpha N$$

Ionen jedes Vorzeichens in der betrachteten Volumeneinheit. Sind u, v ihre Beweglichkeiten, d. h. da wir hier das Gefälle $1 \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$ haben, auch ihre Geschwindigkeiten, $\pm e$ die Ladung eines Ions, so ist:

$$\varkappa = ne\,(u + v) = \alpha Ne\,(u + v). \tag{1}$$

Ne ist die Gesamtladung aller in dem ccm enthaltenen Ionen eines Vorzeichens, aller, d. h. auch der zu neutralen Molekülen noch vereinigten. Die Größe Ne kennt man, wenn die Konzentration der Lösung bekannt ist; aus der Konzentration kann man die Menge in g des im ccm enthaltenen Ions jeder Art berechnen. Diese Menge dividiert durch das elektrochemische Äquivalent des betr. Ions (s. § 105) gibt die elektrische Ladung in absoluten Einheiten, welche an der Menge haftet.

Ein Beispiel möge dies erläutern. Eine sehr verdünnte Salzsäurelösung enthalte 0,365 mg HCl im ccm Lösung. Das Atomgewicht von Wasserstoff ist auf Sauerstoff = 16 bezogen etwa 1, das des Chlors etwa 35,5. Es ist daher 0,01 mg an Wasserstoffmolekülen und -ionen in dem ccm enthalten. Das elektrochemische Äquivalent des Wasserstoffs ist 0,0001046, d. h. an dieser Menge, d. i. 0,1046 mg Wasserstoff, haftet die Elektrizitätsmenge 1 abs. = 10 Coulomb. An 0,01 mg haftet daher die Elektrizitätsmenge

$$\frac{0{,}01 \cdot 10}{0{,}1046} = 0{,}956 \text{ Coulomb.}$$

Dies ist die Menge Ne, welche sich gleich ergeben hätte, wenn man die Rechnung mit den Cl-Ionen durchgeführt hätte.

Die Größe $\frac{\varkappa}{Ne}$ ist das reduzierte Leitungsvermögen einer Lösung, welche im ccm die Ladung Eins an den Ionen eines

Vorzeichens enthält. Bezeichnet man sie mit L, so ist nach obiger Gleichung:

(2) $$L = \frac{\varkappa}{Ne} = \mathfrak{a}\,(u + v).$$

In sehr verdünnten Lösungen ist nach dem vorigen Paragraphen $\mathfrak{a} = 1$. Ist das reduzierte Leitvermögen für solche Lösung L_∞, so ist also:

(3) $$L_\infty = (u + v).$$

Daher:

(4) $$\mathfrak{a} = \frac{L}{L_\infty}.$$

Durch Bestimmung des reduzierten Leitvermögens L einer Lösung, sowie derselben Größe für sehr starke Verdünnung (L_∞) ermittelt man daher den Dissoziationsgrad der Lösung als den Quotienten aus den beiden Werten.

116. Einführung des Äquivalentleitvermögens. Das auf die im ccm an den Ionen haftende Elektrizitätsmenge Eins reduzierte Leitvermögen L war definiert als

$$L = \frac{\varkappa}{Ne}.$$

Die an den Ionen im ccm haftende Ladung Ne ist aber gleich der gelösten Menge p eines Ions dividiert durch sein elektrochemisches Äquivalent $\mathfrak{M}$:

(5) $$Ne = \frac{p}{\mathfrak{M}}.$$

Drückt man die im ccm gelöste Menge p eines Ions als Anzahl η gelöster Äquivalentgewichte aus, so ist, wenn A das Äquivalentgewicht bedeutet:

$$p = \eta A,$$

mithin

(6) $$Ne = \frac{\eta A}{\mathfrak{M}}.$$

Nun ist der Quotient $\frac{A}{\mathfrak{M}}$ für alle Ionen die gleiche Konstante, da ja das elektrochemische Äquivalent $\mathfrak{M}$ proportional dem Äquivalentgewicht A ist (§ 106). Für Wasserstoff ist das Äquivalentgewicht A gleich Eins, das elektrochemische Äqui-

valent $\mathfrak{M} = 0,00001046 \frac{g}{\text{Coulomb}}$ *). Daher ist der für alle Ionen konstante Faktor $\frac{A}{\mathfrak{M}} = \frac{1}{0,00001046}$. Es folgt also:

$$Ne = \frac{\eta}{0,00001046}$$

und:

$$L = \frac{\varkappa}{Ne} = \frac{\varkappa}{\eta} \cdot 0,00001046. \tag{7}$$

η ist die Anzahl im ccm gelöster Äquivalentgewichte in Grammen, $\frac{\varkappa}{\eta}$ also das auf ein gelöstes Grammäquivalent reduzierte Leitvermögen. Diese Größe hat man mit dem Buchstaben Λ bezeichnet und Äquivalentleitvermögen genannt. Es ist dasselbe also:

$$\Lambda = \frac{L}{0,00001046}. \tag{8}$$

Das Äquivalentleitvermögen kann man anstatt der Größe L in Zähler und Nenner der Formel (4) einsetzen, und man erhält für die Bestimmung des Dissoziationsgrades die Formel:

$$\alpha = \frac{\Lambda}{\Lambda_\infty}. \tag{9}$$

Für das Äquivalentleitvermögen bei großer Verdünnung folgt die der Gleichung 3) analoge:

$$\Lambda_\infty = \frac{u + v}{0,00001046} = U + V. \tag{10}$$

Die Größen

$$U = \frac{u}{0,0_4 1046}; \quad V = \frac{v}{0,0_4 1046}$$

hat man auch wohl als Ionenbeweglichkeiten bezeichnet. Die Summe $U + V$ für die beiden Ionen der Lösung ergibt das Äquivalentleitvermögen Λ_∞ einer verdünnten Lösung. Für nicht genügend verdünnte Lösungen findet man nach (9) das Äquivalentleitvermögen Λ durch Multiplikation der Summe $U + V$ mit dem Dissoziationsgrad.

Die Größen u und v indessen sind die wirklichen absoluten

*) Da in dieser Betrachtung sämtliche elektrischen Größen in Ampère, Volt und Ohm ausgedrückt sind, so ist auch für das elektrochemische Äquivalent nicht der absolute, sondern der aufs Coulomb bezogene 10 mal kleinere Wert zu wählen.

Beweglichkeiten der Ionen, d. h. die Geschwindigkeiten für das Gefälle $\frac{1 \text{ Volt}}{\text{cm}}$. Ihre Summe, für nicht sehr verdünnte Lösungen mit dem Dissoziationsgrad multipliziert, ergibt das auf die Ladung Eins im ccm reduzierte Leitvermögen L, welches gleich dem Äquivalentleitvermögen Λ multipliziert mit 0,00001046, dem elektrochemischen Äquivalent des Wasserstoffs, ist.

117. Bestimmung der absoluten Beweglichkeit der Ionen. Die Größen u und v sind aus den vorherigen Beziehungen leicht zu ermitteln. Es ist nach Gleichung (9) und (10) des vorigen Paragraphen:

$$(1) \qquad \Lambda = \mathfrak{a}\Lambda_\infty = \mathfrak{a}\,(U + V) = \frac{\mathfrak{a}\,(u + v)}{0{,}00001046}\,.$$

Ferner sind nach § 112 die Überführungszahlen der Ionen gegeben durch:

$$(2) \qquad \nu = \frac{u}{u + v}\,, \quad 1 - \nu = \frac{v}{u + v}\,.$$

Aus beiden Beziehungen folgt:

$$u = \frac{\nu\Lambda \cdot 0{,}00001046}{\mathfrak{a}} = \nu\Lambda_\infty \cdot 0{,}00001046\,,$$

$$v = \frac{(1 - \nu)\,\Lambda \cdot 0{,}00001046}{\mathfrak{a}} = (1 - \nu)\,\Lambda_\infty \cdot 0{,}00001046.$$

118. Berechnung eines numerischen Beispiels. Lösung, welche 0,365 g Salzsäure im Liter enthält. Das ccm Lösung enthält 0,365 mg HCl; also 0,01 mg H und 0,355 mg Cl. Es ist also für Wasserstoff der Gehalt pro ccm in Gramm: $p = 0{,}00001$. Das Äquivalentgewicht ist Eins, daher der Gehalt pro ccm an Grammäquivalenten Wasserstoff $\eta = 0{,}00001$. Denselben Wert hat η natürlich für das andere in äquivalenter Menge in Lösung enthaltene Ion Cl. Eine Säule solcher Lösung von 1 qcm Querschnitt und 1 cm Länge zeigt einen Widerstand von 270 Ohm. Das Leitvermögen $\varkappa$ ist der reziproke Wert hiervon $\varkappa = 0{,}00370$. Das Äquivalentleitvermögen (Λ_∞, da die Lösung eine sehr verdünnte ist) ist:

$$\Lambda_\infty = \frac{\varkappa}{\eta} = 370.$$

Die Überführungszahl des Chlors in HCl-lösung ist nach Hittorf: $1-v=0{,}17$; für Wasserstoff $v=0{,}83$. Für die Geschwindigkeiten u und v folgt daher:

$$u=0{,}83\cdot 370\cdot 0{,}00001046=0{,}0032\ \frac{\text{cm}}{\text{sek}}\ \text{pro}\ \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}.$$

$$v=0{,}17\cdot 370\cdot 0{,}00001046=0{,}00066\ \frac{\text{cm}}{\text{sek}}\ \text{pro}\ \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}.$$

Die Größen U und V, deren Summe das Äquivalentleitvermögen ergibt, folgen daraus:

$$U=\frac{u}{0{,}00001046}=306;\qquad V=\frac{v}{0{,}00001046}=63.$$

119. Verwandlung chemischer in elektrische Energie. Das Voltasche Element. Ein chemisch reiner Zinkstab, in verdünnte Schwefelsäure getaucht, tritt in keinerlei Wechselwirkung mit der Säure. Wird aber außerdem ein Kupferstab eingetaucht, und dieser mit dem Zinkstab metallisch verbunden, so tritt augenblicklich Gasentwickelung ein, wobei Zn in $ZnSO_4$ verwandelt wird. Gleichzeitig fließt ein Strom durch den Verbindungsdraht und das ganze System Zelle + Verbindungsdraht erwärmt sich. Für den Eintritt der Gasentwickelung genügt es auch, ein Stückchen Kupfer unter der Säure mit dem Zink in Berührung zu bringen oder auch nur einen z. B. mit etwas Kupfer verunreinigten Zinkstab zu nehmen. In diesen letzteren Fällen tritt die ganze Wärmeentwickelung innerhalb der Zelle auf, der elektrische Strom, welcher damit verbunden ist, ist ein Lokalstrom. Das Prinzip von der Erhaltung der Energie fordert, daß die erzeugte Gesamtwärme in allen Fällen die gleiche ist, daß für die Umwandlung z. B. eines Gramms Zink in Zinksulfat eine gewisse bestimmte Wärmemenge erzeugt wird.

Diese Wärmemenge, welche also beim Auflösen von 1 g Zn in H_2SO_4 erzeugt wird, ist experimentell zu 1670 cal bestimmt. Ihr mechanisches Äquivalent beträgt in absoluten Einheiten, $q=1670.\ 4{,}2\cdot 10^7$ Erg.

Richtet man den Versuch so ein, daß ein Zink- und ein Kupferstab in Säure getaucht und durch einen Draht vom Widerstand W eine gewisse Zeitlang miteinander verbunden werden,

so fließt während dieser Zeit t ein Strom durch den Draht und die Zelle und es löst sich eine gewisse Menge Zink. Möge der Strom die Stärke i haben. Dann ist die im ganzen Stromkreise erzeugte Wärmemenge, wenn w den Widerstand der Zelle bedeutet

$$Q = i^2 wt + i^2 Wt.$$

Dabei ist angenommen, daß keinerlei andere Wärme außer Joulescher Wärme durch den Strom erzeugt wird.

Diese Wärmemenge Q muß gleich sein der Lösungswärme des gelösten Zinks in Schwefelsäure. Das Zink ist in Lösung gegangen, dadurch, daß der Strom die Schwefelsäure zersetzt hat, und die SO_4-Ionen mit dem Zink in Verbindung getreten sind. Die gelöste Zinkmenge erhält man also durch Multiplizieren der durch die Zelle geflossenen Elektrizitätsmenge it mit dem elektrochemischen Äquivalent $\mathfrak{M}$ des Zinks ($\mathfrak{M} = 0{,}003388$; § 106), die der Lösung entsprechende Wärme durch Multiplikation der gelösten Menge mit der Lösungswärme q von 1 g Zink in H_2SO_4. Es ist also auch

$$Q = \mathfrak{M} itq.$$

Durch Vergleich der beiden Ausdrücke für Q folgt:

$$i^2 wt + i^2 Wt = \mathfrak{M} itq,$$

$$i(w + W) = \mathfrak{M} q.$$

Die linke Seite ist nach der 2. Kirchhoffschen Regel (§ 100) die in dem Stromkreise wirkende elektromotorische Kraft. Ist der äußere Widerstand W groß gegen den inneren Widerstand w der Zelle, so wird die Gleichung reduziert auf:

$$iW = \mathfrak{M} q,$$

iW ist dann die an den Enden des Widerstandes W, d. h. also auch an den Polen der durch einen großen Widerstand geschlossenen oder, wenn $W = \infty$, der offenen elektrolytischen Zelle herrschende Potentialdifferenz.

Die Potentialdifferenz an den Polen einer offenen Zelle ist gleich der elektromotorischen Kraft in einem geschlossenen Stromkreis, welcher die Zelle als Stromquelle enthält (s. § 103).

120. Numerische Berechnung der elektromotorischen Kraft des Voltaschen Elementes $Zn - H_2SO_4 - Cu$.

Nach dem vorigen Paragraphen ist die Potentialdifferenz an den Polen gegeben als das Produkt aus dem elektrochemischen Äquivalent $\mathfrak{M}$ des Zinks und der Wärmetönung q bei Lösen von 1 g Zn in verdünnter Schwefelsäure:

$$E = \mathfrak{M}q.$$

Die Zahlen für diese beiden Größen sind auch bereits dort angegeben. Ihnen zufolge ist

$$\begin{aligned} E &= 0{,}003386 \cdot 1670 \cdot 4{,}2 \cdot 10^7 \\ &= 2{,}376 \cdot 10^8 \text{ abs. Einh.} \\ &= 2{,}376 \text{ Volt.} \end{aligned}$$

Es ist dies also die elektromotorische Kraft, welche bei Auflösen von Zink in verdünnter Schwefelsäure unter Wasserstoffbildung entsteht; denn dies ist der einzige Vorgang im Voltaschen Element.

121. Polarisation. Der eben berechnete Wert der elektromotorischen Kraft des Voltaschen Elements besteht aber nur im ersten Moment nach dem Zusammensetzen. Sobald dem Element Strom entnommen wird, ändert er sich, indem er stark abnimmt. Dies liegt erstens daran, daß der an dem Kupfer sich abscheidende Wasserstoff nicht ganz entweicht, sondern eine Gasschicht um das Kupfer bildet, welche auch eine gewisse chemische Wirkung ausübt und Veranlassung zur Entstehung einer elektromotorischen Kraft gibt. Ferner beteiligt sich das durch Lösung des Zinks entstehende Zinksulfat an der Stromleitung und es scheidet sich Zink an dem Kupferstab aus. Dieses sucht ebenso wie der Zinkstab selbst sich zu lösen und erzeugt dadurch eine entgegengesetzte elektromotorische Kraft. Man nennt diesen Vorgang Polarisation der Elektroden und die so durch die Stromwirkung entstehende, entgegengesetzt gerichtete Potentialdifferenz die elektromotorische Kraft der Polarisation. Die Gegenkraft der Polarisation entsteht in den weitaus meisten Fällen des Stromdurchgangs durch Elektrolyte (s. auch später Polarisation bei Wechselstrom).

122. Polarisation im Knallgas-Voltameter. Ein elektrischer Strom, durch verdünnte Schwefelsäure geleitet, macht an den Elektroden Wasserstoff bezw. Sauerstoff frei. Die Zer-

setzung geschieht gegen die chemische Verwandtschaft, welche die beiden Gase zu Wasser zu vereinigen strebt. Die elektromotorische Kraft E, welche durch das Vereinigungsbestreben erzeugt wird, ist nach § 119 gegeben als das Produkt aus dem elektrochemischen Äquivalent des Wasserstoffs ($\mathfrak{M} = 0{,}0001046$) und der Wärmetönung, welche sich bei Verbindung von 1 g Wasserstoff mit Sauerstoff zu Wasser zeigt, deren mechanisches Äquivalent $q = 34000 \cdot 4{,}2 \cdot 10^7$ ist. Es ist also:

$$E = 0{,}0001046 \cdot 34000 \cdot 4{,}2 \cdot 10^7$$
$$= 1{,}49.\ 10^8$$
$$= 1{,}49 \text{ Volt.}$$

Die gleiche elektromotorische Kraft der Polarisation erhält man natürlich durch Einsetzen der Werte $\mathfrak{M}$ und q für Sauerstoff. Die Wärmetönung bei Verbindung von 1 g O zu Wasser ist angenähert achtmal kleiner, das elektrochemische Äquivalent aber in demselben Verhältnis größer.

Schickt man also durch eine Lösung von Schwefelsäure in Wasser einen elektrischen Strom mit Hilfe von Elektroden, welche keine chemische Verwandtschaft zu den Zersetzungsprodukten zeigen, beispielsweise Platinelektroden, so entsteht eine der Stromrichtung entgegengesetzt gerichtete elektromotorische Kraft der Polarisation von 1,49 Volt. Es ist also unmöglich, Wasser zu zersetzen mit einem Element, dessen elektromotorische Kraft $\leq 1{,}49$ Volt ist.

123. Depolarisation. Man kann die nach dem Stromdurchgang durch verdünnte Schwefelsäure an Platinelektroden entstehende elektromotorische Gegenkraft leicht direkt nachweisen, indem man die Stromquelle aus dem Stromkreise herausnimmt und sie durch einen Metalldraht ersetzt. Ein Galvanometer zeigt dann einen dem vorherigen entgegengesetzten Strom an, welcher allmählich verschwindet.

Auch ohne daß man den Gegenstrom sich ausbilden läßt, also in der offenen polarisierten Zelle, verschwindet allmählich die Polarisation. Man nennt dies Depolarisation. Dieselbe kann durch gewisse Mittel beschleunigt oder verlangsamt werden. Der Depolarisationsvorgang an einer Platinelektrode, an welcher

Wasserstoff ausgeschieden ist, ist sehr schnell, wenn man stark oxydierende Mittel, z. B. Chromsäure, in dem Elektrolyten löst. Der Wasserstoff wird schnell zu Wasser oxydiert. Diese Wirkung wird zur Herstellung konstanter Elemente benutzt (§ 126).

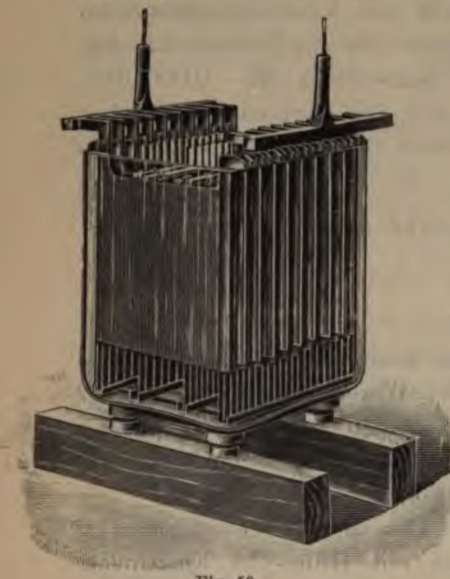


Fig. 59.

124. Der Akkumulator. Leitet man den elektrischen Strom durch eine Zelle, welche aus oxydierten Bleiplatten in Schwefelsäure besteht, so findet durch sekundäre Reaktion eine Veränderung der Platten statt, indem der an der Kathode entstehende Wasserstoff das Oxyd reduziert, der an der Anode entstehende Sauerstoff Bleisuperoxyd bildet. Die entstehende Gegenkraft der Polarisation beträgt hierbei ca. 2 Volt. Durch Formieren der Bleiplatten kann man es erreichen, daß der chemische Prozeß sich durch die ganze Masse der Platte erstreckt, wozu eine große hindurchzusendende Elektrizitätsmenge gehört. Bei Schließen des geladenen Akkumulators erhält man die gleiche Menge, also einen längere Zeit dauernden starken Strom, durch die Umkehr des chemischen Prozesses wieder zurückgeliefert. Fig. 59 zeigt einen Akkumulator für Starkstrom der Kölner Akkumulatorenwerke, Fig. 60 eine Batterie aus

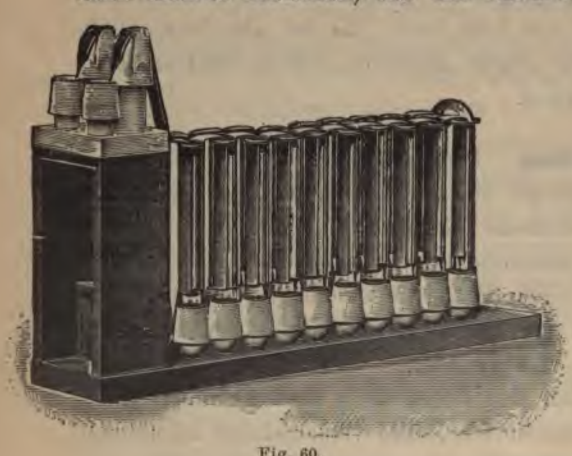


Fig. 60.

zwanzig Akkumulatorenzellen für schwachen Strom, wie sie zur Zusammenstellung von Hochspannungsbatterien von Fr. Klingel-



Fig. 61.

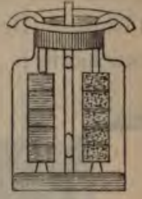


Fig. 62.

fuß & Co. in Basel gebaut werden. Fig. 61 zeigt eine zu gleichen Zwecken dienende Batterie aus geschlossenen Zellen von M. Bornhäuser (Ilmenau), Fig. 62 den Querschnitt einer Zelle davon.

125. Unpolarisierbare Elektroden. Man kann Fälle realisieren, in welchen ein elektrischer Strom keine Polarisation der Elektroden hervorruft. Dies ist z. B. oft der Fall, wenn die Zelle aus Metallelektroden in Lösung eines Salzes besteht, dessen Metall das Metall der Elektroden ist. Schickt man z. B. einen elektrischen Strom vermittelst Zinkelektroden durch eine Zinksulfat-Lösung, so bildet das an der Anode sich abscheidende SO_4-Ion mit dem Anodenmetall Zinksulfat, welches in Lösung geht; an der Kathode scheidet sich Zink ab, welches die Natur der Zinkelektrode nicht verändert Der einzige Effekt des Stromdurchgangs ist also nur eine Gewichtszunahme der Kathode und eine entsprechende Abnahme des Anodengewichts. Polarisation der Elektroden findet nicht statt.

Nur eine ganz geringe Polarisation zeigt sich, welche aber nicht an den Elektroden, sondern im Inneren der Lösung ihren Sitz hat und durch Konzentrationsdifferenzen bewirkt ist, welche zwischen der Flüssigkeit an der Anode und derjenigen an der Kathode entstehen.

126. Inkonstante und konstante Elemente. Das Voltasche Element ist, wie wir gesehen haben, ein inkonstantes, weil, sobald Stromentnahme stattfindet, eine Polarisation der Kupfer-Elektrode eintritt. Konstanz eines Elementes wird dann

vorhanden sein, wenn seine Elektroden unpolarisierbare sind. Dies ist der Fall bei dem Daniellschen Element. (Fig. 63.) Seine Pole sind Zink in Zinksulfatlösung, Kupfer in Kupfersulfatlösung. Beide Lösungen sind durch eine poröse Tonzelle mechanisch getrennt und doch leitend verbunden. Zink in verdünnter Schwefelsäure bildet eine unpolarisierbare Anode, weil das SO_4 sich mit dem Zn zu Zinksulfat verbindet. Dasselbe löst sich, verändert dadurch aber, solange genügend H_2SO_4 vorhanden ist, kaum die elektromotorische Kraft.



CA. 1/10 NAT. GRÖSSE
Fig. 63.

Zink als Kathode gebraucht, wäre nicht unpolarisierbar.

Man kann Elektroden auch noch auf andere Weise zu unpolarisierbaren machen, indem man nämlich durch chemische Mittel die Depolarisation (§ 123) beschleunigt. Dies gilt besonders für die Oxydation des Wasserstoffs.

Im konstanten Bunsenschen Element ist der eine Pol, Zink in Schwefelsäure, unpolarisierbar als Anode für den Strom, d. h. als negativer Pol des Elements. Der positive Pol wird durch einen in konzentrierter Salpetersäure stehenden Kohlestab gebildet. Der an ihm bei Stromentnahme entstehende Wasserstoff wird durch die Säure sofort oxydiert. Dasselbe findet statt in dem Chromsäure-Element, welches aus einem Kohle- und einem Zinkstab in verdünnter Schwefelsäure besteht, welcher man doppeltchromsaures Kali zugesetzt hat. Die Chromsäure ist hier das oxydierende Mittel.

127. Berechnung der elektromotorischen Kraft eines Daniell-Elements. Der bei Stromentnahme stattfindende chemische Prozeß besteht in einer Auflösung von Zink in Schwefelsäure und einer Abscheidung von Kupfer aus seiner Verbindung mit Schwefelsäure. Die Auflösung des Zinks ergibt nach § 120 eine elektromotorische Kraft von $E_1 = 2,376$ Volt. In gleicher Weise berechnet sich die elektromotorische Kraft, welche durch Auflösung von Kupfer in Schwefelsäure erregt wird, als das Produkt aus elektrochemischem Äquivalent des

Kupfers ($\mathfrak{M} = 0{,}003294$) und Wärmetönung bei Lösung eines Gramms ($q = 909{,}5 \cdot 4{,}2 \cdot 10^7$ Erg im mechanischen Äquivalent).

$$E_2 = 0{,}003294 \cdot 909{,}5 \cdot 4{,}2 \cdot 10^7$$
$$= 1{,}258 \cdot 10^8 \text{ abs. Einh.,}$$
$$= 1{,}258 \text{ Volt.}$$

Die durch Ausscheidung des Kupfers erregte Potentialdifferenz ist der so berechneten entgegengesetzt gleich

$$E_2 = -1{,}258 \text{ Volt.}$$

Daher ist die gesamte elektromotorische Kraft des Daniellelements, welche durch beide chemische Prozesse am Zink und am Kupfer erzeugt wird,

$$E = E_1 + E_2 = 2{,}376 - 1{,}258 \text{ Volt} = 1{,}118 \text{ Volt.}$$

Es ist dieser berechnete Wert in guter Übereinstimmung mit dem zu beobachtenden.

Sechster Abschnitt.

Elektrische Messungen.

A) Messung von Stromstärken.

128. Absolute Messung der Stromstärke. Man sendet den zu messenden Strom durch die Tangentenbussole (Fig. 64). Dies ist ein Instrument, bestehend aus einer oder mehreren kreisförmigen Windungen von Kupferdraht. Im Mittelpunkt des Windungskreises befindet sich eine im Verhältnis zum Kreisdurchmesser kleine Magnetnadel mit einem längeren Zeiger oder einem Spiegel, mit dessen Hilfe man geringe Drehungen durch die Gaußsche Spiegelablesung bestimmen kann. Die Stromstärke i erzeugt im Mittelpunkt der in den Meridian gestellten Windungsfläche ein senkrecht zum Meridian gerichtetes magnetisches Feld, dessen Stärke nach §§ 89 und 90 gegeben ist durch



Fig. 64.

$$\mathfrak{H} = \frac{2\pi i}{r},$$

und durch Bestimmung des Ablenkungswinkels φ der Magnetnadel mit der nach § 79 in absoluten Einheiten zu messenden Horizontalintensität H des Erd-Magnetismus verglichen werden

kann. Ist der Radius r des Windungskreises bekannt, so kennt man

$$i = \frac{r\mathfrak{H}}{2\pi}$$

in absoluten *e. m.* Einheiten.

Hierin ist:

$$\mathfrak{H} = H \operatorname{tang} \varphi.$$

129. Elektrolytische Strommessung (s. auch § 107). Ein sehr zuverlässiges Mittel, die Stärke eines elektrischen Stromes zu messen, gibt uns die Elektrolyse. Durch Verbindung der absoluten elektromagnetischen Strommessung mit der Wägung eines Metallniederschlages in einem Voltameter hat man die Werte der elektrochemischen Äquivalente so genau festgelegt, daß man, wenn man z. B. ein Instrument mit nicht ausmeßbaren Spulen auf absolute Angaben eichen will, auf die wegen vieler Fehlerquellen sehr schwierige Vergleichung seiner Angabe mit der einer Tangentenbussole verzichten und mit großer Genauigkeit statt dessen eine voltametrische Messung benutzen kann.

Strommeßapparate werden also voltametrisch geeicht.

130. Internationale Einheiten. Man ist sogar noch weiter gegangen, indem man gesetzlich für technische Zwecke direkt die internationale Stromeinheit ein Ampère elektrolytisch definiert hat. Dies geschah aus dem gleichen Grunde, aus welchem man auf dem in Paris abgehaltenen internationalen Kongreß das g und das cm festlegte, nämlich um ein bestimmt festgelegtes Maß für die elektrischen Größen zu erhalten, welches leicht reproduzierbar ist. Man hat die internationale Stromeinheit definiert:

Die Stärke 1 A hat der konstante Strom, der in der Sekunde 1,118 mg Silber ausscheidet.

Wegen der Schwierigkeit der absoluten Ohmbestimmung hat man auch ein internationales Ohm festgesetzt, dessen Wert 1 Θ dem absoluten sehr nahe gleichkommt.

Den Widerstand 1 Θ hat eine Quecksilbersäule von 1,063 m Länge und 1 mm² Querschnitt bei 0°. Diese Säule wiegt 14,4521 g.

Durch diese Festsetzungen ist auch die internationale Einheit der elektromotorischen Kraft festgelegt.

1 V ist die elektromotorische Kraft, welche in dem Widerstande 1 Θ den Strom 1 A erzeugt.

131. Messung von Stromstärken mit Hilfe von Galvanometern. In den Galvanometern wird die magnetische Wirkung des Stromes auf eine Magnetnadel multipliziert dadurch, daß man den Strom eine große Anzahl von Windungen durchlaufen läßt. Die kleinen Drehungen der Nadel werden durch Spiegelablesung gemessen (Spiegelgalvanometer). Da eine Spulenausmessung hier nicht mehr möglich, so geschieht die Eichung voltametrisch (siehe indessen auch § 146). Ist das Galvanometer sehr empfindlich, so läßt man bei der Eichung nicht den ganzen Voltameterstrom durch das Instrument fließen, sondern mittels bekannter Widerstände eine Stromteilung eintreten, indem man zum Galvanometer einen Nebenschluß legt. Haben Galvanometer und Nebenschluß bekannte Widerstände γ und w, so berechnet sich in sehr einfacher Weise der Bruchteil des durch das Voltameter gemessenen Gesamtstroms i, welcher durch das Galvanometer fließt. Sind i_γ und i_w die Ströme in den beiden parallelen Zweigen, so ist nach den Kirchhoffschen Regeln:

$$i_\gamma + i_w = i,$$

$$i_\gamma \cdot \gamma = i_w \cdot w.$$

Daher:

$$i_\gamma\left(1 + \frac{\gamma}{w}\right) = i,$$

$$\frac{i_\gamma}{i} = \frac{w}{w + \gamma}.$$

Indem man w klein macht, kann man dem Galvanometer einen beliebigen Bruchteil des Stromes entziehen. Ist z. B.

$$w = \frac{\gamma}{9}, \text{ so ist } i_\gamma = \frac{i}{10}.$$

Zwecks Galvanometereichung berechnet man aus der Menge des im Voltameter ausgeschiedenen Metalls die Stromstärke i in Ampère. Durch Multiplikation mit dem Quotienten $\frac{w}{w + \gamma}$ erhält man i_γ, und durch Division dieses Wertes durch die Anzahl

Millimeter Skalenausschlag an einer 1 m entfernten Skala die **Empfindlichkeit** des **Galvanometers**, d. i. die Anzahl Ampère, welche an einer 1 m entfernten Skala 1 mm Ausschlag hervorrufen.

132. Spiegelgalvanometertypen. Viel gebraucht für Zwecke, welche nicht allzu große Empfindlichkeit verlangen, sind die Wiedemannschen Spiegelgalvanometer (Fig. 65). Der Magnet ist in der Regel ein längs eines Durchmessers magnetisierter Stahlring. Wird sehr hohe Empfindlichkeit gewünscht, so hat man die Richtkraft, welche den Magneten in den Meridian einstellt, zu vermindern, ohne indessen die Stärke des dem

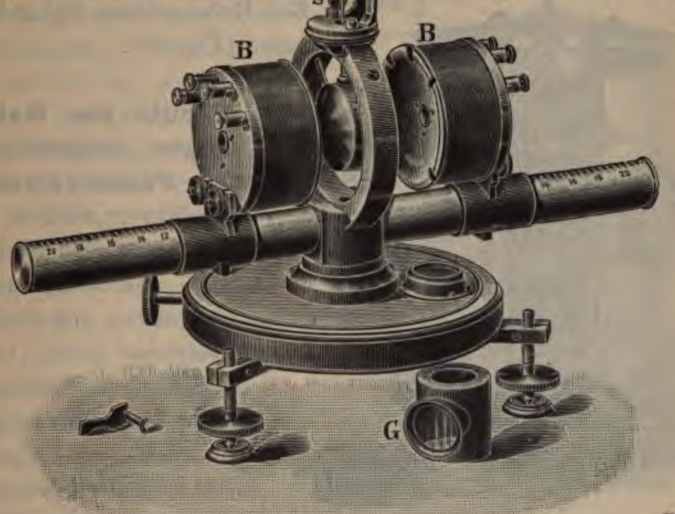


Fig. 65.

Strom auszusetzenden Magneten zu schwächen. Dies geschieht, indem man den aufgehängten kleinen Magneten starr mit einem der Stromwirkung nicht mehr ausgesetzten gleichen Magneten verbindet, dessen magnetische Achse entgegengesetzt gerichtet ist. Auf dieses sogenannte astatische System übt der Erdmagnetismus, wenn die Magnete völlig gleich sind, keine Richtkraft aus, und es bleibt nur die richtende Kraft des Aufhängefadens übrig. Auch diese Kraft kann man indessen auf einen

fast unmerkbaren Betrag herabdrücken, indem man zur Aufhängung Quarzfäden nimmt. Dieselben zeichnen sich durch elastische Eigenschaften aus, welche sie für diese Zwecke hervorragend geeignet machen. In erster Linie große Festigkeit und Fehlen elastischer Nachwirkung. Das astatische Magnetsystem ist, damit die Schwingungsdauer durch träge Masse nicht zu groß wird, sehr leicht zu wählen. Dies sind die vorzüglichsten Eigenschaften der als empfindlichste Strommeßinstrumente im Gebrauch befindlichen Thomsonschen und Du Bois-Rubensschen Spiegelgalvanometer (Fig. 66).



Fig. 66.

133. Schutz der Galvanometer gegen magnetische Störungen. Panzergalvanometer. In größeren Städten hat man bei galvanometrischen Messungen infolge des sich immer mehr ausdehnenden elektrischen Straßenbahnbetriebes viel unter magnetischen Störungen zu leiden, und es gilt, seine Galvanometer gegen diese veränderlichen magnetischen Felder zu schützen. Nicht nur in bezug auf Empfindlichkeit gegen eine ablenkende Kraft, sondern auch in bezug auf Störungsfreiheit zeichnet sich das astatische System vor dem einfachen aufgehängten Magneten aus. Denn ebenso wie die Richtkraft des Erdfeldes, so ist auch die ablenkende Kraft des Störungsfeldes herabgesetzt und bei dem idealen astatischen System sogar vernichtet. Denn die ablenkende Kraft ist ja auf dessen beide Magnete entgegengesetzt gleich. Da es indessen nicht möglich ist, ein

vollkommenes, dauernd astatisches System herzustellen, so ist man noch auf andere Schutzmittel bedacht. Ein solches bietet sich in der § 66 besprochenen Schirmwirkung des Eisens und ist auch bereits dort besprochen. Die Schutzmäntel, wie sie für beliebige Galvanometer verwendet werden, sind Ringe aus weichen Eisendrähten, die um die Magnete des astatischen Systems gelegt werden. In neuester Zeit werden von Siemens & Halske nach Angaben von Du Bois-Rubens gebaute sog. Panzergalvanometer (Fig. 67) in den Handel gebracht. Hier befindet sich der aufgehängte Magnet innerhalb zweier gußeiserner Hohlkugelpanzer. Jeder dieser Panzer ist in zwei Halbkugeln auseinandernehmbar. In die Höhlungen der inneren Halbkugeln sind die Spulen fest eingelegt. Die Panzer schützen ihren inneren Raum gegen jedes äußere magnetische Feld so vollkommen, daß der im vorigen Paragraphen erwähnte Zweck der Empfindlichkeitserhöhung durch Herabsetzung der Richtkraft des Erdmagnetismus hier bereits ohne astatisches System erreicht ist. Das Magnetsystem besteht bei dem Panzergalvanometer aus einer Anzahl kleiner Stahldrahtstäbchen, welche gleichgerichtet unmittelbar übereinander an der Achse aus Aluminiumdraht befestigt sind. Wie das astatische System, so hat auch der Eisenpanzer also den doppelten Zweck, hohe Empfindlichkeit gegen einen Spulenstrom und große Unempfindlichkeit gegen äußere magnetische Störungen zu bewirken. Gleichzeitig beides wird nicht erreicht, wenn man die Richtkrafterniedrigung dadurch bewirkt, daß man mit Hilfe eines permanenten M



Fig. 67.

das Erdfeld an der Stelle des aufgehängten Magneten schwächt. Dadurch erhöht sich zwar die Empfindlichkeit gegen einen Strom in den Galvanometerspulen, gleichzeitig wird aber auch die Wirkung der nicht geschwächten Störungen vergrößert, so daß man keine konstante Ruhelage des Systems erhält. Um die Aufhebung des Erdfeldes an der Stelle der Nadel noch vollkommener zu machen, sind dem Panzergalvanometer zwei Stahlmagnetpaare beigegeben, deren eines, wie in Fig. 67 ersichtlich, sich zwischen den Panzern, deren anderes sich außerhalb derselben befindet. Fig. 68 zeigt das Panzergalvanometer in einem weiteren Schutzzylinder stehend auf einer sogenannten Juliusschen Aufhängevorrichtung, welche einen guten Schutz gegen Erschütterungen bildet.

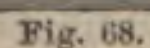


Fig. 68.

134. Bewegende Kraft eines Magnetfeldes auf einen Stromleiter. Drehspul-Galvanometer nach Desprez-d'Arsonval. Wie ein fester Strom auf einen beweglichen Magnetpol bewegend einwirkt, so tritt auch Bewegung eines Stromleiters ein, wenn er dem Einfluß eines festen Magnetfeldes ausgesetzt wird. Man kann leicht berechnen, welche Kraft auf ein von einem

Strom i durchflossenes Leiterstück der Länge l in einem homogenen Magnetfeld der Stärke $\mathfrak{H}$ ausgeübt wird, dessen Kraftlinien senkrecht zu dem Drahtstück verlaufen. Das Stromstück l (Fig. 69) befinde sich in einem homogenen Magnetfeld, dessen Kraftlinien von rechts nach links verlaufen, und welches man sich als herrührend von einem in großer Entfernung r befindlichen Magnetpol m denken kann. Die Bedingung, daß die magnetische Kraft, welche von m herrührt, senkrecht zu l gerichtet ist, ist gleichbedeutend damit, daß die Verbindungslinie von m nach dem kurzen Leiterstück l senkrecht auf l steht. Die mechanische Kraft, welche ein Strom i in dem Leiterstück auf den Pol m ausübt, ist nach dem Biot-Savartschen Gesetz, in welchem hier der $\sin = 1$ ist,

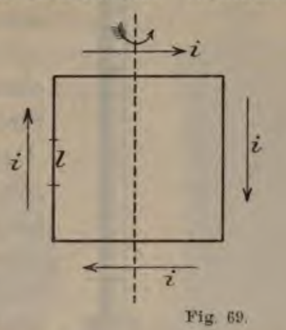


Fig. 69.

$$\mathfrak{F} = \frac{i l m}{r^2},$$

und hat nach der Ampèreschen Regel (§ 85) die Richtung von vorn nach hinten. $\frac{m}{r^2}$ ist aber gleich der vom Pol m an der Stelle des Leiterstücks auf einen Magnetpol 1 ausgeübten Kraft, d. h. gleich der dortigen magnetischen Feldstärke $\mathfrak{H}$. Da ferner nach dem Newtonschen Satz von der entgegengesetzten Gleichheit der Wirkung und Gegenwirkung $\mathfrak{F}$ auch die Kraft ist, welche der Magnetpol auf das Stromstück ausübt, so ist

die bewegende Kraft, welche das vom Strom i durchflossene Leiterstück der Länge l im Magnetfeld $\mathfrak{H}$ erleidet:

$$\mathfrak{F} = \mathfrak{H} i l.$$

Sie ist in der Figur nach vorn gerichtet.

Auf einen Stromleiter, welcher in Richtung der Kraftlinien liegt, wirkt keine bewegende Kraft, weil der Sinus im Biot-Savartschen Gesetz Null wird. Setzt man daher den in der Fig. 69 gezeichneten quadratischen Stromleiter der Wirkung des Magnetfeldes aus, so wirkt dasselbe auf diesen Leiter wegen

der entgegengesetzten Richtung des Stromes in den gegenüberliegenden Seiten des Quadrats drehend um eine Achse, welche in der Figur von unten nach oben gerichtet ist.

Fig. 70. Fig. 71.

Die drehende Wirkung eines Magnetfeldes auf einen Stromkreis wird in den **Drehspulgalvanometern** zum Nachweis und zur Messung elektrischer Ströme benutzt. Eine kleine Spule mit vielen Windungen ist drehbar angebracht zwischen den Polen eines kräftigen permanenten Magneten, der, damit das Galvanometer konstante Angaben zeigt, künstlich gealtert sein muß (§ 77). In den sehr empfindlichen Galvanometern, welche in besonders vorzüglicher Form (Fig. 70) von Siemens & Halske angefertigt werden, ist die Spule an einem die eine Zuleitung bildenden Bronzedraht aufgehängt. Figg. 71, 72 zeigen das Galvanometer auseinandergenommen. Fig. 73 zeigt einen

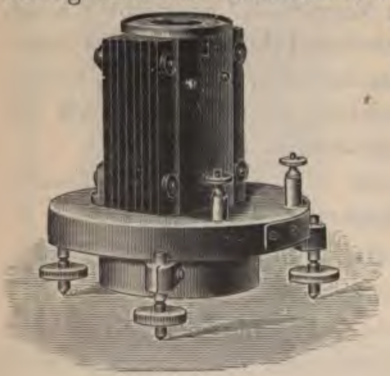


Fig. 72.



Fig. 73.

bequemen Nebenschlußwiderstand. Drehspulgalvanometer sind frei von magnetischen Störungen.

Ampèremeter sind mit geeichter Skala versehene Zeigergalvanometer, welche zumeist Drehspul-Galvanometer sind. Fig. 74 zeigt ein solches Instrument, dessen Spule 1 Ohm Widerstand besitzt. 1^0 Ausschlag entspricht einer Stromstärke von



Fig. 74.

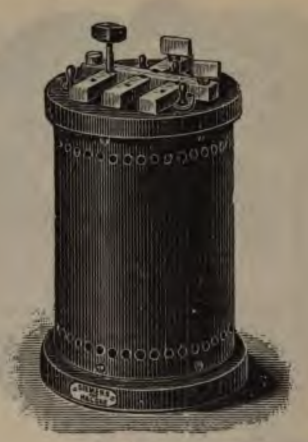


Fig. 75.

0,001 Ampère, d. h. also einer Spannungsdifferenz von 0,001 Volt zwischen den Klemmen des Meßinstruments. Fig. 75 zeigt einen Vorschaltewiderstand dazu, der durch einfache Stöpselung Widerstände von 9 Ohm, 99 Ohm, 999 Ohm vorzuschalten erlaubt. Man muß dann die 10-, 100-, 1000-fache Spannung an das mit der Vorschaltung versehene Instrument legen, um den gleichen Ausschlag zu erhalten. Fig. 76 zeigt einen Nebenschlußwiderstand, welcher in verschiedenen Widerstandsbeträgen angefertigt wird, und zwar in den Stufen $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{99}$, $\frac{1}{999}$ Ohm. Durch Anlegen dieser Nebenschlüsse wird die Stromempfindlichkeit des Instruments auf den 10., 100., 1000. Teil verringert.

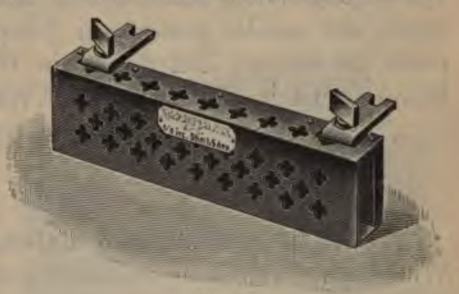
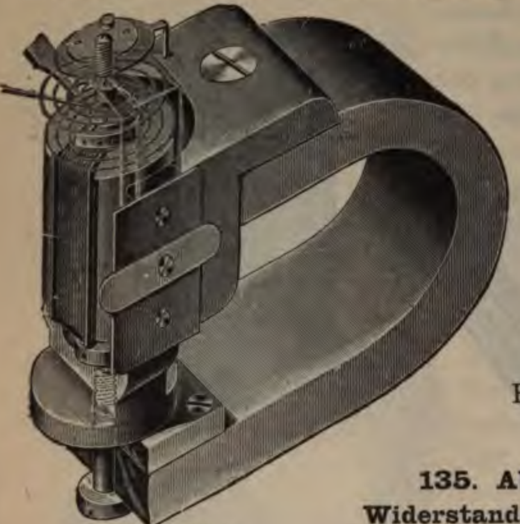


Fig. 76.

Damit das die drehbare Spule durchsetzende Magnetfeld möglichst kräftig ist, ist für einen guten Schluß des magnetischen Kreises dadurch gesorgt, daß die Endpole des permanenten

Magneten zylindrisch ausgedreht sind und dieser zylindrische Hohlraum bis auf einen schmalen Luftring durch einen Eisenzylinder ausgefüllt ist. In diesem schmalen Luftring dreht sich die Spule. Fig. 77 läßt diese innere Konstruktion der Drehspulinstrumente erkennen. Von dem permanenten Magneten ist nur die eine Hälfte gezeichnet, um die Spule freizulegen.


Fig. 77.

B) Messung von Widerständen.

135. Absolute Messung eines Widerstandes. Der zu messende Widerstand, beispielsweise eine Drahtspirale, befindet sich in einem mit reinem, nichtleitendem Wasser angefüllten Kalorimeter. Man schickt durch ihn einen Strom der absolut gemessenen Stärke i und mißt im Kalorimeter die in einer Zeit t erzeugte Wärmemenge Q in Grammkalorien. Ist $\mathfrak{A}$ das mechanische Wärme-Äquivalent, so ist:

$$i^2 w t = \mathfrak{A} Q,$$

$$w = \frac{\mathfrak{A} Q}{i^2 t}.$$

136. Widerstandsnormalen. Widerstandskästen. Widerstände werden in der Regel gemessen durch Vergleich mit Normalwiderständen (Fig. 78), welche absolut oder durch Vergleich mit einem absolut gemessenen bestimmt sind. Sätze von ganzzahligen Vielfachen eines Normalohm, bezw. eines Zehntel oder Hundertel desselben, werden in Form von Widerstandskästen, Rheostaten (Fig. 79, 80) zu Messungen benutzt. Das Ein- und Ausschalten von Widerstand geschieht dabei mit Stöpseln oder Kurbeln. In den Widerstandskästen sind die Widerstände meist nach Art eines Gewichtssatzes angeordnet. Fig. 81 zeigt das Innere eines Stöpselrheostaten.

137. Widerstandsbestimmung durch Substitution. Man schließt ein galvanisches Element durch den zu messenden Widerstand und ein Galvanometer, welches durch einen Nebenschluß auf geeignete Empfindlichkeit gebracht ist, so daß man einen passenden Ausschlag erhält. Dann ersetzt man den zu messenden Widerstand durch einen Widerstandskasten und stöpselt so lange Widerstand ein oder aus, bis der Ausschlag der gleiche ist. Will man hiermit



Fig. 78.

mit einiger Genauigkeit noch kleine Widerstände messen, so darf das Galvanometer mit seinem Nebenschluß keinen großen Widerstand besitzen, weil sonst kleine äußere Widerstandsänderungen keinen Einfluß auf den Galvanometerausschlag haben.

138. Widerstandsbestimmung mit dem Differentialgalvanometer. Das Differentialgalvanometer besitzt zwei Spulen gleichen Widerstandes, welche aus gleicher Entfernung auf eine Magnetnadel wirken. Schließt man ein und dasselbe Ele-



Fig. 79.

ment durch gleiche äußere Widerstände durch beide Spulen, indem man die eine Spule aber in entgegengesetzter Richtung vom

Strom durchlaufen läßt, so erhält man keine Ablenkung. Schalte



Fig. 80.



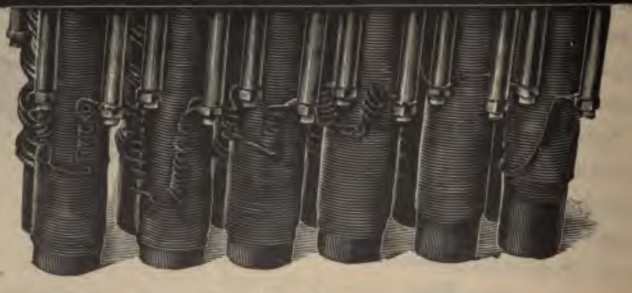


Fig. 81.

man nunmehr vor die eine Spule den zu messenden Widerstand,

vor die andere den Widerstandskasten, so erhält man nur dann keinen Ausschlag, wenn der gestöpselte Widerstand dem unbekannten gleich ist.

139. Widerstandsbestimmung mit der Wheatstoneschen Brücke. Die weitaus am meisten benutzte Methode ist die der sog. Wheatstoneschen Brückenanordnung. Ihr Prinzip ist das folgende. Bietet man dem elektrischen Strom zwei Wege (Fig. 82), in welche irgendwelche Widerstände eingeschaltet sein mögen, so fällt längs beider Wege das Potential ab von dem Werte, welchen es im Verzweigungspunkt a besitzt, zu dem Werte in Punkt b. Man kann für jeden Punkt der einen Leitung einen Punkt auf der zweiten finden, welcher das gleiche Potential hat. Nur wenn man zwei solche zusammengehörige Punkte durch ein Galvanometer miteinander verbindet, zeigt dieses keinen Strom an.

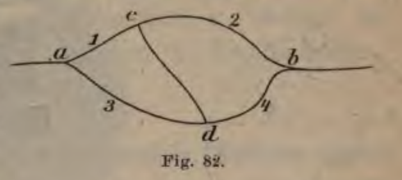


Fig. 82.

Seien die Punkte c und d zwei solche Punkte gleichen Potentials und die so entstehenden vier Leiterabteilungen mit 1, 2, 3, 4 bezeichnet. Seien ferner die Widerstände der Zweige und die Stromstärken in ihnen mit w und i mit dem betreffenden Index bezeichnet, so ist, da ja in dem Verbindungsdraht cd kein Strom fließt, nach der ersten Kirchhoffschen Regel:

$$i_1 = i_2 \text{ und } i_3 = i_4.$$

Ferner ergibt die auf die geschlossenen Stromkreise angewendete zweite Kirchhoffsche Regel:

$$i_1 w_1 = i_3 w_3; \; i_2 w_2 = i_4 w_4.$$

Aus den genannten Beziehungen folgt als Bedingung für die Stromlosigkeit der Brücke:

$$w_1 : w_2 = w_3 : w_4.$$

Hat man in den Zweigen 1 und 2 zwei gleiche Widerstände, in Zweig 3 den unbekannten Widerstand, in Zweig 4 einen Widerstandskasten, so hat man den letzteren so lange zu stöpseln, bis ein Galvanometer in der Brücke keinen Strom anzeigt. Der Kasten gibt dann direkt den gesuchten Widerstand.

Man kann die Zweige 1 und 2 auch aus einem längeren über einer Teilung ausgespannten Draht bestehen lassen. Die Verschiebung eines Gleitkontakts auf ihm ändert dann das Verhältnis $w_1 : w_2$. Steht in Fig. 83 der

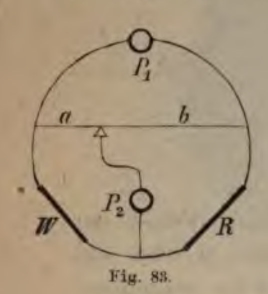


Fig. 83.



Fig. 84.

Gleitkontakt so, daß $W : R = a : b$ ist, so zeigt das Galvanometer P_2 keinen Strom. P_1 ist Stromquelle. P_1 und P_2 können vertauscht werden. Der ausgespannte Draht wird häufig in

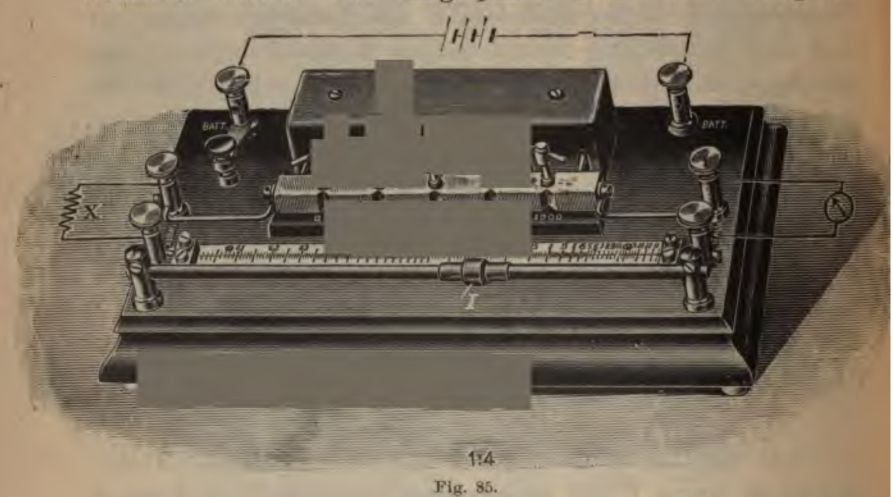


Fig. 85.

Form der sog. Brückenwalze verwendet (Fig. 84). Fig. 85 zeigt eine Wheatstonesche Meßbrücke mit gerade gespanntem Draht in der Ausführung von Hartmann und Braun.

C) Messung von elektromotorischen Kräften.

140. Direkte Bestimmung elektromotorischer Kräfte. Die Messung der e. m. K. eines konstanten Elementes, d. h. eines solchen mit unpolarisierbaren Elektroden, welches bei Stromentnahme seine e. m. K. nicht ändert (§ 126), kann man mit dem Galvanometer bestimmen. Man schließt das Element, dessen Widerstand w sei, durch einen großen Widerstand W Ohm und das Galvanometer vom Widerstand γ. Beträgt der gemessene Strom i Ampère, so ist die e. m. K. des Elements

$$E = i(W + \gamma + w).$$

141. Bestimmung elektromotorischer Kräfte durch Vergleich mit Normalelementen. In den weitaus meisten Fällen bestimmt man die e. m. K. eines Elements durch Vergleich mit derjenigen eines Elements, welches eine bekannte elektromotorische Kraft besitzt, die sehr konstant, möglichst unveränderlich und frei von äußeren Einflüssen, wie z. B. Temperaturschwankungen, sein muß. Ein solches Element heißt Normalelement.

Verhältnismäßig konstant ist die e. m. K. des Daniellelements (§ 126); dieselbe ist aber ziemlich stark mit der Temperatur veränderlich. Man findet nach der im vorigen Paragraphen beschriebenen Methode ohne Kenntnis der Stromempfindlichkeit des Galvanometers die e. m. K. eines Elements in „Daniell", wenn man den Ausschlag, welchen man mit dem Element erhält, dividiert durch denjenigen, welchen das Galvanometer anzeigt, wenn man das Element durch ein Daniellsches ersetzt. Dabei ist aber W so groß zu machen, daß der Elementenwiderstand, welcher ja bei beiden Elementen im allgemeinen nicht gleich sein wird, dagegen zu vernachlässigen ist. Die e. m. K. des Daniellelements ist aber nur für gröbere Messungen als genügend konstant anzusehen.

142. Clarkelement. Westonelement. Ganz besonders vorzüglich eignet sich für Verwendung als Normalelement das Clark- und noch etwas besser das Westonelement. Beide Elemente zeigen einen äußerst konstanten Wert der e. m. K., welcher

sich mit der Temperatur fast gar nicht verändert. Das Clarkelement (Fig. 86) ist eine *H*-förmige vollständig geschlossene Zelle. Positiver Pol ist Quecksilber, das mit einer Paste aus Merkurosulfat (Hg_2SO_4), Quecksilber und reinen Zinksulfat-Kristallen, mit etwas $ZnSO_4$-Lösung verrieben, bedeckt ist. Negativer Pol ist reines Zinkamalgam, bedeckt mit festem Zinksulfat. Elektrolyt ist konzentrierte Zinksulfatlösung.

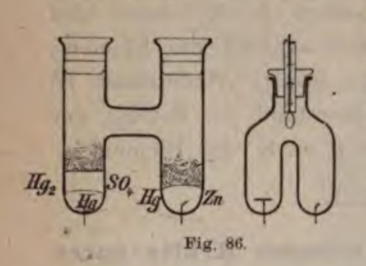


Fig. 86.

Bei der Temperatur t ist die e. m. K. des Clarkelements:

$$1{,}434 \text{ Volt} - 0{,}0012(t - 15).$$

Im Westonelement, dessen e. m. K. von der Temperatur fast unabhängig ist, tritt überall Kadmium an Stelle von Zink. Es wird daher auch Kadmium-Normalelement genannt. Seine e. m. K. ist 1,0190 Volt unabhängig von der Temperatur.

143. Kompensationsmethode von Poggendorff und Du Bois-Reymond. In vielen Fällen darf man der Zelle, deren e. m. K. gemessen werden soll, keinen Strom entnehmen. Dies gilt z. B. auch von den beiden eben beschriebenen Normalelementen, welche nur stromlos gebraucht werden dürfen. Für diese Fälle ist nur die auch sonst wegen ihrer großen Genauigkeit stets vorzuziehende Kompensationsmethode anzuwenden. Sie ist, wie die Widerstandsmessung mit der Wheatstoneschen Brücke, eine sog. Nullmethode, bei welcher auf Stromlosigkeit eines Galvanometers eingestellt wird.

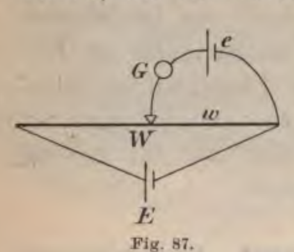


Fig. 87.

E ist (Fig. 87) ein Element mit der e. m. K. E. Es wird durch einen großen Widerstand W geschlossen. An einem Teil desselben mit dem Widerstand w wird eine Zweigleitung angelegt, welche das zu messende Element mit der e. m. K. e und ein Galvanometer G enthält. e und E sind mit ihren Polen so geschaltet, daß die Ströme, welche sie in dem Gal-

vanometer erzeugen, einander entgegengesetzt gerichtet sind. Durch passende Wahl von w kann man es, wenn $E > e$ ist, erreichen, daß das Galvanometer stromlos wird; es werden dann die Stromverhältnisse durch ein Öffnen oder Schließen der Zweigleitung nicht geändert. Wendet man auf den geschlossenen Stromkreis $\{e, G, w\}$ das zweite Kirchhoffsche Gesetz an, so folgt, da G und e stromlos sind, und e die einzige in ihm befindliche e. m. K. ist, $iw = e$, wenn i der in W durch das Element E erzeugte Strom ist. Ist W so groß gewählt, daß der innere Widerstand von E gegen W zu vernachlässigen ist, so ist $i = \frac{E}{W}$. Daher ist bei Kompensation:

$$e = E \cdot \frac{w}{W}.$$

Um e zu finden, hat man also die e. m. K. des Elements E mit dem Widerstandsverhältnis $\frac{w}{W}$ zu multiplizieren. Umgekehrt kann man, wenn e ein Normalelement ist, E finden. E gibt bei der Messung Strom her. Hat man ein Element stromlos mit einem Normalelement, welches auch stromlos sein muß, zu vergleichen, so hat man hintereinander zwei Messungen zu machen, indem man an Stelle von e einmal das unbekannte, dann das Normalelement setzt. Das Verhältnis der e. m. K. der beiden Elemente ist dann gleich dem Verhältnis der zu ihrer Kompensation benötigten Widerstände w.

144. Kompensationsapparat heißt eine Anordnung von Kurbelwiderständen, mit deren Hilfe man Messungen elektromotorischer Kräfte mit größter Genauigkeit und Bequemlichkeit ausführen kann. Fig. 88 zeigt den von



Fig. 88.

Raps konstruierten Apparat von Siemens & Halske, Fig. 89

das Wesentliche seiner Schaltungsweise. Man sendet durch den Apparat einen genau gemessenen Strom einer Hilfsbatterie H, welchen man durch einen vorgeschalteten Regulierwiderstand W auf einen runden Betrag der Stromstärke, z. B. $\frac{1}{1000}$ Ampère, bringen kann. Dieser Hauptstrom fließt durch einen Satz von zehn 1000-Ohmrollen und einen solchen von zehn 10-Ohmrollen. Je einer der Rollen dieser Sätze läßt sich je eine Nebengruppe von neun 1000-Ohmrollen und neun 10-Ohmrollen parallel schalten mittels der Doppelkurbeln A und A'. Die Abzweigung mit der zu messenden e. m. K. x und dem Galvanometer liegt an Kurbeln der beiden Nebengruppen. Zwischen den Abzweigepunkten liegen Widerstandsstücke aus allen vier Sätzen, mithin besteht zwischen den Kurbeln der Nebengruppen eine e. m. K., welche sich im allgemeinen aus vier Teilen zusammensetzt, nämlich aus den e. m. K., welche an den Enden der aus jedem der vier Rollensätze eingeschalteten Rollen bestehen. Diese e. m. K. berechnen sich einfach als das Produkt aus Widerstand und Stromstärke. Letztere ist für die Hauptgruppen $\frac{1}{1000}$ Amp., für die Nebengruppen nur der zehnte Teil davon. Wir erhalten also die Gesamt-e. m. K. in Volt, wenn wir die aus jeder Gruppe eingeschalteten Widerstände in Ohm mit $\frac{1}{1000}$ multiplizieren, dabei aber die Widerstände der beiden Nebengruppen nur mit ihrem zehnten Teil in Rechnung setzen. Bei den Kurbeleinstellungen in Fig. 89 besteht zwischen den Kurbeln der Nebengruppen z. B. die e. m. K.

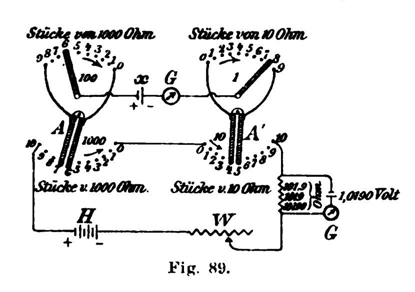


Fig. 89.

$$\frac{1}{1000} \cdot 6648 = 6{,}648 \text{ Volt.}$$

Nur wenn die unbekannte e. m. K. x dieselbe Größe hat, ist das Galvanometer stromlos.

Den Strom $\frac{1}{1000}$ Amp. kann man z. B. dadurch herstellen, daß man erst an Stelle der zu messenden Zelle ein im Apparat befindliches Normalelement (Weston = 1,0190 Volt) einschaltet und die Kurbeln auf den Kompensationswiderstand 1019 Ohm einstellt, darauf den äußeren Regulierwiderstand so lange stöpselt, bis das Galvanometer stromlos ist. Um die besondere Kurbeleinstellung zu vermeiden, befinden sich im Apparat besondere Hilfswiderstände im Betrage von 101,9; 1019 und 10 190 Ohm, von denen je nach Stöpselung immer einer in den Hauptstromkreis eingeschaltet ist. Von den Enden dieses Widerstandes ist eine Kompensationsschaltung abgezweigt, welche das Normalelement und das Galvanometer enthält. Um den Strom $\frac{1}{1000}$ Amp. herzustellen, stöpselt man 1019 Ohm ein und verändert W so lange, bis das Galvanometer stromlos ist. Will man dann zur Messung einer e. m. K. x übergehen, so hat man nur mit Hilfe eines Umlegeschlüssels das Galvanometer in die Stellung zwischen den Kurbeln der Nebengruppen zu bringen und die Kurbeln aller vier Gruppen zu verstellen, bis das Galvanometer keinen Strom anzeigt. Mit dem Strom $\frac{1}{1000}$ Amp. kann man e. m. K. von $\frac{1}{1000}$ bis 10 Volt messen. Für Messung größerer bezw. kleinerer e. m. K. kann man den Hauptstrom mit Hilfe der beiden anderen Einschalte-Widerstände (101,9 und 10 190 Ohm) auf den zehnmal größeren bezw. kleineren Betrag einregulieren.

Häufig sind sämtliche Widerstände des Apparats zehnmal kleiner gewählt.



Fig. 90.

145. Universalgalvanometer (Fig. 90, 91) heißt ein Instrument mit einer gebrauchsfertig montierten Wheatstoneschen

Brückenanordnung. Der Brückendraht ist durch einen um das Grundbrett gespannten Manganindraht mit Schleifkontakt g ge-



Fig. 91.

bildet; das Widerstandsverhältnis seiner Teile kann durch Verschieben des letzteren auf jeden an der Einstellung desselben direkt abzulesenden Betrag gebracht werden. Dieser Betrag ist nur mit der Größe des gestöpselten Vergleichswiderstandes, welcher 1, 10, 100 oder 1000 Ohm betragen kann, zu multiplizieren, um den gesuchten Widerstand zu erhalten. Nach Einstecken oder Herausnahme einiger Stöpselkontakte kann das Drehspulzeigergalvanometer als Ampère- und als Voltmeter benutzt werden. Fig. 92 ist ein Nebenschluß für Messung stärkerer Ströme.

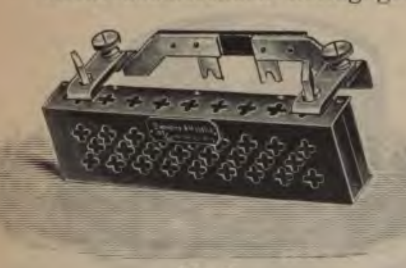


Fig. 92.

146. Bestimmung der Empfindlichkeit von Galvanometern, Eichung von Ampèremetern mit Benutzung bekannter Normalwiderstände und bekannter e. m. K. Um mit einem Galvanometer oder Ampèremeter Stromstärken bestimmen zu können, muß man deren Empfindlichkeit kennen. In § 131 war die voltametrische Methode der Empfindlichkeitsbestimmung besprochen. In vieler Hinsicht bequemer ist die Bestimmung der Empfindlichkeit, wenn man genaue Widerstandskästen sowie ein Normalelement zur Verfügung hat. Zunächst ermittelt man dazu die e. m. K. E eines konstanten Elements, beispielsweise eines Akkumulators durch Vergleich mit dem Normalelement. Sodann schließt man dasselbe durch einen bekannten größeren Widerstand W und das Galvanometer, dessen Widerstand γ sei. Der Strom ist dann $i = \frac{E}{W + \gamma}$; die zugehörige Ablenkung dividiert in den Strom gibt die Empfindlichkeit. Ist diese zu groß, so legt man vor das Galvanometer einen entsprechenden Nebenschluß. Zwecks Eichung eines Ampèremeters ändert man W derart, daß der Zeiger des Instruments nacheinander sich auf die einzelnen Skalenteile einstellt, und bestimmt die zugehörigen Stromstärken.

147. Bestimmung eines sehr großen Widerstandes. Man schaltet ein Galvanometer mit bekannter Stromempfindlichkeit, ein Element mit bekannter e. m. K. und den zu messenden Widerstand W in Reihe, eventuell vor das Galvanometer einen Nebenschluß. Es ist

$$W = \frac{E}{i},$$

wenn Galvanometer- und Elementwiderstand gegen W zu vernachlässigen sind.

Hat man einen größeren bekannten Vergleichswiderstand zur Verfügung, so ist die Kenntnis von e. m. K. und Galvanometerempfindlichkeit nicht nötig. Man verfährt dann wie bei der Substitutionsmethode und gibt dabei durch einen geeigneten Nebenschluß dem Galvanometer passende Empfindlichkeit. Haben der unbekannte und der Vergleichswiderstand sehr verschiedene Größe, so sind bei Einschaltung derselben natürlich verschiedene

Nebenschlüsse zu wählen. Der Galvanometerwiderstand muß bekannt sein.

Beide Methoden sind im Grunde genommen die gleichen.

148. Bestimmung eines sehr kleinen Widerstandes durch Abzweigung. Man leitet (Fig. 93) einen Strom J durch den unbekannten kleinen Widerstand w und ein Ampèremeter G. An die Enden von w legt man ferner eine Ableitung durch einen hohen Widerstand Rh und ein empfindliches Galvanometer g bekannter Empfindlichkeit. Zeigt dies Galvanometer den kleinen Strom i an, und ist der Gesamtwiderstand der Zweigleitung γ, so ist die Spannung an den Enden von w:

$$V = i\gamma = (J - i)w = Jw.$$

Letzteres, wenn i klein gegen J ist.

Daher der gesuchte Widerstand:

$$w = \gamma \cdot \frac{i}{J}.$$

Anstatt mit dem Ampèremeter den Strom J zu messen, kann man an Stelle des Ampèremeters einen bekannten kleinen

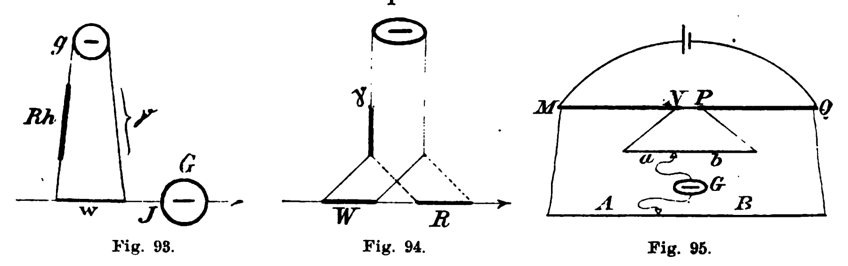


Fig. 93. Fig. 94. Fig. 95.

Widerstand R einschalten, und die Ströme i_w und i_R in der Zweigleitung messen, wenn diese einmal an die Enden von W, dann an die Enden von R angelegt wird. (Fig. 94.)

Es ist dann:

$$J = \frac{i_w \gamma}{W} = \frac{i_R \gamma}{R},$$

also:

$$W = R \cdot \frac{i_w}{i_R}.$$

149. Bestimmung eines kleinen Widerstandes in der Thomsonschen Brücke. In der gewöhnlichen Wheat-

stoneschen Brückenschaltung können Widerstände nicht mehr gemessen werden, sobald die Zuleitungswiderstände gegen sie in Betracht kommen. Frei von dieser Fehlerquelle ist die in Fig. 95 skizzierte Thomsonsche Brückenschaltung. Die zu vergleichenden Widerstände MN und PQ sind mit den veränderlichen Widerständen A und B zu einer Wheatstoneschen Brückenanordnung vereinigt. Außer der direkten Verbindung zwischen den Enden N und P besteht aber noch eine weitere durch zwei veränderliche Widerstände (Schleifdraht) a und b. Die Quotienten $\frac{a}{b}$ und $\frac{A}{B}$ werden immer gleich gehalten. Stromlosigkeit des Galvanometers tritt dann ein, wenn

$$\frac{MN}{PQ} = \frac{A}{B} = \frac{a}{b}.$$

Dabei brauchen die Zuleitungswiderstände nur klein gegen a, b und A, B zu sein.

Beweis: Es fließen in MN und PQ, in a und b, in A und B je gleiche Ströme, die mit J_0, i, J bezeichnet seien. Wenn das Galvanometer stromlos ist, so müssen die Spannungsdifferenzen von M bis zu den beiden Anlegestellen der Galvanometerleitung, ebenso diejenigen von Q ebendahin gleich sein, d. h.

$$MN \cdot J_0 + ai = AJ$$
$$PQ \cdot J_0 + bi = BJ,$$

oder:

$$\frac{MN}{A} \cdot \frac{J_0}{J} + \frac{a}{A}\,\frac{i}{J} = 1$$
$$\frac{PQ}{B} \cdot \frac{J_0}{J} + \frac{b}{B}\,\frac{i}{J} = 1,$$

oder, da $\frac{a}{A} = \frac{b}{B}$ gehalten wird:

$$\frac{MN}{PQ} = \frac{A}{B}.$$

150. Bestimmung eines sehr großen Widerstandes mit Kondensator und Elektrometer. Diese von Siemens angegebene Methode ist besonders dann von Wert, wenn es sich um die Bestimmung ungeheuer großer Widerstände, z. B. nicht vollkommener Isolatoren handelt. Man verbindet in einem bestimmten Zeitmoment durch den hohen Widerstand w hindurch

die Belegungen eines geladenen Kondensators von bekannter Kapazität C miteinander und bestimmt die Größe seiner Entladung in gegebener Zeit mit einem Elektrometer. Nimmt das Potential V des Kondensators in einem aus der Entladezeit herausgegriffenen Zeitmoment dt um dV ab, so ist die in diesem Zeitmoment fließende Stromstärke gegeben durch die Ladungsabnahme pro Zeiteinheit, also gleich $-C\frac{dV}{dt}$. Andererseits ist sie zufolge des Ohmschen Gesetzes gleich $\frac{V}{w}$, daher ist

$$\frac{V}{w} = -C\frac{dV}{dt}.$$

Ist die anfängliche Potentialdifferenz der Kondensatorbelegungen V_0, so ergibt die Integration dieser Gleichung, daß nach Ablauf einer Zeit t die Potentialdifferenz gesunken ist auf den Wert:

$$V = V_0 e^{-\frac{t}{wC}}.$$

Die Potentialdifferenz nimmt in Form einer Exponentialkurve ab.

Es ergibt sich daraus:

$$w = \frac{t}{C(\log V_0 - \log V)}.$$

151. Ballistisches Galvanometer. Sendet man einen Strom von sehr kurzer Dauer, einen sog. Stromstoß, z. B. den Entladungsstrom eines Kondensators, durch ein Galvanometer, so wird die Nadel aus ihrer Ruhelage herausgeworfen und kehrt darauf je nach der Dämpfung des Systems aperiodisch oder nach einigen Schwingungen in dieselbe zurück. Ist die Dauer einer solchen Schwingung groß gegen die Stromdauer und benutzt man nur kleine Ablenkungen, so ist der erste Ausschlag proportional der durch das Galvanometer geflossenen Elektrizitätsmenge. Bezüglich des Beweises hierfür, sowie der Theorie der gedämpften Schwingungen eines aufgehängten Systems sei auf Kohlrausch, Lehrbuch der praktischen Physik (B. G. Teubner, Leipzig) verwiesen (9. Aufl. 1901, S. 448 ff.).

152. Vergleichung der Kapazitäten von Kondensatoren. Die Proportionalität des ersten Ausschlags eines ballistischen Galvanometers mit der Elektrizitätsmenge gibt ein

Mittel, Kapazitäten von Kondensatoren zu vergleichen. Man hat zwei zu vergleichende Kondensatoren nur mit Hilfe einer Batterie galvanischer Elemente auf eine gleiche Potentialdifferenz ihrer Belegungen aufzuladen und dann jeden Kondensator durch das Galvanometer zu entladen. Das Verhältnis der Ausschläge gibt direkt das Kapazitätsverhältnis. Das Laden und Entladen muß schnell aufeinander folgen, wenn man nicht durch Rückstandsbildung gestört werden will. Bleibt der Kondensator längere Zeit geladen, so kriecht ein Teil der Ladung ins Dielektrikum hinein und fließt bei der Entladung des Kondensators durch das Galvanometer nicht sofort mit ab. Die Rückstandsladung fließt erst allmählich auf die Belegungen zurück, die nach einiger Zeit von neuem geladen erscheinen. Frei von dem Fehler, welchen der Rückstand verursachen kann, sind die Methoden der Kapazitätsvergleichung mit Wechselstrom (s. später).

Auch zur Messung von Potentialdifferenzen kann dies Verfahren benutzt werden, indem man den gleichen Kondensator erst mit einer bekannten e. m. K., dann mit der unbekannten ladet. Das Verhältnis der bei jedesmaliger Entladung erhaltenen Ablenkungen ist das Verhältnis der zu vergleichenden Potentialdifferenzen.

Siebenter Abschnitt.

Elektromagnetische Induktion.

153. Entstehung von Induktionsströmen. Faraday fand 1831, daß in einem geschlossenen Leiter Ströme dadurch erregt werden, daß man ihn in der Nähe eines Magneten oder den Magneten in seiner Nähe bewegt (Fig. 96). Ferner stellte er fest, daß die Bewegung eines stromdurchflossenen Leiters oder auch nur die Änderung der Stromstärke in ihm in einem benachbarten Stromleiter eine Elektrizitätsbewegung hervorruft. In einer Reihe mit bewunderungswürdigem Scharfsinn ausgeführter Experimentaluntersuchungen stellte Faraday die Bedingungen fest, unter welchen induzierte Ströme entstehen; dieselben sind dahin zu formulieren, daß

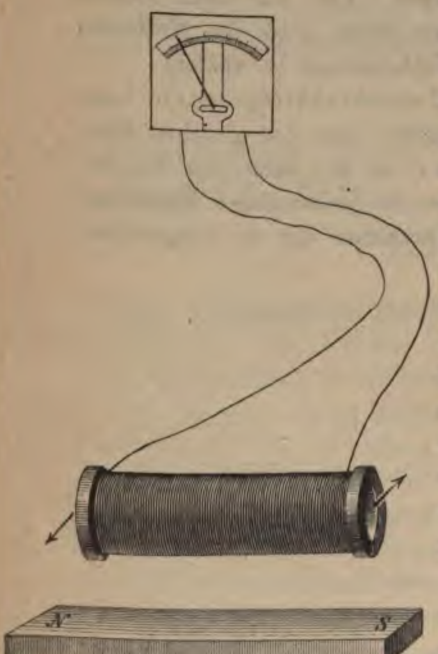


Fig. 96.

Induktionsströme in einem Leiter immer dann entstehen, wenn die Anzahl magnetischer Induktionslinien, welche die von ihm eingeschlossene Fläche schneiden, geändert wird.

154. Der Induktionsstrom als eine Folge des Energieprinzips. Wenn wir bedenken, daß zwischen Magneten und

elektrischen Strömen eine wechselseitige Kraftwirkung besteht, so können wir die Entstehung des Induktionsstromes, wenn auch nicht als notwendige, so doch als eine wahrscheinliche Folge der Bewegung eines Magneten in der Nähe eines Stromleiters voraussagen. Wir betrachten dazu den Vorgang in dem kleinen Rotationsapparat (Fig. 49 auf S. 93). Ein elektrischer Strom i in dem vertikalen Leiter erzeugt eine Drehung der Magnetpole, also eine mechanische Arbeitsleistung. Arbeitsleistung und Joulesche Stromwärme müssen vom Element geliefert werden. Der Strom im Leiter wird erzeugt durch einen Verlust chemischer Energie im Element. Wenden wir das Energieprinzip einmal auf den ruhenden, dann auf den in Bewegung befindlichen Rotationsapparat an, so sind folgende beiden Gleichungen ein Ausdruck desselben:

im Ruhezustand: Energieverbrauch des Elements = Joulesche Wärme;

bei Bewegung: Energieverbrauch des Elements = Joulesche Wärme + mechanische Arbeit.

Es folgt hieraus, daß im Bewegungszustand entweder das Element mehr Energie hergeben oder die Joulesche Wärme um einen der mechanischen Arbeit äquivalenten Betrag kleiner werden muß. Letzteres ist nur der Fall. Wenn w der Widerstand des Leiters ist, ist aber $i^2 w$ die pro sek erzeugte Wärmemenge; daß die Joulesche Wärme kleiner wird, heißt also, daß die Stromstärke im Leiter kleiner wird, oder, mit anderen Worten, daß sich bei Bewegung der Magnete über den ursprünglichen Strom ein durch die Bewegung erzeugter Strom entgegengesetzter Richtung überlagert. Dies ist der Induktionsstrom. Man kann die Verminderung der Jouleschen Wärme in dem Stromkreis, welcher den Rotationsapparat enthält, leicht mit einem Elektromotor demonstrieren, der ja nichts weiter als ein solcher Rotationsapparat ist, in welchem der permanente durch einen Elektromagneten ersetzt ist. Schaltet man eine Anzahl parallel geschalteter Glühlampen vor den Motor, so leuchten diese hell, wenn man den Anker des Motors durch Festhalten an der Bewegung hindert; ihr Leuchten verschwindet fast, sobald man den Motor laufen läßt.

155. Das Lenzsche Gesetz. Der im Rotationsapparat erzeugte Induktionsstrom ist dem die Bewegung der Magnete erzeugenden Strom entgegengesetzt gerichtet, sucht also die Bewegung zu verhindern. Dies ist ein Spezialfall des Lenzschen Gesetzes, welches lautet:

Durch welche Zustandsänderung auch ein Induktionsstrom erzeugt sein mag, stets ist derselbe so gerichtet, daß er die Zustandsänderung zu verhindern sucht.

Wird also z. B. ein Magnetpol in der Nähe eines geschlossenen Leiters bewegt, so entsteht in dem Leiter ein Induktionsstrom, welcher die Bewegung zu hemmen sucht.

156. Berechnung der induzierten elektromotorischen Kraft aus dem Prinzip von der Erhaltung der Energie. Aus der Theorie nicht vorherzusehen war, daß die Bewegung eines geschlossenen, keine Stromquelle enthaltenden Drahtkreises in einem Magnetfeld im Draht Ströme induziert. Der Draht könnte sich ja vollkommen indifferent verhalten. Sobald man aber weiß, daß Ströme induziert werden, so kann man auch ihre Stärke und die sie treibende e. m. K. berechnen. Wir nehmen dazu einen in der Ebene des Papiers liegenden Drahtkreis, welcher in zwei parallele Enden ausläuft, deren Abstand l sei (Fig. 97). Ist ein senkrecht zur Zeichnungsebene von vorn nach hinten gerichtetes, homogenes magnetisches Feld vorhanden, und verschieben wir ein quer über die schienenartigen Enden der Drahtschleife gelegtes Drahtstück von der Länge l längs derselben um eine Strecke s, so vergrößern oder verkleinern wir die Anzahl der Induktionslinien, welche die Drahtschleife senkrecht schneiden, je nachdem die Bewegung in der Figur nach rechts oder links geschieht. Durch eine solche Bewegung wird nun, wie das Experiment lehrt, ein Strom im Leiter induziert.

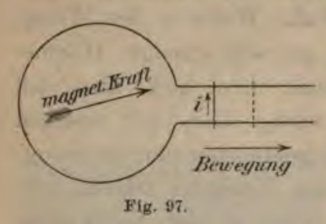


Fig. 97.

Wir wollen im folgenden zuerst die Richtung des im Bügel entstehenden Induktionsstromes ermitteln, wenn wir denselben

von links nach rechts, also so bewegen, daß die Anzahl der den Leiter in positiver Richtung schneidenden Induktionslinien vermehrt wird, wobei wir unter positiver Richtung des Magnetfeldes die Richtung von vorn nach hinten verstehen wollen. Bewege ich den Leiterbügel, so erhalte ich einen Strom, welchen ich irgendwie zu Arbeitsleistung verwerten könnte, erhalte also disponible Arbeit. Da dies lediglich durch einen anderweitigen Arbeitsaufwand geschehen kann, der Strom aber nur durch die Bewegung erzeugt wird, so folgt, daß diese Bewegung mit Arbeitsaufwand geschehen muß, also gegen eine Kraft. Die auf den Leiterbügel wirkende Kraft muß also entgegengesetzt der Bewegungsrichtung, daher der Induktionsstrom (s. § 169) von unten nach oben gerichtet sein (Fig. 98). Wäre er umgekehrt gerichtet, so gäbe dies Veranlassung zu einem perpetuum mobile. Die Unmöglichkeit eines solchen ergibt daher das Lenzsche Gesetz.

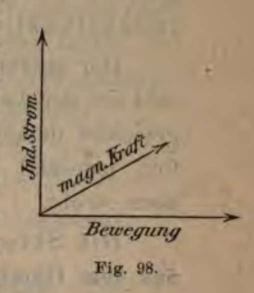


Fig. 98.

Die Größe der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke des Induktionsstromes ergibt sich, sobald wir die Größe des zur Bewegung des Leiterbügels nötigen Arbeitsaufwandes und des dadurch im Leiter gewonnenen Betrages elektrischer Energie ermitteln. Nach dem Prinzip von der Erhaltung der Energie müssen diese Beträge gleich sein. Die elektrische Energie ist nach § 94 gleich dem Produkt $Eidt$ aus elektromotorischer Kraft, Stromstärke und Zeit ihres Bestehens, welche hier gleich der Zeit dt der Bewegung des Drahtbügels ist. Der Arbeitsaufwand für diese Bewegung ist gegeben durch das Produkt Kraft $\times$ Weg gleich $\mathfrak{H}ils = \mathfrak{H}idq$, wenn man mit dq den Inhalt des kleinen vom Bügel beschriebenen Rechtecks, also die kleine Querschnittszunahme des Leiters bezeichnet (§ 134). Da $\mathfrak{H}$ die Anzahl der die Querschnittseinheit schneidenden Induktionslinien ist, so ist $\mathfrak{H}dq$ die Zunahme dN der die Leiterfläche schneidenden Induktionslinien, daher der Arbeitsaufwand gegeben durch das Produkt idN. Die für diesen Fall angewendete Formel des Energieprinzips ist daher:

$$Eidt = idN$$

$$E = \frac{dN}{dt},$$

d. h. die in einem geschlossenen Stromkreise induzierte elektromotorische Kraft ist ihrem absoluten Wert nach gleich der Änderung der Anzahl der von ihm umfaßten Induktionslinien in der Zeiteinheit.

Der entstehende Induktionsstrom ist bei Zunahme der Anzahl der den Leiter schneidenden Induktionslinien entgegengesetzt gerichtet demjenigen, der bei Abnahme dieser Anzahl entsteht, und jedesmal so gerichtet, daß er die Änderung zu verhindern strebt.

Die Stromstärke des Induktionsstromes ergibt sich aus dem Ohmschen Gesetz

$$i = \frac{1}{w} \cdot \frac{dN}{dt},$$

wenn w der Widerstand des Leiters ist.

Die durch den Induktionsstoß in der Zeit dt in Bewegung gesetzte induzierte Elektrizitätsmenge ist

$$idt = \frac{dN}{w}.$$

157. Nicht gleichförmige Bewegung des Stromleiters im Magnetfeld. Geschieht die Bewegung des Stromleiters nicht mit gleichförmiger Geschwindigkeit, so gelten die obigen Gesetze für jedes kleine Zeitelement dt, während welches die Bewegung als gleichförmig angesehen werden kann. Elektromotorische Kraft und Stromstärke ändern dann in der Zeit ihres Bestehens ihren Wert. Die in der gesamten Zeit des Induktionsstoßes in Bewegung gesetzte Elektrizitätsmenge erhält man dann durch Summieren der in den kleinen Zeitelementen sich bewegenden Elektrizitätsmengen. Bei einer fortdauernden Änderung von E und i muß man die Zeitelemente dt unendlich klein wählen; dann wird das Summieren zur Integration. Die in einer gewissen Zeit t in Bewegung gesetzte Elektrizitätsmenge ist dann gegeben als das Integral:

$$\int_0^t i\,dt = \frac{1}{w}\int_0^t dN.$$

$\int_0^t dN$ ist nichts weiter als die Summe aller in den Zeitelementen dt, welche zwischen dem Zeitbeginn $t=0$ und der Zeit t liegen, geschnittenen Induktionslinien. Umfaßt der Leiter erst N_1, nachher N_2 Induktionslinien, so ist die durch den gesamten Induktionsstoß in Bewegung gesetzte Elektrizitätsmenge

$$e = \int i\,dt = \frac{N_2 - N_1}{w}.$$

Das Gesetz des vorigen Paragraphen bleibt also bestehen.

158. Diskussion der Induktionsgesetze. Die abgeleiteten Gesetze zeigen, daß die in Bewegung gesetzte Elektrizitätsmenge vollständig unabhängig von der Zeit, d. h. von der Geschwindigkeit ist, mit welcher die Änderung der Anzahl der den Leiter schneidenden Induktionslinien vor sich geht. Sie ist lediglich durch den Anfangs- und Endzustand des Feldes um den Leiter bedingt, gleichviel was in der Zeit der Bewegung des Leiters sonst vor sich gehen mag. Wenn z. B. ein Leiter aus einem Feld $\mathfrak{H}_1$ in ein kleineres $\mathfrak{H}_2$ gebracht wird, so ist es für die in Bewegung gesetzte Elektrizitätsmenge vollkommen gleichgültig, ob dies direkt geschieht, oder ob der Leiter inzwischen in andere Felder gebracht wird.

Die Stromstärke, daher auch die elektromotorische Kraft, ist um so größer, je schneller der induzierende Vorgang sich abspielt.

159. Messung magnetischer Feldstärken mit dem ballistischen Galvanometer. Befindet sich eine Drahtschleife von bekannter Windungszahl n und Windungsfläche S in einem magnetischen Feld der Stärke $\mathfrak{H}$, dessen Induktionslinien die Drahtschleife senkrecht schneiden, so wird dieselbe von $n\mathfrak{H}S$ Induktionslinien durchsetzt. Bewegt man dieselbe, einerlei ob langsam oder schnell, aus dem magnetischen Feld heraus an eine Stelle, wo sich kein Feld befindet, oder dreht

man die Drahtschleife so herum, daß ihre Ebene parallel der Feldrichtung ist, so daß sie also von keiner Induktionslinie geschnitten wird, so wird in ihr eine gewisse Elektrizitätsmenge e in Bewegung gesetzt. Verbindet man die Enden der Drahtschleifen mit einem ballistischen Galvanometer, so wird dasselbe einen gewissen Ausschlag geben, welcher gleich ist, ob die Bewegung schnell oder langsam ausgeführt wird, vorausgesetzt nur, daß die Zeit dieser Bewegung immer noch klein ist gegen die Schwingungsdauer der Galvanometernadel (§ 151). Aus der Größe der Ablenkung und der ballistischen Empfindlichkeit des Galvanometers kann man die Elektrizitätsmenge e berechnen. Um aus der bestehenden Gleichung

$$e = \frac{dN}{w} = \frac{n \mathfrak{H} S}{w}$$

$\mathfrak{H}$ berechnen zu können, muß man nur noch den Widerstand des aus Drahtschleife, Galvanometer und Zuleitungsdraht bestehenden Stromkreises kennen. Es ist dann

$$\mathfrak{H} = \frac{we}{nS}.$$

Es ist dies eine vielbenutzte Methode, magnetische Feldstärken zu messen. Die Kenntnis von Galvanometerempfindlichkeit und Widerstand des Schließungskreises kann man umgehen, wenn man die absolute Messung zu einer relativen macht, indem man den Ausschlag des Galvanometers bei der obigen Feldmessung vergleicht mit dem Ausschlag, den eine Normalspule in einem Normalfeld erzeugt. Das magnetische Normalfeld stellt man her durch eine lange Drahtspule von bekannter Windungszahl und Windungsfläche, durch welche ein gemessener Strom geschickt wird. Um diese Spule befindet sich koaxial die induzierte Normalspule, deren Windungszahl bekannt sein muß. Man läßt dabei Normalspule, die zur Feldmessung benutzte Drahtschleife und das Galvanometer ständig in Reihe geschaltet. Dann bleibt w sich gleich, und die Ausschläge des Galvanometers sind daher wie die induzierten Elektrizitätsmengen den Anzahlen geschnittener Induktionslinien proportional.

160. Erdinduktor. Der Erdinduktor ist eine aus einer größeren Anzahl Windungen bestehende Spule, welche um eine

Achse drehbar ist, die ihrerseits entweder horizontal oder vertikal orientiert werden kann. Stellt man die Spule mit vertikaler Achse so auf, daß ihre Windungsfläche S senkrecht zur magnetischen Nord-Südrichtung ist, und dreht sie um die vertikale Achse um 180°, so wird in ihr ein Stromstoß induziert. Der Strom hat bei Drehung um die zweiten 90° dieselbe Richtung, wie der bei Drehung um den ersten Quadranten induzierte, obwohl doch erst eine Abnahme, dann wieder eine Zunahme schneidender Induktionslinien des Erdfeldes erfolgt. Dies liegt daran, daß die Zunahme in die andere Seite der Spule hinein erfolgt.

Die induzierte Elektrizitätsmenge ist also gleich der doppelten bei einer Drehung um 90° in Bewegung gesetzten. Also, wenn H die Horizontalintensität,

$$e = \frac{2\,HS}{w}.$$

Wäre die Windungsfläche genau bekannt, so wäre der Erdinduktor in Verbindung mit dem ballistischen Galvanometer ein Mittel, die Horizontalintensität des Erdmagnetismus in absolutem



Fig. 99.

Maße zu bestimmen. Die Ausmessung ist aber meist nicht mit genügender Genauigkeit ausführbar.

Man kann aber ohne Ausmessung den Erdinduktor zur Vergleichung der Vertikal- mit der Horizontalintensität benutzen, also zur Bestimmung des Inklinationswinkels, dessen tang nach § 78 gleich dem Verhältnis $\frac{V}{H}$ der beiden Komponenten ist.

Man braucht dazu nur die gleiche Messung mit horizontaler, beliebig gerichteter Achse auszuführen. Die in Bewegung gesetzte Elektrizitätsmenge ist:

$$e' = \frac{2VS}{w}.$$

Das Verhältnis der Ausschläge des ballistischen Galvanometers gibt direkt:

$$\frac{e'}{e} = \frac{V}{H} = \text{tang } i.$$

Fig. 99 zeigt einen Erdinduktor von Hartmann & Braun in Frankfurt a. M. s ist ein Spiegel, welcher eine Drehung von 180° genau auszuführen erlaubt.

161. Widerstandsmessung mit dem Erdinduktor. Schaltet man Widerstand in den Galvanometerkreis ein, so ist die im Erdinduktor in Bewegung gesetzte Elektrizitätsmenge nach § 157 im Verhältnis der Gesamtwiderstände kleiner. Durch Vergleichung mit bekanntem Widerstand ist ein unbekannter leicht zu finden, indem man ersteren, einen Widerstandskasten, so lange verändert, bis die Galvanometerausschläge die gleichen sind.

In absolutem Maß findet man den Widerstand der Gesamtleitung durch absolute Messung der Elektrizitätsmengen im ballistischen Galvanometer. Es ist dann:

$$w = \frac{2H \cdot S}{e}.$$

162. Foucaultsche Ströme heißen die in massiven Metallmassen durch Induktion in veränderlichen Magnetfeldern erzeugten Ströme. Wenn die Magnetfelder stark und schnell veränderlich sind, so können die Foucaultströme bedeutende Stärke besitzen. Eine zwischen den Polen eines kräftigen Elektro-

magneten sich bewegende Kupferscheibe steht bei Erregung desselben augenblicklich still, weil die Foucaultströme nach dem Lenzschen Gesetz das Metall an der Bewegung hindern (Fig. 100). Ebenso kommt eine um ihre Gleichgewichtslage in der Meridianstellung pendelnde Magnetnadel sehr schnell zur Ruhe, sobald man eine feststehende Kupferhülse um sie legt. Es wird dieser Umstand praktisch zur Dämpfung schwingender Magnete in Galvanometern verwendet. Auf der Entstehung von Foucaultströmen in einer Kupferscheibe beruht der bekannte alte Versuch, der von Arago herrührt, daß eine über der Scheibe befestigte Magnetnadel sich mitdreht, sobald man die Scheibe in Drehung versetzt. Diese Versuche zeigen sehr demonstrativ das Lenzsche Gesetz. Auch bei dem Aragoschen Versuch sucht das Mitdrehen der Nadel die relative Bewegung der Scheibe gegen die Nadel zu verhindern; die entstehenden Induktionsströme sind derart, daß sie die erzwungene Bewegung des Leiters gegen das Magnetfeld zu hemmen streben.



Fig. 100.

163. Koeffizient der gegenseitigen Induktion. Wenn in einem Drahtkreise 1 ein Strom i fließt, so erzeugt dieser Strom ein Magnetfeld, welches überall proportional i ist. Es ist mithin die Anzahl von Induktionslinien, welche irgendein Flächenelement in der Umgebung von 1 schneiden, proportional i. Befindet sich in der Nähe von 1 ein zweiter Drahtkreis 2, so wird derselbe von einer gewissen Anzahl der von 1 herrührenden Induktionslinien geschnitten, diese Anzahl ist auch proportional i und werde mit N bezeichnet. Es ist also

$$N = B \cdot i,$$

wo B eine von i unabhängige Größe ist, welche durch die geometrische Gestaltung des ganzen Leitersystems gegeben ist. Wenn ich jetzt den Strom i sich in einer kleinen Zeit dt um den Betrag di ändern lasse, so ist die auf die Zeiteinheit bezogene Änderung der Stromstärke gegeben durch den Differentialquotienten $\frac{di}{dt}\cdot$ Ist dN die durch diese Änderung der Stromstärke bewirkte Änderung der Anzahl den Leiter 2 schneidender Induktionslinien, so ist $\frac{dN}{dt}$ die Änderung pro Zeiteinheit der den Leiter 2 schneidenden Induktionslinien, d. h. gemäß § 156 die im Leiter 2 induzierte elektromotorische Kraft E. Es ist

$$E = \frac{dN}{dt} = B\frac{di}{dt}\cdot$$

Wenn $di = 1$ C. G. S., $dt = 1$ sek, so ist die rechte Seite gleich B, d. h. es ist B die im Leiter 2 induzierte e. m. K., wenn im Leiter 1 die Stromstärke sich in 1 sek um 1 C. G. S. = 10 Ampère ändert.

B heißt der Koeffizient der gegenseitigen Induktion der Leiter 1 und 2.

164. Selbstinduktionskoeffizient. Es sei nur der Leiter 1 vorhanden. Ein in ihm fließender Strom i erzeugt magnetische Induktionslinien, welche sämtlich die Leiterfläche mindestens einmal schneiden. Durch das Entstehen oder Vergrößern eines Stromes findet also eine Zunahme der die Leiterfläche schneidenden Induktionslinien statt, es muß daher ein Induktionsstrom entstehen, welcher dem erzeugenden Strom nach dem Lenzschen Gesetz entgegengesetzt gerichtet ist und das Anwachsen der Induktionslinienzahl zu verhindern sucht. Ebenso wird bei Abnahme resp. Verschwinden eines Stromes in einem Leiter in diesem ein Induktionsstrom entstehen, welcher die Stromabnahme zu verhindern sucht, d. h. gleichgerichtet mit dem abnehmenden Strom ist. Diese Erscheinung heißt Selbstinduktion.

Die Anzahl durch einen Strom erzeugter Induktionslinien ist proportional der Stromstärke i. Nennen wir die Anzahl der die Leiterfläche einmal schneidenden Induktionslinien N, rechnen also jede Induktionslinie doppelt, dreifach usw., welche die

Leiterfläche zwei dreimal usw. schneidet, so heißt in der Gleichung

$$N = Li,$$

die von der Stromstärke unabhängige, nur von der Form des Leiters abhängige Größe L der **Selbstinduktionskoeffizient.** Ist $i = 1$ C. G. S., so ist $N = L$, d. h.

der Selbstinduktionskoeffizient ist die Anzahl Schnitte der Leiterfläche mit den Induktionslinien, welche der Leiter selbst erzeugt, wenn in ihm ein Strom 1 C. G. S. = 10 Amp. fließt.

Eine ähnliche Betrachtung wie im vorigen Paragraphen, ergibt direkt die Größe der elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion, welche in einem Leiter entsteht, wenn sich die Stromstärke in ihm ändert. Hat diese Änderung den Betrag pro sek $\frac{di}{dt}$, so ist diese elektromotorische Kraft:

$$E = \frac{dN}{dt} = L\frac{di}{dt}.$$

Hier müssen wir aber eine Vorzeichenänderung einführen. Wir haben in dem Leiter zwei sich überlagernde Ströme, den primären und den induzierten Sekundärstrom. Bezeichnen wir als positive Stromesrichtung diejenige des Primärstromes, so ist der Induktionsstrom negativ gerichtet, man hat daher zu schreiben:

$$E = -\frac{dN}{dt} = -L\frac{di}{dt}.$$

Besteht z. B. ein Strom im Leiter, und man läßt ihn anwachsen, so ist $\frac{di}{dt}$ positiv, daher die elektromotorische Kraft E des Induktionsstromes negativ. Dieselbe ist dagegen positiv gerichtet, wenn man den Strom abnehmen läßt, und daher $\frac{di}{dt}$ negativ ist.

Fig. 101.

In der Praxis bedarf man sehr oft selbstinduktionsloser Leiter. Freisein eines Leiters von Selbstinduktion bewirkt man dadurch, daß man das Entstehen magnetischer Induktionslinien möglichst verhindert, sowie diesen möglichst wenig Gelegenheit gibt, die Leiterfläche zu schneiden. Man erreicht dies durch die **bifilare Wickelung.** Es wird (Fig. 101) der aufzuspulende

Draht in der Mitte geknickt, so daß Hin- und Rückleitung unmittelbar nebeneinander liegen und so in ihrer magnetischen Wirkung sich aufheben. So werden beispielsweise alle Widerstandskästen hergestellt. Ganz allgemein gilt: Je weniger magnetische Wirkung ein von einem bestimmten Strom durchflossener Leiter zeigt, desto kleiner ist seine Selbstinduktion.

165. Absolute und technische Einheit, Dimension des Selbstinduktionskoeffizienten. Aus der letzten Gleichung des vorigen Paragraphen folgt für die absolute Einheit des Selbstinduktionskoeffizienten folgende Definition:

Ein Leiter hat die absolute Einheit der Selbstinduktion, wenn eine Stromänderung um eine absolute Einheit pro Sekunde in ihm eine absolute Einheit der elektromotorischen Kraft erzeugt.

Die technische Einheit der Selbstinduktion hat ein Leiter dann, wenn eine Stromänderung um 1 Amp. pro Sekunde eine e. m. K. gleich 1 Volt erzeugt.

Die technische Einheit hat den Namen 1 Henry.

Die Dimension des Selbstinduktionskoeffizienten ist gegeben durch:

$$[\text{e. m. K.}] = [L] \left[\frac{\text{Strom}}{\text{Zeit}}\right],$$

also nach §§ 93 und 94 ist

$$[L] = \frac{m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{3}{2}} t^{-2} \times t}{m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{1}{2}} t^{-1}} = l.$$

Die Dimension des Selbstinduktionskoeffizienten ist daher eine Länge. Er wird in absolutem Maß nach cm gemessen.

Da

$$1 \text{ Volt} = 10^8 \text{ C. G. S.}, \quad 1 \text{ Amp.} = 10^{-1} \text{ C. G. S.},$$

so ist

$$1 \text{ Henry} = 10^9 \text{ abs. Einh. der Selbstinduktion} = 10^9 \text{ cm}.$$

166. Stromschluß und Stromöffnung in einem induktiven Leiter. Eine Folge der Selbstinduktion eines Leiters ist es, daß bei plötzlicher Einschaltung einer elektromotorischen Kraft erst eine gewisse Zeit verfließt, bis der Strom seinen Endwert annimmt, welcher dem Ohmschen Gesetz der stationären

Strömung entspricht. Das plötzliche Anwachsen des Stromes beim Schließen des Kreises erzeugt eben eine Gegen-e. m. K., welche dieses Anwachsen zu verhindern sucht.

Wir wollen den zeitlichen Verlauf der Stromstärke ableiten, erstens, wenn in einen stromlosen induktiven Leiter plötzlich eine elektromotorische Kraft eingeschaltet wird, und zweitens, wenn ein im Leiter fließender Strom i_0 plötzlich durch Kurzschließen der elektromotorischen Kraft, also bei geschlossen bleibendem Leiter, unterbrochen wird.

Schließt man ein Element der e. m. K. V durch einen Leiter mit dem Selbstinduktionskoeffizienten L, so wird der Strom je nach der Größe von L mehr oder weniger schnell bis zu seinem Grenzwert $i_0 = \frac{V}{w}$ anwachsen, wenn w der Gesamtwiderstand des Stromkreises ist. Nennt man den Strom zu einem beliebig herausgegriffenen Zeitmoment i, und bezeichnet man seine Änderung in einem kleinen Zeitmoment dt mit di, so daß die Änderung pro sek durch $\frac{di}{dt}$ gegeben ist, so ist die durch diese Änderung erzeugte Gegen-e. m. K. gleich $L\frac{di}{dt}$, entgegengesetzt gerichtet wie V. Es herrscht also in dem betrachteten Augenblick eine Gesamt-e. m. K.

$$E = V - L\frac{di}{dt}.$$

Nach dem Ohmschen Gesetz ist daher die Stromstärke in diesem Augenblick:

$$i = \frac{E}{w} = \frac{V - L\frac{di}{dt}}{w}.$$

Durch einfache Umformung ergibt sich die Differentialgleichung:

$$\frac{di}{dt} + \frac{w}{L}i - \frac{V}{L} = 0.$$

Und daraus folgt durch Differentiation:

$$\frac{d^2i}{dt^2} + \frac{w}{L}\frac{di}{dt} = 0.$$

Die Lösung dieser homogenen, linearen Differentialgleichung erhält man, indem man $i = e^{\alpha t}$ setzt. Durch Einsetzen dieses Wertes wird die Gleichung zu folgender:

$$\alpha^2 + \frac{w}{L}\alpha = 0,$$

woraus für α die beiden Werte folgen:

$$\alpha_1 = 0 \quad \text{und} \quad \alpha_2 = -\frac{w}{L}.$$

Man kann sich durch Einsetzen leicht überzeugen, daß, wenn $e^{\alpha_1 t}$ und $e^{\alpha_2 t}$ zwei Lösungen der Differentialgleichung sind, auch die Summe der beiden Lösungen eine Lösung ist, auch wenn jede einzelne Lösung noch mit einer Konstanten multipliziert ist. Es ist daher die allgemeinste Lösung der Differentialgleichung gegeben durch

$$i = Ae^{\alpha_1 t} + Be^{\alpha_2 t},$$

oder bei Einsetzen der obigen Werte von α_1 und α_2:

$$i = A + Be^{-\frac{w}{L}t}.$$

Durch diesen Ausdruck ist also ganz allgemein der zeitliche Verlauf des Stromes in einem induktiven Leiter gegeben, wie er durch Ein- oder Ausschalten einer e. m. K. im Stromkreis erzeugt wird. Die spezielle Lösung für einen einzelnen Fall, d. h. die Größe der Konstanten, ergibt sich aus den Grenzbedingungen.

I. Stromschluß.

Zur Zeit $t = 0$ ist der Leiter stromlos, also $i = 0$. Daher ist zur Zeit $t = 0$, $i = A + B = 0$. Daher $A = -B$.

Nach einiger Zeit nimmt der Strom den Grenzwert $i_0 = \frac{V}{w}$ an. Es ist also zur Zeit $t = \infty \mid i_0 = A = \frac{V}{w}$.

Es lautet daher die Lösung für diesen Spezialfall:

$$i = i_0 - i_0 e^{-\frac{w}{L}t} = i_0 \left(1 - e^{-\frac{w}{L}t}\right), \quad \text{wo } i_0 = \frac{V}{w}.$$

Man kann aus der Formel die Grenzfälle sogleich ablesen.

II. Stromöffnung durch Kurzschluß der e. m. K.

Die Grenzbedingungen sind hier:

$$t = 0, \quad i = i_0 = \frac{V}{w} = A + B,$$

$$t = \infty, \ i = 0 = A.$$

Daher ist die Lösung dieses Spezialfalls:

$$i = i_0 e^{-\frac{w}{L}t}.$$

Auch aus dieser Formel sind die Grenzfälle sofort zu ersehen.

Für $t = \frac{L}{w}$ wird $e^{-\frac{w}{L}t} = e^{-1} = \frac{1}{e}$; daher $i = \frac{i_0}{e}$, d. h. es ist $\frac{L}{w}$ die Zeit, welche verstreicht, bis die Stromstärke auf $\frac{1}{e}$ ihres Wertes sinkt. Diese Größe heißt die Zeitkonstante des Leiters. Dieselbe ist also gleich dem Quotienten aus Selbstinduktionskoeffizient und Widerstand des Leiters.

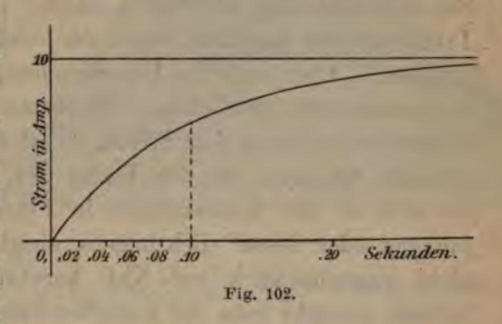


Fig. 102.

Für Leiter mit großer Selbstinduktion, z. B. große Elektromagnete, Dynamomaschinen, hat diese Zeitkonstante große Werte. Es kann Minuten dauern, bis nach Stromschluß die Stromstärke ihren definitiven Wert erreicht. Fig. 102 zeigt z. B. den Verlauf des Stromes, wenn eine konstante e. m. K. gleich 1 Volt an einen Stromkreis gelegt wird, welcher den Ohmschen Widerstand $w = 0{,}1$ Ohm und den Selbstinduktionskoeffizienten $L = 0{,}01$ Henry hat. Die Zeitkonstante ist $\frac{L}{w} = 0{,}1$ sek.

167. Funkeninduktor. Der Funkeninduktor besteht aus zwei konaxialen Spulen, von welchen die eine, die Primärspule, induzierend auf die andere, die Sekundärspule, wirkt. Der Zweck, welchen man zu erreichen sucht, ist der, eine möglichst hohe induzierte elektromotorische Kraft, d. h. eine möglichst hohe Potentialdifferenz an den Enden der offenen Sekundärspule zu erhalten. Ist B der Koeffizient der gegenseitigen Induktion der beiden Spulen, und i der Primärstrom, so ist diese Spannung

$$E = B\frac{di}{dt}$$

Eine hohe Spannung wird daher erreicht, wenn man B möglichst hoch und $\frac{di}{dt}$ möglichst groß macht. Ersteres erlangt man dadurch, daß man den durch den Primärstrom erzeugten Induktionslinien Gelegenheit gibt, den Sekundärleiter möglichst oft zu schneiden. Die Sekundärspule muß daher aus sehr vielen

Windungen bestehen. Die zweite Bedingung, daß man $\frac{di}{dt}$, die zeitliche Stromänderung, groß macht, erreicht man durch geeignete Stromunterbrecher. Zunächst ist nach dem vorigen Paragraphen ersichtlich, daß man den Stromschluß nicht zur Erzielung hoher Sekundärspannung verwenden kann. Denn das Anwachsen des Primärstromes geschieht wegen der beträchtlichen Selbstinduktion langsam. Aber auch die Unterbrechung muß mit gewissen Vorsichtsmaßregeln geschehen. Öffnet man einfach mit Hilfe einer Kontaktvorrichtung den Strom, so ist die durch Selbstinduktion erzeugte Spannung an den Enden der Primärspule so groß, daß sie sich an der Kontaktstelle in Form eines Unterbrechungsfunkens oder besser -lichtbogens ausgleicht, und so den Strom nicht augenblicklich auf Null herabsinken läßt. Aus diesem Grunde versieht man die Unterbrechungsstelle mit einem Kondensator von recht großer Kapazität. Die in der Primärspule induzierte Elektrizitätsmenge fließt dann, anstatt durch die Unterbrechungsstelle in die Kondensatorbelegungen. Einbetten der Unterbrechungsstelle in eine Flüssigkeit (Alkohol) verbessert die Güte der Unterbrechung noch mehr.

Eine fernere Notwendigkeit für einen gutwirkenden Unterbrecher ist die, daß der Stromschluß genügend lange erfolgt, nämlich bis die Stromstärke ihren Maximalwert erreicht hat. Die Primärspule enthält, damit die Anzahl erzeugter Induktionslinien möglichst hoch wird, einen Kern aus weichem Eisen. Wenn derselbe massiv wäre, würden die Foucaultströme, welche in dem Kern bei Unterbrechung des in der Primärspule fließenden Stromes entstehen, die plötzliche Abnahme der Magnetisierung, also das plötzliche Verschwinden aller Induktionslinien verhindern. Um dies zu

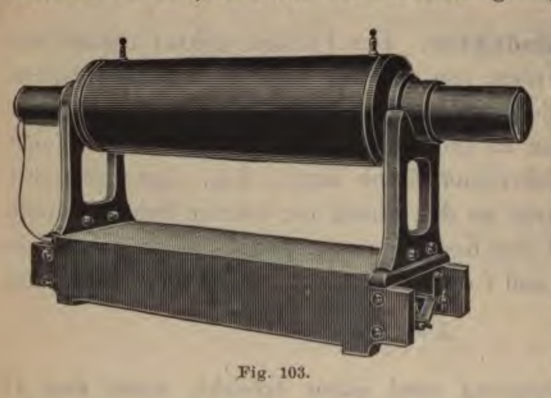


Fig. 103.

vermeiden, ist der Eisenkern unterteilt, indem er aus dünnen, voneinander isolierten Drähten oder Lamellen angefertigt wird. Fig. 103 zeigt einen großen Funkeninduktor der Allgemeinen Elektrizitäts-Gesellschaft Berlin. Im Kasten befindet sich der Kondensator. In Fig. 104 ist ein kleiner Induktionsapparat abgebildet, wie er für Leitfähigkeitsbestimmungen, auch für physiologische Zwecke, Verwendung findet.

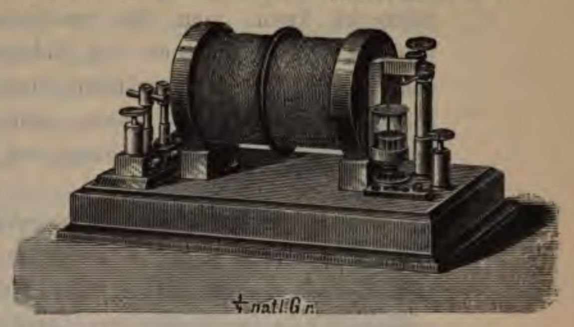


Fig. 104.

168. Stromunterbrecher. Von den selbsttätigen Stromunterbrechern ist zu nennen:

1. Der Neefsche Hammer. Der Eisenkern der Primärspule zieht ein Eisenstück, welches an einer Feder befestigt ist, an, und bewirkt dadurch Stromunterbrechung. Die Feder schnellt zurück und schließt den Strom wieder usf. (siehe indessen die Bemerkung in § 170). Fig. 105 zeigt einen solchen Unter-



Fig. 105.



Fig. 106.

brecher, der für die Induktoren der Allgem. Elektrizitäts-Gesellschaft Berlin konstruiert ist.

2. Der Deprez-Unterbrecher (Fig. 106) wird vielfach

wegen seiner zweckmäßigen Konstruktion in Laboratorien angewendet. Gleiches Prinzip wie der Hammer. Durch eine Schraube kann man die oszillierende Feder mehr oder weniger straff anspannen und dadurch die Unterbrechungszahl variieren. Man verändert damit gleichzeitig auch die Stärke der Wirkung. Denn wenn die Feder straffer gespannt wird, so tritt Anziehung und Unterbrechung erst bei größerer Stromstärke ein.

Zwei für größere Induktoren sehr vorzügliche Unterbrecher sind:

3. Der Turbinenunterbrecher der Allgem. Elektrizitäts-Gesellschaft Berlin (Fig. 107—109). Eine mit ihrem unteren Ende in Quecksilber tauchende Eisenröhre besitzt



Fig. 107 Fig. 108. Fig. 109

unten in ihrem Inneren kleine schiffschraubenartig angeordnete Flügel und oben einen seitlichen Rohransatz. Wird die Röhre durch einen Elektromotor in schnelle Rotation versetzt, so steigt das Quecksilber in ihr hoch und wird durch die Ansatzröhre in kontinuierlichem Strahl herauszentrifugiert. Der Strahl, welcher eine Stromzuführung bildet, streicht entlang an einem mit Ausschnitten versehenen auswechselbaren Eisenkranz, so daß er bald auf das Eisen, bald in den Zwischenraum zwischen den Ausschnitten trifft. So kommen Stromschluß und Öffnung zustande.

4. Der Wehneltunterbrecher (Fig. 110). Er besteht aus einer Bleiplatte und einer Platinspitze, welche in verdünnter Schwefelsäure einander gegenüberstehen. Schaltet man eine solche Zelle in den Stromkreis einer Akkumulatorenbatterie und eines Induktors ein, derart, daß der Strom in der Zelle von der Spitze zur Bleiplatte geht, so finden regel-

mäßige Stromunterbrechungen statt, welche sich durch große Plötzlichkeit auszeichnen. Durch die große Stromdichte und wohl durch einen elektrolytischen Prozeß findet an der Spitze eine große Erwärmung statt. Die entstehende Dampfhülle unterbricht den Strom und wird durch den Öffnungsfunken wieder fortgeschleudert, wodurch wieder Stromschluß erzeugt wird. Die im allgemeinen sehr hohe Unterbrechungszahl pro Sekunde ist durch Länge der wirksamen Platinspitze und Stromstärke regulierbar. Sie ist ferner um so größer, je kleiner die Selbstinduktion der Primärspule des Induktors ist. Der Kondensator ist bei Benutzung des Wehneltunterbrechers überflüssig; der Unter-

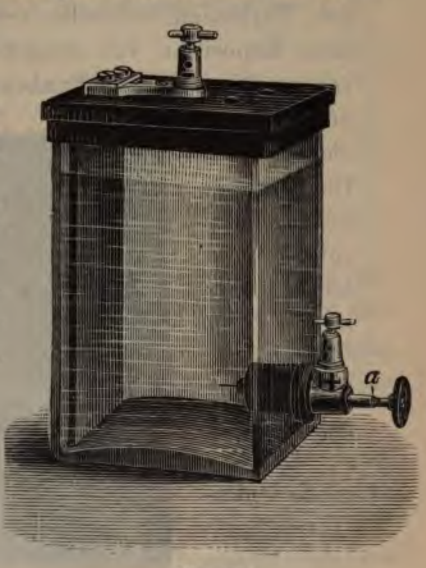


Fig. 110.


Fig. 111.

brecher besitzt selbst die nötige Kapazität. Die Entladungen eines großen Induktors, der mit diesem Unterbrecher betrieben wird, haben dasselbe Aussehen wie mit dem Turbinenunterbrecher erhaltene. Fig. 111 zeigt eine mit einer Exposition von einigen Sekunden erhaltene Aufnahme von ca. 20 cm langen Funken. Fig. 112 zeigt eine Aufnahme mit kürzerer Schlagweite. Die eigentliche Funkenentladung ist hier bereits in eine lichtbogenähnliche übergegangen. Hierzu ist eine große Unterbrechungszahl erforderlich.



Fig. 112.

169. Regeln für die Richtung der elektromagnetischen Wechselwirkung zwischen stromdurchflossenen Leitern und Magneten, sowie für die Richtung von Induktionsströmen.

1. Bewegende Kraft eines Stromelements auf einen magnetischen Nordpol.

Ampèresche Regel. Man denke sich mit dem Strom schwimmend, den Blick auf den Magnetpol gerichtet, so wird dieser nach links abgelenkt.

2. Bewegende Kraft eines geschlossenen Stromkreises auf einen außerhalb seiner Ebene befindlichen magnetischen Nordpol.

Man denke sich im Pol. Blickt man auf den Leiterkreis, so wird der Pol angezogen, wenn der Leiter im Uhrzeigersinn durchflossen wird, andernfalls abgestoßen. (Ergibt sich direkt aus der Ampèreschen Regel.)

3. Bewegende Kraft eines Magnetfelds auf ein Stromelement.

Man denkt das Magnetfeld herrührend von einem entfernten Nordpol, welcher dort liegt, von wo die Induktionslinien herkommen. Denkt man sich mit dem Strom im Leiterelement schwimmend und blickt nach diesem Nordpol hin, so würde derselbe nach links abgelenkt werden. Da er fest gedacht ist, so wird das bewegliche Leiterelement nach rechts abgelenkt (in Fig. 113 also nach vorn auf den Beschauer zu).

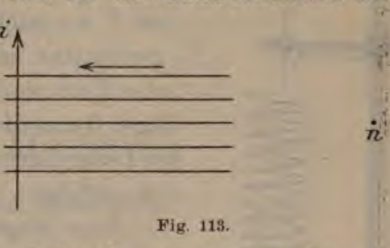


Fig. 113.

4. Der Induktionsstrom, welcher bei Bewegung eines Leiterelements im Magnetfeld entsteht, sucht die Bewegung zu hemmen.

Hieraus in Verbindung mit 3. erhält man ohne weiteres die Richtung des Induktionsstromes. Wird z. B. in Fig. 113 das Leiterelement nach vorn bewegt, in dem von rechts nach links gerichteten Magnetfeld, so entsteht in ihm ein Strom von oben nach unten.

5. Der Induktionsstrom, welcher in einem Leiterkreis bei Zunahme der diesen schneidenden Induktionslinienzahl entsteht, sucht diese Zunahme zu hindern.

Man denke sich auf der Seite des Leiters, von welcher die Induktionslinien herkommen. Eine Zunahme der Induktionslinien entspricht einer Näherung des auf der Seite des Beobachters liegend zu denkenden Nordpols. Der entstehende Induktionsstrom muß ihn also abzustoßen suchen, d. h. nach 2. vom Beobachter aus entgegengesetzt dem Uhrzeiger fließen.

170. Wechselwirkung zwischen Stromleitern. Aus den eben zusammengefaßten Regeln über die Richtung der bewegenden Kraft, welche zwischen einem stromdurchflossenen Leiter und einem Magnetpol wirksam ist, folgt ohne weiteres, daß auch zwei Stromleiter aufeinander bewegend wirken müssen, und zwar nach der Regel:

Gleichgerichtete Ströme ziehen sich an, ungleichgerichtete Ströme stoßen sich ab.

Seien 1 und 2 (Fig. 114) zwei benachbarte Leiterelemente. 1 erzeugt an der Stelle von 2 ein nach hinten gerichtetes magnetisches Feld, woraus nach Regel 3 eine Bewegung des Leiterelements 2 auf 1 zu erfolgt.

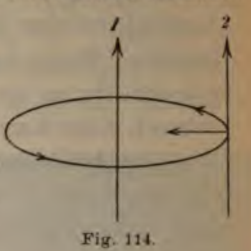
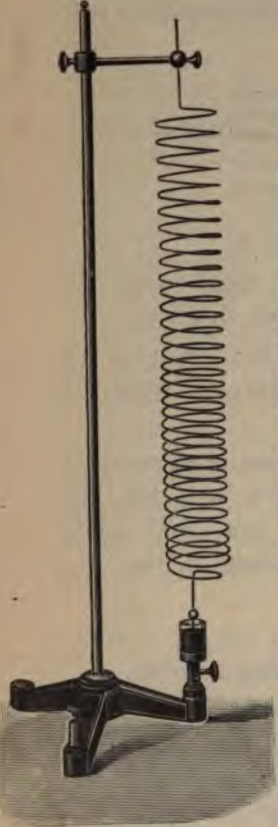


Fig. 114.

Eine lange Spiralfeder verkürzt sich beim Stromdurchgang. Dies kann benutzt werden, einen Kontakt zu öffnen, indem das untere Ende sich z. B. aus Quecksilber herauszieht. Die nun stromlose Spirale verlängert sich wieder und schließt den Strom, woraus eine selbsttätige Unterbrecherwirkung resultiert. (Rogetsche Spirale. Fig. 115.) Die selbsttätige Bewegung der Spirale hat, wie auch diejenige des Hammerunterbrechers (§ 168) oder einer elektrischen Klingel nicht ganz die beschriebene einfache Erklärung. Durch Reibung u. a. m. findet nämlich ein beständiger Energieverlust statt, der durch Arbeit der magnetischen Kräfte gedeckt werden muß. Dies geschieht auch, indem z. B. bei dem Hammerunterbrecher die von den magnetischen Kräften bei der Hinbewegung der Feder gegen den Elektromagneten geleistete Arbeit größer ist als der bei der Rückbewegung der Feder wiedergewonnene Arbeitsbetrag.


Fig. 115.

Achter Abschnitt.

Magnetische Messungen.

171. Solenoid. Für magnetische Messungen benutzen wir viel die Eigenschaft besonders geformter Leiter, wenn sie von einem elektrischen Strom durchflossen sind, starke und homogene magnetische Felder zu liefern. Derartige Leiter heißen Solenoide und bestehen aus spiralförmig in einer oder mehreren Lagen aufgespultem isolierten Draht. Wir wollen nunmehr die magnetische Feldstärke im Inneren eines Solenoids berechnen. Dazu müssen wir erst folgenden allgemeingültigen Satz beweisen.

172. Die Arbeit, welche verrichtet wird, wenn man einen magnetischen Einheitspol um einen vom Strom i durchflossenen Leiter einmal herumbewegt, so daß er die vom Leiter umgrenzte Fläche einmal durchschneidet, d. h. die magnetomotorische Kraft des Stromleiters, ist gleich $4\pi i$. Es war bewiesen, daß ein vom Strom i durchflossenes Leiterstück der Länge l in einem Magnetfeld $\mathfrak{H}$ die bewegende Kraft $\mathfrak{H} i l$ erfährt. Dieselbe Kraft wird vom Strom natürlich auf den Magnetpol ausgeübt, von welchem das Feld beispielsweise herrührt. Wird das Leiterstück bewegt, so daß N Induktionslinien des Feldes geschnitten werden, so ist die dabei geleistete Arbeit, wie in § 156 bei Ableitung des Induktionsgesetzes ermittelt war, gleich iN. Dieselbe Arbeit wird auch geleistet, falls der Magnetpol so bewegt wird, daß N der mit ihm starr verbunden gedachten Induktionslinien den Leiter schneiden. Bewegt sich nun ein magnetischer Einheitspol einmal ganz um den Stromleiter herum, so schneiden sämtliche von ihm ausgehenden Induktionslinien den Leiter einmal. Vom

Einheitspol gehen aber 4π Induktionslinien aus; die bei der gedachten Bewegung geleistete Arbeit ist also

$$A = 4\pi i.$$

173. Magnetische Feldstärke im Inneren eines Solenoids. Hat das Solenoid der Länge l im ganzen n Windungen und bewege ich einen Einheitspol durch sein Inneres der Länge nach hindurch und außen zum Ausgangspunkt zurück, so daß eine geschlossene Bahn beschrieben wird, so gehen dabei die 4π Induktionslinien des Einheitspoles n-mal durch die Leiterfläche hindurch. Die dabei geleistete Arbeit, d. i. die magnetomotorische Kraft des Solenoids, ist $4\pi n i$. Ist das Solenoid lang gegen seinen Durchmesser, etwa 20-mal so lang als derselbe, so ist das magnetische Feld im Inneren desselben sehr gleichförmig und im wesentlichen auch nur im Inneren vorhanden, dagegen im Außenraum sehr schwach. Bezeichnet man die Feldstärke im Inneren mit $\mathfrak{H}$, so ist die Arbeit bei der Bewegung des Einheitspoles längs der geschlossenen Kurve ohne großen Fehler gleich $\mathfrak{H}l$ zu setzen, indem die zur Rückbewegung im Außenraum erforderliche zu vernachlässigen ist. Es ist daher

$$\mathfrak{H}l = 4\pi n i,$$

also

$$\mathfrak{H} = \frac{4\pi n i}{l}.$$

174. Selbstinduktionskoeffizient eines Solenoids. Die Anzahl N' von Induktionslinien, welche das vom Strom i durchflossene Solenoid der Länge nach durchsetzen, ist

$$N' = \mathfrak{H} q = \frac{4\pi n i q}{l},$$

wenn q der Querschnitt des Solenoids ist.

Die Leiterfläche wird von jeder Linie n-mal, von sämtlichen Induktionslinien daher

$$N = n N' = \frac{4\pi n^2 i q}{l}$$

mal geschnitten. Der Selbstinduktionskoeffizient ist daher nach § 164 gegeben durch die Beziehung

$$L = \frac{N}{i} = \frac{4\pi n^2 q}{l}.$$

175. Wirkung eines Eisenkerns auf die Eigenschaften eines Solenoids. Bringt man in das Solenoidinnere einen dasselbe nur teilweise ausfüllenden Eisenkern in der Weise, daß seine Oberfläche überall den Induktionslinien parallel ist, so ist die magnetische Feldstärke in dem Eisenkern nach § 65 die gleiche wie außerhalb desselben. Die Induktionsliniendichte ist dagegen μ-mal so groß. Die Induktion im Eisen

$$\mathfrak{B} = \mu \mathfrak{H}.$$

Füllt der Eisenkern das ganze Solenoidinnere aus, so bleibt also die Intensität des magnetischen Feldes ungeändert die gleiche wie in Luft, aber die Anzahl der Induktionslinien im Inneren des Solenoids wird μ-mal so groß. Es ist daher im eisenerfüllten Solenoid die Anzahl Induktionslinien:

$$N' = \frac{4\pi\mu n i q}{l}.$$

Der Selbstinduktionskoeffizient wird daher auch μ-mal größer, nämlich:

$$L = \frac{4\pi\mu n^2 q}{l}$$

176. Die magnetische Energie eines Solenoids. In § 71 hatten wir für die magnetische Energie der Volumeneinheit eines magnetischen Feldes der Intensität $\mathfrak{H}$ den Ausdruck aufgestellt:

$$U = \frac{\mu \mathfrak{H}^2}{8\pi}.$$

Der gesamte Innenraum des Solenoids hat das Volumen ql, mithin die Energie

$$U' = Uql = \frac{\mu \mathfrak{H}^2}{8\pi} ql = \frac{\mathfrak{B} q \mathfrak{H} l}{8\pi} = \frac{N' \mathfrak{H} l}{8\pi},$$

wenn $\mathfrak{B}$ die Anzahl Induktionslinien pro qcm, d. h. die Induktion, der Induktionsfluß durch die Flächeneinheit, N' derjenige durch den Solenoidquerschnitt ist.

Im § 173 hatten wir gesehen, daß $\mathfrak{H}l$, die magnetomotorische Kraft des Solenoids, gegeben ist durch

$$\mathfrak{H}l = 4\pi n i.$$

Daher hat man für die magnetische Energie des Solenoidfeldes auch den Ausdruck:

$$U' = \frac{N' \cdot 4\pi n i}{8\pi} = \frac{1}{2} n N' i = \frac{1}{2} N i,$$

wo N die Anzahl Schnitte von Induktionslinien mit der Leiterfläche ist.

Unter Berücksichtigung der Beziehung

$$N = L i$$

(§ 164) findet man für die magnetische Energie noch den Ausdruck

$$U' = \frac{1}{2} L i^2.$$

Endlich folgt mit Benutzung des Begriffs des magnetischen Widerstandes noch ein Ausdruck für die magnetische Energie des Solenoidfeldes. Wie in § 56 erörtert ist, kann man die Energie in der Form darstellen:

$$U' = \frac{1}{8\pi} N'^2 W.$$

Hierin bedeutet W den sog. magnetischen Widerstand des betrachteten Feldteils, hier also des Solenoids.

Im Verein mit dem ersten Ausdruck für die magnetische Energie folgt dabei für den magnetischen Widerstand des Solenoids:

$$W = \frac{l}{\mu q},$$

ein Ausdruck, auf dessen Ähnlichkeit mit der Formel für den elektrischen Widerstand eines Metalldrahtes bereits hingewiesen ist.

Alle diese bereits von früher bekannten Formeln hätten wir auch zur Berechnung von Feldstärke und Selbstinduktion eines Solenoids benutzen können.

177. Mechanisches Analogon zur Entstehung eines Stromes in einem induktiven Leiter. Um einen Strom i in einem Leiter zu erzeugen und zu erhalten, ist Energiezufuhr nötig. Der Strom verbraucht infolge des Widerstandes w im Leiter elektrische Energie, welche in Form Joulescher Wärme im Leiter frei wird. Diese in jedem Zeitmoment freiwerdende Wärme hat pro sek den Energiebetrag $i^2 w$. Sie geht dem System verloren, der Prozeß ist irreversibel. Es ist eine dauernde Energiezufuhr nötig, um den Strom weiter bestehen

zu lassen. Außerdem ist aber in der Zeit des Stromanwachsens eine weitere Energiezufuhr nötig, welche dazu verbraucht wird, das Magnetfeld zu erzeugen. Die Energie des Magnetfelds, deren Größe U' z. B. für ein Solenoid aus einer der Formeln des vorigen Paragraphen sich ergibt, bleibt dem Stromsystem erhalten; sie ist im Diamagnetikum als potentielle Energie aufgespeichert. Wird das Magnetfeld auf irgend eine Weise zum Verschwinden gebracht, so verwandelt sich seine potentielle Energie in die Energie der bewegten Elektrizität des Induktionsstromes. Der Prozeß ist reversibel.

Der Vorgang bei der Entstehung des Stromes ist ähnlich der Hebung einer schweren Masse in einem reibenden Mittel. Auch hierbei spielen sich zwei Energieverwandlungen, eine umkehrbare und eine nichtumkehrbare, ab. Die erstere ist die Aufspeicherung in Form von Energie der Lage; dieselbe tritt bei ihrer Zerstörung, beim Herabfallen der Masse, in Form kinetischer Energie wieder auf. Der andere Energieprozeß ist irreversibel, es ist eine Verwandlung der aufgewandten Arbeit in Reibungswärme.

Der elektrische Leiter verbraucht Energie für den reversiblen Vorgang nur vermöge seiner Eigenschaft, ein Magnetfeld zu erzeugen, d. h. kraft seines Induktionsvermögens. In induktiven Leitern bewegt sich Elektrizität so, als ob sie eine Trägheit besäße. Die Formel des vorigen Paragraphen

$$U' = \frac{1}{2} L i^2$$

erinnert sehr an diejenige für die kinetische Energie bewegter Masse, welche gleich $\frac{1}{2} m v^2$ ist.

178. Bestimmung von Hysteresiskurven. Die für ein Material wichtigen magnetischen Größen sind bekannt, wenn die Induktionskurve für auf- und absteigende Felder bis zur Sättigung, d. h. wenn die Hysteresisschleife gegeben ist. Man kennt dann Permeabilität und Suszeptibilität nach den Formeln in § 75; ferner Remanenz, Koerzitivkraft, Sättigungsmagnetismus und Feldstärke, für welche Sättigung erreicht ist. Endlich kennt man aus dem Inhalt der Schleife den Energieverlust,

welcher bei einem magnetischen Kreisprozeß stattfindet (§ 183). Im folgenden sollen einige Methoden der Ermittelung von Hysteresiskurven beschrieben werden.

179. 1. Die magnetometrische Methode. Ein langgestreckter Stab des zu untersuchenden Materials wird in ein langes, dünnes Solenoid gesteckt. Wie in § 79, 2. bestimmt man dann für verschiedene Stromstärken und daraus nach § 173 zu berechnende Feldstärken das magnetische Moment $\mathfrak{M}$ durch Ermittelung von $\frac{\mathfrak{M}}{H}$ vermittelst Ablenkung einer Magnetnadel. Ist v das Stabvolumen, so ist die Intensität der Magnetisierung:

$$\mathfrak{J} = \frac{\mathfrak{M}}{v}.$$

Die $\mathfrak{J}\mathfrak{H}$-kurve ist also gegeben. Die $\mathfrak{B}\mathfrak{H}$-kurve erhält man durch Umrechnung mit der Formel:

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{H} + 4\pi\mathfrak{J}.$$

180. 2. Bestimmung von Induktionskurven durch induzierte Ströme. Ein langgestreckter Stab wird mittels eines langen Solenoids magnetisiert. Unmittelbar auf den Stab gewickelt ist eine Sekundärspule aus dünnem Draht. Seien es n Windungen vom Querschnitt q. Die Spule ist mit einem ballistischen Galvanometer verbunden. Die Anzahl der die Sekundärspule durchsetzenden Induktionslinien ist $\mathfrak{B}q$, jede schneidet die Windungsfläche n-mal; daher ist die Elektrizitätsmenge Q, welche bei Umkehr des Solenoidstromes durch das Galvanometer fließt, durch den Schnitt von $2\mathfrak{B}nq$ Induktionslinien induziert. Ist w der Widerstand von Sekundärspule + Galvanometer nebst Zuleitung, so ist

$$Q = \frac{2\mathfrak{B}nq}{w},$$

also

$$\mathfrak{B} = \frac{Qw}{2nq},$$

$\mathfrak{H}$ kennt man durch Berechnung aus den Solenoidkonstanten und dem Magnetisierungsstrom.

Um Q in absoluten Einheiten zu kennen, eicht man das

ballistische Galvanometer zweckmäßig, indem man eine bekannte magnetische Feldänderung auf eine Spule von bekanntem Querschnitt q' und Windungszahl n' induzierend wirken läßt. Diese Spule ist, damit für die $\mathfrak{B}$- und Q-Bestimmung gleicher Widerstand im Sekundärkreis ist, zweckmäßigerweise ein für allemal im Kreise enthalten. Ist Q' die bei Kommutieren des bekannten Feldes $\mathfrak{H}$ induzierte Elektrizitätsmenge, so ist dieselbe bekannt aus:

$$Q' = \frac{2\mathfrak{H}n'q'}{w}.$$

Q verhält sich zu Q' wie die zugehörigen Galvanometerausschläge.

Es ist zu bemerken, daß man bei dieser Bestimmungsmethode nicht die Hysteresisschleife, sondern die sog. Kommutierungskurve erhält, d. i. eine zwischen den beiden Ästen der Schleife liegende Kurve. Um die Hysteresisschleife zu beschreiben, läßt man die Stromstärke im Solenoid, d. h. die Feldstärke stufenweise um kleine Beträge bis zum Sättigungsfeld wachsen, dann abnehmen, und bestimmt durch die Ausschläge des Galvanometers die den einzelnen Änderungen von $\mathfrak{H}$ entsprechenden Sprünge von $\mathfrak{B}$.

181. Entmagnetisierungsfaktor. Scherung. Die nach den beiden beschriebenen Methoden erhaltenen Induktionskurven bedürfen noch einer Korrektion. Wie in § 65 bereits besprochen ist, bilden sich an den freien Enden des Eisenstabes, da wo die Induktionslinien die Grenze Eisen — Luft durchschreiten, scheinbare magnetische Belegungen aus. Diese bewirken eine Verkleinerung der im Eisen wirksamen Feldstärke. Ein Induktionswert $\mathfrak{B}$ der Induktionskurve entspricht daher im allgemeinen nicht einem Wert $\mathfrak{H}$ der Feldstärke, wie er sich aus den Solenoidbedingungen ergibt, sondern einem Wert $\mathfrak{H}' = \mathfrak{H} - \mathfrak{H}_i$. Dabei ist $\mathfrak{H}_i$ im allgemeinen durch den Körper hindurch in ungleicher Weise verteilt. Nur in einem gleichförmig nach einer Hauptachse magnetisierten Ellipsoid herrscht nach der Theorie ein konstanter, der Intensität der Magnetisierung $\mathfrak{J}$ proportionaler Wert $\mathfrak{H}_i = P \cdot \mathfrak{J}$. In einem ellipsoidischen Körper, welcher mit

einer Achse den Induktionslinien parallel in das Solenoidfeld $\mathfrak{H}$ gelegt wird, ist also die Feldstärke

$$\mathfrak{H}' = \mathfrak{H} - P \cdot \mathfrak{J}.$$

P heißt der Entmagnetisierungsfaktor. Er hängt beim Ellipsoid vom Achsenverhältnis ab. Es ist z. B. für ein langgestrecktes Rotationsellipsoid, welches längs der Rotationsachse magnetisiert wird, wenn d der Rotationsdurchmesser, l die Länge der Rotationsachse ist, der Entmagnetisierungsfaktor gegeben durch

$$P = 4\pi \frac{d^2}{l^2}\left(\log \text{nat} \frac{2l}{d} - 1\right).$$

Einen gegen seinen Durchmesser langen Draht kann man als ein Rotationsellipsoid ansehen, für welches $\frac{d}{l}$ sehr klein ist. Die Formel zeigt, daß in diesem Fall $P = 0$ ist. Deshalb ist bei der Aufnahme von Induktionskurven ein langgestreckter Eisenstab zu wählen, wenn man die aus der Stromstärke und den Solenoiddimensionen berechnete Feldstärke als magnetisierendes Feld ansehen will. Hat man nur kurze Stäbe zur Verfügung, so muß man die Feldstärke mit Hilfe des aus Tabellen zu entnehmenden Wertes für den Entmagnetisierungsfaktor korrigieren, wofür es eine bequeme graphische Methode gibt. Man nennt die von Lord Rayleigh herrührende graphische Korrektion „Scherung". Streng berechnen läßt sich P nur für ellipsoidische Form des Materials, welche daher für genaueste Messungen gewählt werden muß.

182. Schlußjoch. Köpselscher Magnetisierungsapparat. Du Boissche Wage. Sehr wesentlich herabdrücken kann man die entmagnetisierende Wirkung der Stabenden dadurch, daß man dieselben mittels gut schließender Klemmbacken durch ein massiv eisernes „Joch" verbindet. Der magnetische Kreis wird hierdurch geschlossen, und freie Enden sind nicht vorhanden. Das Schlußjoch wird z. B. benutzt in dem Köpselschen Magnetisierungsapparat der Firma Siemens & Halske. (Fig. 116.) Die Magnetisierungsanordnung ist aus der Figur 117 ersichtlich. Die erzeugten Induktionslinien durchsetzen das Joch. Dasselbe ist mit einer Unterbrechungsstelle versehen, die durch

einen Eisenzylinder aber wieder fast ganz, nur mit Freilassung eines schmalen Luftringes, geschlossen ist. In diesem Luftring befindet sich eine drehbare Spule. Wird durch diese Spule ein konstanter Hilfsstrom von bestimmter Stärke geschickt, so wirkt

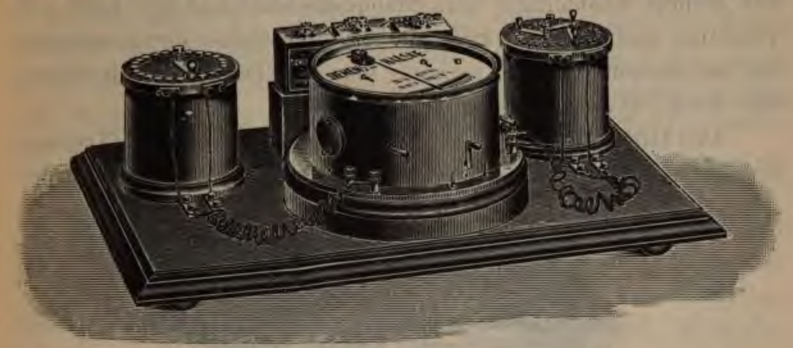


Fig. 116.

das von der Magnetisierung des Stabes herrührende, das Joch durchsetzende Feld ablenkend auf die Spule ein, und zwar um so mehr, je größer die Zahl N der erzeugten Induktionslinien

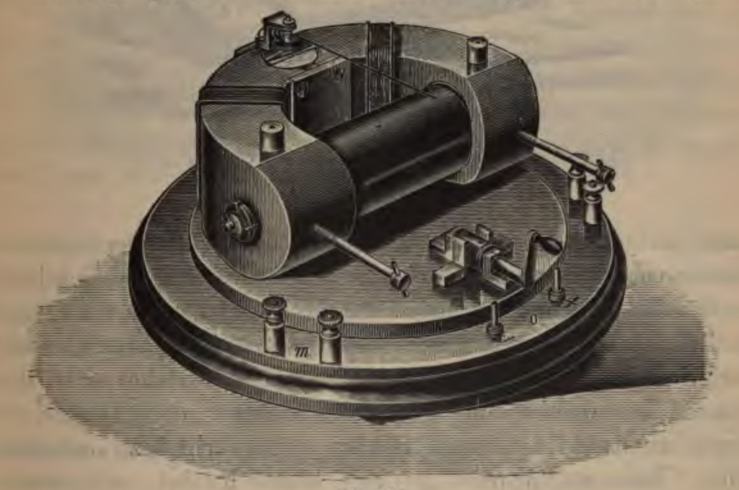


Fig. 117.

ist. Nun ist $N = \mathfrak{B}q$, d. h. der Ausschlag des mit der Spule verbundenen Zeigers ist eine Funktion von $\mathfrak{B}q$, Induktion $\times$ Querschnitt des Stabs. Um nun eine empirische Teilung auf der Skala des Instruments anzubringen, welche direkt $\mathfrak{B}$ an-

zeigt, muß man entweder einen bestimmten Stabquerschnitt vorschreiben, oder man reguliert besser die Stromstärke i in der beweglichen Spule so, daß $i = \frac{\text{Konst.}}{q}$. Dann wird der Ausschlag des Zeigers unabhängig vom Stabquerschnitt und nur noch eine Funktion von $\mathfrak{B}$ sein. Schreibt man die Größe der Konstanten für ein Instrument vor, so kann man die Teilung so einrichten, daß direkt $\mathfrak{B}$ angegeben wird.

Den Hilfsstrom liefern die drei in Fig. 116 sichtbaren Trockenelemente, er wird mit dem rechts befindlichen Dreikurbelwider-

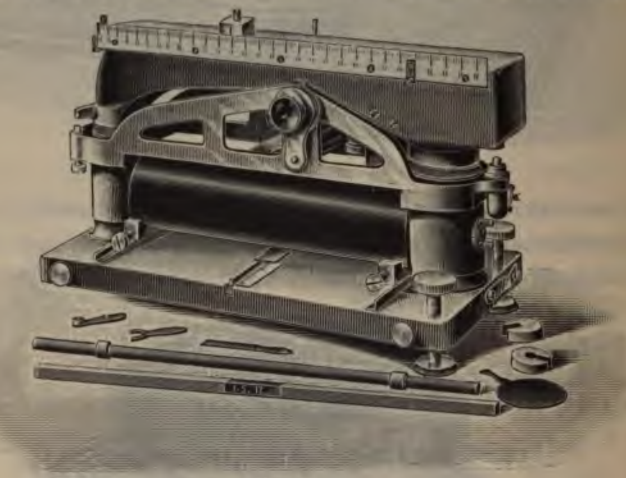


Fig 118.

stand auf den durch den Querschnitt des zu untersuchenden Stabes vorgeschriebenen Wert gebracht. Der Stab wird seitlich in den Magnetisierungsapparat geschoben und mittels Klemmen fest mit dem Joch verbunden. Eine viervoltige Akkumulatorenbatterie liefert den Magnetisierungsstrom, welcher mit dem linken Kurbelwiderstand durch Verschieben der Kurbel von Knopf zu Knopf um kleine Beträge geschwächt bezw. verstärkt wird. Vorn am Apparat ist eine kleine Kurbel, mit welcher man den Strom kommutiert. Die Skala zeigt direkt die Beträge der Induktion an. Auf dem Joch befinden sich noch einige Windungen, welche vom Magnetisierungsstrom durchflossen werden, um den Einfluß zu kompensieren, den die Magnetisierungsspule auch ohne Eisen hat.

In der von Siemens & Halske gebauten magnetischen Wage von Du Bois (Fig. 118) bildet das Schlußjoch einen ungleicharmigen Wagebalken. Magnetisierung eines in die Spule des Apparats eingeschobenen Stabes bewirkt Störung des Gleichgewichts, indem die anziehende Kraft auf den längeren Hebel stärker wirkt. Durch Verschiebung eines Laufgewichts längs einer Skala kann das Gleichgewicht wiederhergestellt werden. Die Einstellung des Laufgewichts zeigt direkt Induktionswerte an. Die Wage muß dazu mit einem Normalstab geeicht werden.

183. Energieverlust durch Hysteresis. Wird ein Hysteresis zeigendes Material einem Magnetisierungszyklus unterworfen, indem beispielsweise die Stromstärke in einem das Material enthaltenden Solenoid zyklisch variiert wird, so findet dabei ein Arbeitsaufwand statt, ein Verbrauch elektrischer Energie, welche dann als andere Energieform, nämlich Wärme im Material, auftritt. Um den Energieverlust zu berechnen, nehmen wir an, es fließe im Solenoid von n Windungen die Stromstärke i. Um diese Stromstärke in einer kleinen Zeit dt um die kleine Größe di zu verändern, hat man Arbeit zu leisten, da man gegen die e. m. Gegenkraft E der Selbstinduktion den Strom i fließen lassen muß. Diese Arbeit hat während der Zeit dt den Betrag $dU = Eidt$. Nun ist aber die e. m. Gegenkraft nach dem Induktionsgesetz

$$E = n\frac{dN}{dt},$$

wenn dN die durch die Stromzunahme bewirkte Zunahme der Anzahl N das Solenoid durchsetzender Induktionslinien ist, welche den Leiter n-mal schneiden. Daher ist

$$dU = Eidt = nidN.$$

Nun ist $dN = qd\mathfrak{B}$, wenn q der Querschnitt, $d\mathfrak{B}$ die Zunahme der Induktion bedeuten, daher ist

$$dU = niqd\mathfrak{B}.$$

Ersetzt man hierin noch ni durch den Wert, welcher aus der Formel für die Feldstärke in einem Solenoid dafür sich ergibt:

$$\mathfrak{H} = \frac{4\pi ni}{l}; \quad ni = \frac{\mathfrak{H}l}{4\pi},$$

so wird

$$dU = \frac{lq}{4\pi}\,\mathfrak{H}\,d\mathfrak{B} = \frac{V}{4\pi}\,\mathfrak{H}\,d\mathfrak{B},$$

wo V das Materialvolumen bedeutet.

Um den gesamten Energiebetrag U zu finden, welcher bei einer zyklischen Stromänderung im Material verbraucht wird, hat man nur dU über alle kleinen Stromänderungen, aus welchen sich die zyklische Stromänderung zusammensetzt, zu summieren, d. h. es ist U das Integral

$$U = \int dU = \frac{V}{4\pi}\int \mathfrak{H}\,d\mathfrak{B}.$$

$\int \mathfrak{H}\,d\mathfrak{B}$ ist der Inhalt I der Hysteresisschleife, welche $\mathfrak{B}$ als Funktion von $\mathfrak{H}$ für den zyklischen Magnetisierungsprozeß darstellt. Die pro ccm bei zyklischer Magnetisierung in einem Hysteresis zeigenden Material verbrauchte Energie ist also gleich dem Inhalt der Hysteresisschleife dividiert durch 4π.



Fig. 119.

Dieser Satz ist von Warburg zuerst abgeleitet worden.

Für ein Material ohne Hysteresis ist

$$\mathrm{I} = \int \mathfrak{H}\,d\mathfrak{B} = 0, \text{ also } U = 0.$$

In einem magnetischen Wechselfeld erwärmt sich Stahl durch Hysteresis bedeutender als weiches Eisen. In Dynamomaschinen, Transformatoren u. a. muß, um unnötigen Energieverlusten vorzubeugen, Eisen mit möglichst geringer Hysteresis als Kern gewählt werden.

184. Methoden zur Bestimmung der magnetischen Feldstärke. Die beste Methode ist die in § 159 besprochene, das Feld auf eine Spule von bekannten Dimensionen induzierend wirken zu lassen und die induzierte Elektrizitätsmenge mit einem ballistischen Galvanometer zu messen. Dabei kann man die Spule entweder aus dem Feld herausziehen oder das Feld, wenn es z. B. von einer stromdurchflossenen Spule herrührt, durch Unterbrechen bezw. Umkehren des Stromes verschwinden lassen oder kommutieren.

Eine bequeme Methode der Feldmessung bietet die Eigenschaft des Wismuts dar, in einem magnetischen Feld seinen elektrischen Widerstand in bestimmter Weise zu ändern. Fig. 119 zeigt eine zur Feldmessung bestimmte Wismutspirale, welche, um Induktionsstöße bei Bewegung derselben möglichst zu verhindern, bifilar gewickelt ist. Jedes Exemplar bedarf einer besonderen Eichung in bekannten Magnetfeldern, da die Größe der Widerstandsänderung sehr von der Reinheit des angewandten Wismuts abhängt. Im Verein mit einem Universalgalvanometer bietet die Wismutspirale eine sehr leicht auszuführende Methode der Feldmessung dar. Die Genauigkeit läßt sich indessen nicht sehr weit treiben, da Widerstand und Widerstandsänderung im Feld von der Temperatur stark abhängig sind. Eine genaue Berücksichtigung dieses Umstandes bei der Feldmessung ist aber recht unbequem.

Eine weitere, hauptsächlich für kräftige Magnetfelder anwendbare Methode, die Feldintensität zu messen, bietet die von Faraday entdeckte Eigenschaft vieler durchsichtiger Körper, wie z. B. in besonderem Maße des Flintglases, im Magnetfeld die Polarisationsebene des Lichts zu drehen. Man benutzt dabei parallelepipedische Glaskörper, deren magnetooptische Konstanten natürlich in besonderer Eichung ermittelt werden müssen.

Neunter Abschnitt.

Anwendung der Induktion zur Erzeugung starker elektrischer Ströme. Dynamomaschine.

185. Die Induktion in einer in homogenem Magnetfeld rotierenden Drahtschleife. Sinuskurve. In einem homogenen Magnetfeld werde um eine zur Feldrichtung senkrechte Achse ein Drahtkreis gedreht mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit ω. Bei Beginn der Bewegung $(t = 0)$ sei der Drahtkreis senkrecht zu den Induktionslinien des Magnetfeldes gestellt und werde von N_0 Induktionslinien getroffen. Ist f der Querschnitt des Kreises, $\mathfrak{H}$ die Feldstärke, so ist $N_0 = \mathfrak{H} f$. Wird der Drahtkreis eine gewisse Zeit t hindurch gedreht, so ist er jetzt um den Winkel ωt gegen die Anfangslage geneigt, und die Anzahl Induktionslinien, welche jetzt den Kreis schneiden, ist nur noch

$$N = N_0 \cos \omega t.$$

Die Zahl N ändert sich kontinuierlich gemäß dieser Formel. Die erzeugte elektromotorische Kraft ist gegeben durch die Änderung von N pro Sekunde. Ändert sich N in einem kleinen Zeitmoment dt um den Betrag dN, so ist die e. m. K.:

$$E = \frac{dN}{dt} = \frac{d(N_0 \cos \omega t)}{dt} = - N_0 \omega \sin \omega t.$$

Da wir jetzt keine Richtung einführen wollen, so können wir hier vom negativen Vorzeichen absehen und finden also, daß bei gleichförmigem Drehen einer Drahtspule in einem homogenen Magnetfeld in derselben eine elektromotorische Kraft erzeugt wird, welche eine Sinusfunktion der Zeit ist:

$$E = E_0 \sin \omega t.$$

Die Sinusfunktion stellt man auf folgende Weise graphisch dar: Läßt man (Fig. 120) den Radius E_0 eines Kreises mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω von der horizontalen Anfangslage aus in der Uhrzeigerdrehung entgegengesetzter Richtung rotieren, so ist seine Projektion auf den vertikalen Kreisdurchmesser in jedem Augenblick gegeben durch

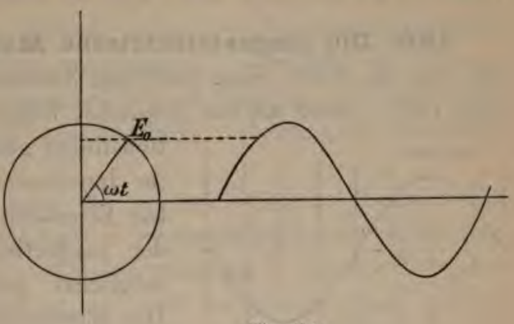


Fig. 120.

$$E = E_0 \sin \omega t.$$

Die Projektion des Endpunktes pendelt dabei auf der Vertikallinie hin und her. Wäre der Punkt leuchtend, und würde man sich seine Bewegung in einem mit konstanter Winkelgeschwindigkeit um eine Vertikalachse gedrehten Spiegel ansehen, so würde die Bahn des Punktes als die in Fig. 120 seitlich angesetzte Sinuskurve erscheinen. Man erhält sie, indem man in einem Koordinatensystem auf der Abszissenachse die Zeit t, als Ordinate die zugehörigen Werte von $E_0 \sin \omega t$ einträgt.

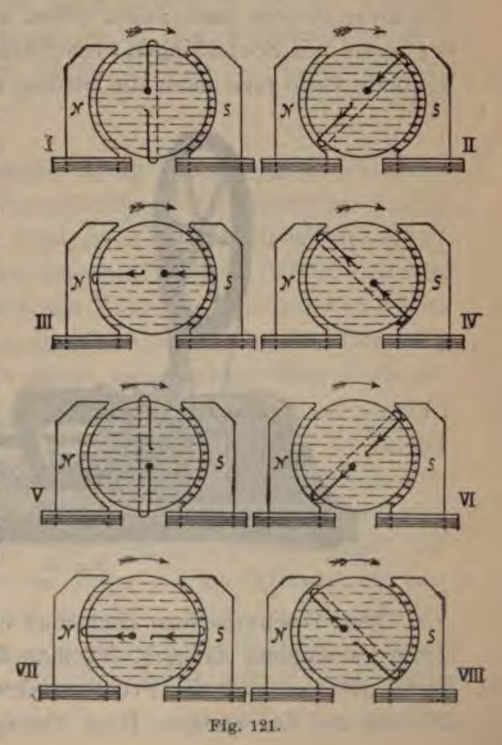


Fig. 121.

Fig. 121 und 122 zeigen die einzelnen Phasen des Vorgangs in der rotierenden Drahtschleife. Die

Kurve stellt den zeitlichen Verlauf der elektromotorischen Kraft dar.

186. Die magnetelektrische Maschine. Spulen werden vor den Polen eines kräftigen Stahlmagneten vorbeibewegt (Fig. 123). Damit sie von möglichst vielen magnetischen Induktionslinien geschnitten werden, wird ihr Innenraum mit einem unterteilten Eisenkern gefüllt und dadurch der magnetische Kreis zu einem möglichst geschlossenen gemacht. Der permanente Magnet heißt Feldmagnet; die drehbaren Spulen bilden den sog. Anker. Versetzt man den Anker in Drehung, so werden angenähert sinusförmige Wechselströme in den Spulen induziert. Um diese Ströme nach außen leiten zu können, sind die Enden der Spule mit Schleifringen verbunden. Mittels gleitender Federkontakte kann man dann die Ströme aus dem Anker entnehmen.

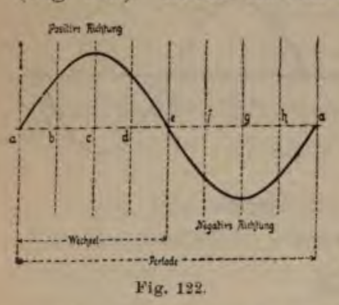
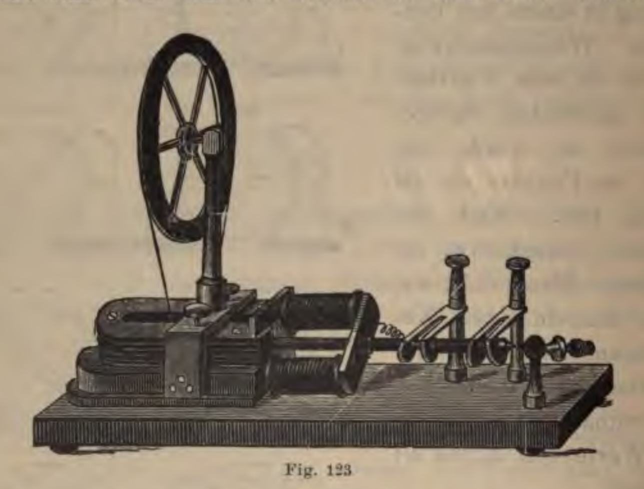


Fig. 122.


Fig. 123

Diese Wechselströme kann man in intermittierenden Gleichstrom verwandeln dadurch, daß man den Schleifringen geeignete Form gibt, so daß die Federkontakte nach jeder halben Umdrehung auf den anderen Ring überspringen.

Um den Anker der magnetelektrischen Maschine in Umdrehung zu erhalten, ist mechanische Arbeit aufzuwenden; diese Arbeit wird von der Maschine, abgesehen von gewissen geringen Verlusten in Form von Wärme, welche der Achsenreibung sowie der Hysteresis im Eisen entspringen, vollständig in elektromagnetische Energie verwandelt. Diese Energie der Induktionsströme kann außerhalb der Maschine nutzbringend verwertet werden.

Umgekehrt kann man die magnetelektrische Maschine ihr zugeführte elektrische Energie in mechanische Arbeit verwandeln lassen. Sie wird dann als Motor verwandt. Hat die Maschine die Kommutatorvorrichtung, so wird sie durch einen hineingeschickten Gleichstrom zum Anlaufen gebracht. Besitzt sie die Kommutiervorrichtung nicht, so ist ein hineingesandter Wechselstrom fähig, die Maschine, wofern sie nur angedreht wird, dauernd in Drehung zu erhalten. Die Maschine reguliert ihre Geschwindigkeit dann so, daß jedes Ankerende vor den anderen Pol des Feldmagneten gelangt, wenn der Wechselstrom sein Zeichen geändert hat. Dies ist das Prinzip der Wechselstrom-Synchronmotoren.

187. Der Grammesche Ring. Die magnetelektrische Maschine erlaubte nur, Wechselströme oder intermittierenden Gleichstrom zu erhalten. Kontinuierlichen Gleichstrom erhält man durch Rotation des Grammeschen Ringes. Derselbe besteht (Fig. 124) aus einem unterteilten Eisenring, welcher von einem in sich geschlossenen aufgespulten Draht umgeben ist. Der Ring kann um seine Achse zwischen den Polen eines kräftigen Magneten gedreht werden. Der Induktionslinienverlauf ist etwa der in der Figur gezeichnete (s. § 66). Bei der Drehung des Ringes findet starke Änderung der jede Windung schneidenden Induktionslinienzahl statt. Gemäß Regel 5 in § 169 kann man sich leicht klar machen, daß in dem Ringspulenteil oberhalb der horizontalen Symmetrielinie der Figur der Induktionsstrom entgegengesetzt gerichtet ist, wie in dem unteren Teil, derart, daß die induzierte gesamtelektromotorische Kraft des geschlossenen Kreises Null ist. Wollte man daher die Spule an einer Stelle unterbrechen und mittelst Schleifringen eine äußere Leitung an

der Unterbrechungsstelle einschalten, so würde man keinen Strom

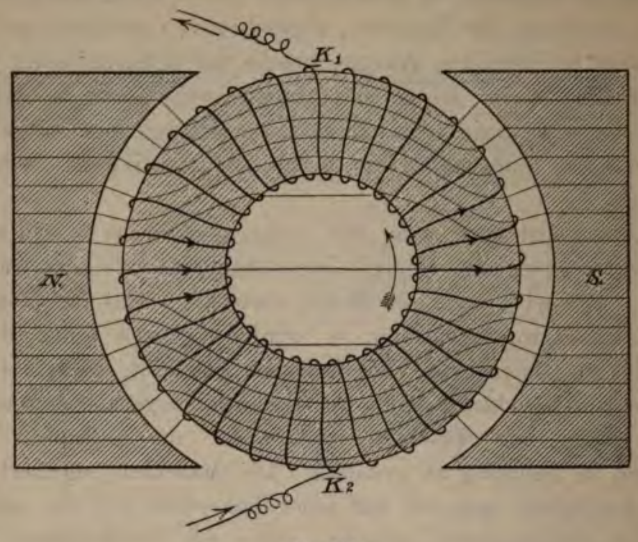


Fig. 124.

in derselben erhalten. Dies kann man aber wohl erreichen, indem man den oberen und unteren Spulenteil nebeneinander schaltet. Dies geschieht dadurch, daß man an den Stellen K_1, K_2, an welchen die Symmetrielinie den Ring schneidet, auf dem Spulendraht zwei Bürsten schleifen läßt. Der Draht muß natürlich an den Schleifstellen ohne Isolation sein. An den Enden einer Leitung, welche man an die beiden Bürsten anlegt, herrscht dann die Spannung, welche in jeder der beiden Ringhälften induziert wird. Anstatt die

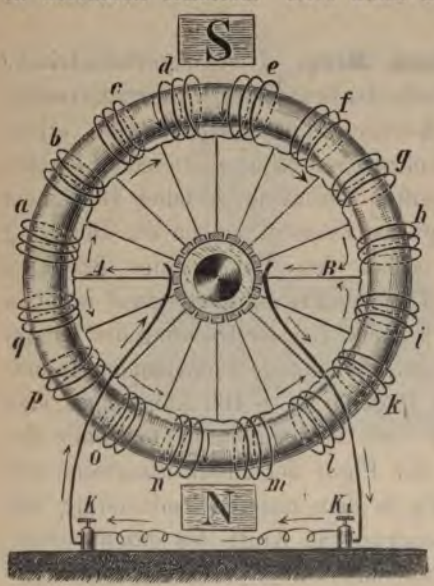


Fig. 125.

Bürsten auf der Wickelung schleifen zu lassen, baut man den Anker meist so, daß seine Wickelung aus vielen einzelnen Spulen besteht, deren Enden man mit Metallstreifen verbindet. Diese letzteren sind auf einem Zylindermantel angeordnet, der sich mit der Ringachse dreht. Die Bürsten schleifen auf ihnen. Dieser an allen Gleichstrommaschinen vorhandene Teil heißt Kollektor. Seine Wirkung wird durch Fig. 125 veranschaulicht.

188. Dynamomaschine. Der permanente Magnetismus, welchen Stahl annimmt, ist viel kleiner als der temporäre Magnetismus, welchen man einer gleichgestalteten Menge weichen Eisens dadurch erteilen kann, daß man sie dem starken Magnetfeld einer stromdurchflossenen Spule aussetzt. Es ist daher zweckmäßig, den Stahlmagneten der magnetelektrischen Maschine durch einen Elektromagneten zu ersetzen. Von W. v. Siemens wurde 1867 der ungeheuer bedeutsame Vorschlag gemacht, direkt den Induktionsstrom ganz oder teilweise zur Speisung des Elektromagneten zu benutzen, und dadurch der Grundstein gelegt, auf welchem sich die Starkstromtechnik aufbaut. In dieser Anordnung heißt die Maschine eine Dynamomaschine. Der feste Elektromagnet heißt Feldmagnet, der drehbare Teil, in welchem die Induktionsströme erzeugt werden, der Anker.



Fig. 126.

Die Windungen des Feldmagnets, des Ankers und die Nutzleitung seien z. B. hintereinander geschaltet. Wird der Anker in Umdrehung versetzt, so entsteht wegen des geringen immer vorhandenen remanenten Magnetismus des Feldmagneten ein schwacher Induktionsstrom in ihm; derselbe verstärkt, wenn die Drehung in richtigem Sinn erfolgte, den Feldmagnetismus. Dadurch wird auch der Induktionsstrom stärker, und so steigert sich der Magnetismus des Feldmagneten in der Zeit des Angehens der Maschine bis hin-



Fig. 127.

auf zu sehr hohen Induktionswerten. Die Figg. 126, 127, 128, 129 zeigen Feldmagneten und Anker einer kleinen zweipoligen



Fig. 128.

und einer größeren zehnpoligen Dynamomaschine der Allgemeinen Elektrizitäts-Gesellschaft Berlin; Fig. 130 die letztere fertig montiert.



Fig. 129.

189. Klemmenspannung nennt man die Potentialdifferenz der Polklemmen, an welche die äußere Leitung angelegt wird. Beträgt sie K Volt, während der Strom i Amp. aus der Maschine entnommen wird, so ist Ki Watt der elektrische Effekt in der äußeren Leitung. Die gesamte induzierte elektromoto-

rische Kraft E ist, wenn die Maschine Widerstand besitzt, verschieden von der Klemmenspannung. E setzt sich nämlich zusammen aus der Klemmenspannung, welche das gesamte Potentialgefälle in der äußeren Leitung ist, und dem Potentialfall im Inneren der Maschine. Dieser ist die zum Treiben des Stroms i durch den Widerstand w_i der Maschine nötige e. m. K., also gleich iw_i. Es ist also

$$E = K + iw_i.$$

Nur wenn kein Strom entnommen wird oder der innere Widerstand der Maschine sehr klein ist im Verhältnis zum Außenwiderstand, sind induzierte e. m. K. und Klemmenspannung identisch (siehe auch § 103).



Fig. 130.

190. Reihenschaltung, Nebenschlußschaltung, Compoundschaltung. Sind Anker, Feldmagnet und Nutzleitung hintereinander geschaltet (Fig. 131, 1), so heißt die Maschine

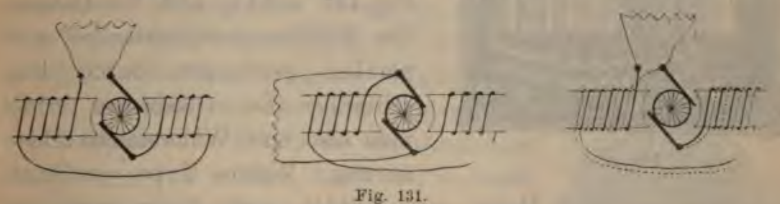


Fig. 131.

eine Reihen- oder Serienmaschine. Wird der äußere Widerstand groß, so wird der Maschinenstrom klein, der Feldmagnet

schwach, und die Maschine hört zu arbeiten auf. Sie arbeitet am stärksten bei starker Belastung.

Bei der Nebenschlußmaschine sind Feldmagnet, Anker und Nutzleitung parallel geschaltet (Fig. 131, 2). Hier findet das Umgekehrte statt. Bei starker Stromentnahme, also geringem Widerstand in der Nutzleitung, wird Strom dem Anker entzogen und die Maschine arbeitet schwächer. Diese Maschine ist die verbreitetste.

Die Compoundmaschine ist eine kombinierte Reihen- und Nebenschlußmaschine. Sie besitzt zwei Schenkelwindungen Die eine, starkdrähtige ist in Reihenschluß, die zweite, dünndrähtige in Nebenschluß geschaltet (Fig. 131, 3). Bei passender Abgleichung ist eine weitgehende Unabhängigkeit der Klemmenspannung vom äußeren Widerstand zu erreichen.

191. Elektromotor. Wie die magnetelektrische Maschine sind natürlich auch die Dynamomaschinen, und zwar auch mit Entfaltung viel größerer Arbeitsmengen, als Motoren zu verwenden. Wie als Generatoren, so sind auch als Motoren die Nebenschlußmaschinen am meisten gebraucht. Indessen finden auch die mit Reihenschaltung versehenen Hauptschlußmotoren Verwendung, z. B. im Betrieb der Straßenbahnen. Zum Anlassen der Elektromotoren wie überhaupt zur Regulierung der Intensität starker Ströme benutzt man Widerstände nach Art der Fig. 132 und Fig. 133. Die Lampen des Glühlampenwiderstandes sind parallel geschaltet, durch Einschrauben der Glasbirnen erhält man also eine Widerstandsverkleinerung. Welche Type von Dynamomaschine oder Motor man wählen muß, hängt ganz von der Art seiner Verwendung ab. Ebendanach ist auch zu entscheiden, ob man eine Maschine mit vielen Windungen dünnen



Fig. 132

Drahtes oder eine solche mit wenig Windungen dicken Drahtes zu wählen hat. Für galvanoplastische Zwecke z. B. wird man letztere wählen, welche große Stromstärke mit niedriger Spannung



Fig. 133.

liefert. Für Fälle, wo man aus einer elektrischen Anlage starke Ströme niederer Spannung entnehmen kann, aber schwächeren Strom von höherer Spannung benutzen will, oder umgekehrt, benutzt man *Transformatoren für Gleichstrom.* Sie bestehen aus zwei Dynamomaschinen, deren Anker auf einer Welle befestigt sind und verschiedene Wickelung, eine dick- und eine dünndrähtige besitzen.

Telephon und Mikrophon.

192. Das Telephon, erfunden von Graham Bell, ist ein Instrument, welches Töne auf elektrischem Wege in die Ferne zu übermitteln erlaubt. Es besteht aus einer dünnen Membran aus weichem Eisen, vor welcher sich in geringer Entfernung ein permanenter Magnet befindet (Fig. 134). Um das der Membran zugewandte Ende des Magneten ist eine Spule gewickelt. Zwei solche Telephone werden durch eine an die freien Enden ihrer Spulen gelegte Fernleitung verbunden. Spricht man gegen die Membran des einen Apparats, so wird dieselbe in akustische Schwingungen versetzt, und es werden durch das so rasch wiederholte Nähern und Entfernen der Membran in der Spule Induktionsströme erzeugt. Diese Ströme kräftigen und schwächen den

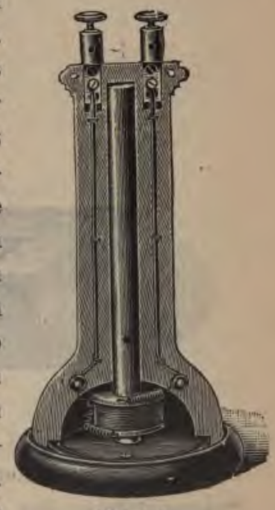


Fig. 134.

Magneten des Empfängertelephons und bewegen daher dessen Membran in gleichem Tempo, in dem die Membran des Gebertelephons vibriert. Fig. 135 zeigt eine Anordnung, mittels derer im Verein mit einem Galvanometer man die Entstehung der Induktionsströme im Telephon anschaulich demonstrieren kann. M ist ein Stahlmagnet, K ein Eisenstück. Die Enden der Spule I führen zu einem Galvanometer.



Fig. 135

Ungleich kräftigere Stromschwankungen herzustellen erlaubt das von Hughes erfundene

193. Mikrophon. Es besteht aus einer Membran, gegen welche gesprochen wird, und welche fest verbunden ist mit einem kleinen Kohleblättchen. Gegen dieses liegt lose an ein zweites Kohlestückchen. Ein Element wird durch diesen



Fig. 136.

losen Kohlekontakt und entweder direkt das Telephon, oder besser einen kleinen Induktionsapparat geschlossen, an dessen Sekundärspule das Telephon anliegt. Spricht man gegen die

Membran, so wird durch deren Bewegung der Kontakt fortwährend verbessert und verschlechtert, und es entstehen so Stromschwankungen, welche die Telephonmembran zu gleichen Schwingungen bringen, wie sie die Mikrophonmembran ausführt. Es ist eine merkwürdige Eigentümlichkeit des Kohlekontakts, daß auf diese Weise die Sprache mit ihren vielen Modulationen, die Töne von Instrumenten mit ihrer Klangfarbe wiedergegeben werden. Bei dem Telephon wird im Geberapparat ein Teil der Energie der Schallbewegung in elektrische Energie, im Empfänger ein Teil der elektrischen wieder in solche von Schallbewegung zurückverwandelt. Verluste in dem Widerstand der Leitung bedingen es, daß der Ton im Empfänger notwendig schwächer ist als im Geber. Bei dem Mikrophon wird durch die Bewegung der Membran die Energiequelle des Elements ausgelöst. Der Ton im Empfängertelephon kann viel stärker sein als der ins Mikrophon gesprochene. Fig. 136 zeigt das Prinzip des Mikrophons.

Zehnter Abschnitt.

Wechselströme.

194. Prinzip der Wechselstromerzeugung. Die Vorrichtung des § 185, eine in homogenem Magnetfeld mit konstanter Geschwindigkeit rotierende Spule, lieferte eine rein sinusförmige Wechselspannung an den Enden derselben. Auch die magnetelektrische Maschine ohne Kommutiervorrichtung lieferte eine Wechselspannung. Dasselbe erreicht man besser mit den Wechselstrommaschinen, welche zum Grundprinzip fast sämtlich dasjenige haben, daß eisenerfüllte Spulen an starken Elektromagnetpolen vorbeigeführt werden. Diese Wechselspannungen haben indessen im allgemeinen nicht mehr rein sinusförmigen Verlauf, sondern weichen mehr oder weniger davon ab. Jedoch kommt man in den meisten Fällen bei der Berechnung der Strom- und Spannungsverhältnisse mit der Annahme einer den zeitlichen Verlauf der e. m. K. darstellenden Sinusfunktion aus. Dies geschieht auch im folgenden, wo die Beziehungen zwischen Stromstärke und elektromotorischer Kraft in verschieden beschaffenen Stromkreisen berechnet werden sollen.

195. Stromstärke und elektromotorische Kraft in einem induktionsfreien Widerstand. Ist die e. m. K. gegeben als

$$e = e_0 \sin \omega t,$$

Anmerkung. In diesem Abschnitt wird von der bisherigen Bezeichnungsweise der e. m. K. mit dem Buchstaben E abgewichen, und induzierte e. m. K. wie Stromstärke mit den kleinen Buchstaben e und bezeichnet. Es geschieht dies im Anschluß an die Lehrbücher der Technik, um diese Momentanwerte zu unterscheiden von den viel gebrauchten Effektivwerten der gleichen Größen, welche E und J genannt werden In den anderen Abschnitten dieses Buches ist mit e eine Elektrizitätsmenge bezeichnet.

so fließt nach dem Ohmschen Gesetz in dem Widerstand w der Strom:

$$i = \frac{e_0}{w} \sin \omega t = i_0 \sin \omega t$$

Der Maximalwert der Stromstärke ist $i_0 = \frac{e_0}{w}$. Der Strom ist auch sinusförmig und in jedem Augenblick mit der e. m. K. in Phase. Die Kurven in Fig. 137 stellen Spannung und Stromstärke im induktionsfreien Leiter als Funktion der Zeit dar.

In einem gegebenen Zeitmoment t hat die Stromstärke den Wert

$$i = i_0 \sin \omega t.$$

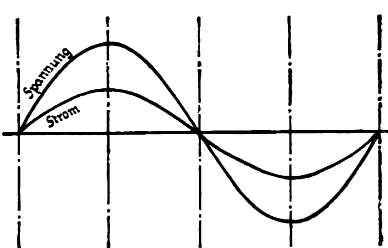


Fig. 137.

Nach einer gewissen Zeit T hat sie den Wert

$$i' = i_0 \sin \omega (t + T).$$

Das Argument des sin hat dabei um ωT zugenommen. Der sin hat wieder denselben Wert wie zur Zeit t, wenn diese Zunahme gleich 2π ist. Dann ist T die Dauer einer ganzen Periode. Dieselbe ist mit ω also verbunden durch

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n,$$

wo n die Periodenzahl pro Sekunde ist. Man nennt n auch die Frequenz des Wechselstroms. $2n$ ist die Wechselzahl.

196. Stromkreis mit Selbstinduktion, aber zu vernachlässigendem Ohmschen Widerstand. Es fließe in der Spule der Strom

$$i = i_0 \sin \omega t.$$

Wir wollen die e. m. K. berechnen, welche an den Enden der Spule wirken muß, damit der Strom fließt. Die Selbstinduktion L der Spule veranlaßt eine Gegen-e. m. K., welche den Strom zu verhindern sucht und die Größe hat:

$$-L\frac{di}{dt} = -Li_0\omega \cos \omega t.$$

Eine dieser Gegenkraft entgegengesetzt gleiche e. m. K. muß man an die Enden der Spule anlegen, damit der Strom i bestehen kann. Es ist also:

$$e = L\frac{di}{dt} = Li_0\omega \cos \omega t = Li_0\omega \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = e_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right),$$

die zur Erzeugung des Stroms $i = i_0 \sin \omega t$ nötige e. m. K. Sie ist auch eine Sinusfunktion, und zwar hinkt der Strom der Spannung um $\frac{\pi}{2}$ nach (Fig. 138). Der Maximalwert des Stromes ist i_0, der Maximalwert der e. m. K. ist $e_0 = L i_0 \omega$. Ohne auf die Phasenverschiebung Rücksicht zu nehmen, wirkt also die Selbstinduktion der Spule so, als ob diese einen Widerstand hätte, der gegeben ist durch $\frac{e_0}{i_0} = L\omega$. Der Maximalwert der Stromstärke steht zu dem der e. m. K. in der Beziehung

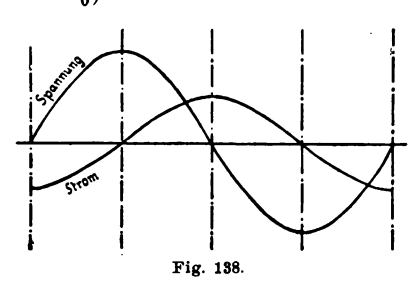


Fig. 138.

$$i_0 = \frac{e_0}{L\omega},$$

ist also um so kleiner, je größer der Selbstinduktionskoeffizient der Spule ist, und je größer die Wechselzahl ist. $L\omega$ heißt der Wechselstromwiderstand der Selbstinduktion oder Induktanz.

197. Widerstandsloser Stromkreis, der eine Kapazität enthält. Die Maschine M liefere eine e. m. K.

$$e = e_0 \sin \omega t.$$

Der Kondensator mit der Kapazität C wird sich in jedem Augenblick auf die gleiche Potentialdifferenz aufladen. Dabei fließt in der Leitung ein Strom, welcher in jedem Augenblick gegeben ist durch:

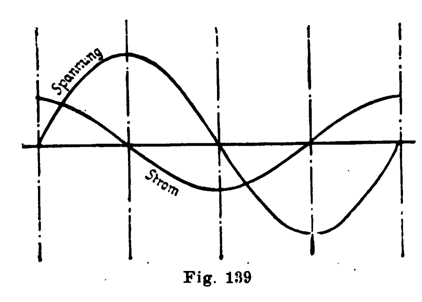


Fig. 139

$$i = C\frac{de}{dt} = C e_0 \omega \cos \omega t = C e_0 \omega \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = i_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Auch hier ist der Strom eine Sinusfunktion, eilt aber der Spannung um $\frac{\pi}{2}$ vorauf (Fig. 139). Sein Maximalwert ist

$$i_0 = C e_0 \omega.$$

Der Wechselstromwiderstand einer Kapazität ist daher $\frac{e_0}{i_0} = \frac{1}{C\omega}$. Er ist um so kleiner, je größer Kapazität und Wechselzahl ist.

Mit steigenden Werten dieser Größen nimmt für eine gegebene sinusförmige e. m. K. die Stromstärke zu.

198. Stromkreis, welcher Widerstand und Selbstinduktion enthält. Um den Strom $i = i_0 \sin \omega t$ fließen zu lassen, muß erstens eine den Ohmschen Widerstand überwindende elektromotorische Kraft e_1 wirken, welche nach A ist:

$$e_1 = i_0 w \sin \omega t.$$

Außerdem muß eine e. m. K. e_2 wirken, welche den Widerstand der Selbstinduktion überwindet, diese ist nach B:

$$e_2 = i_0 \omega L \cos \omega t.$$

Insgesamt also:

$$e = e_1 + e_2 = i_0 (w \sin \omega t + \omega L \cos \omega t).$$

Nun ist

$$A \sin \alpha + B \cos \alpha = \sqrt{A^2 + B^2} \left(\frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}} \sin \alpha + \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}} \cos \alpha \right).$$

Setzen wir

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{B}{A},$$

so ist

$$\sin \varphi = \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad \text{und} \quad \cos \varphi = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}}.$$

Daher ist:

$$A \sin \alpha + B \cos \alpha = (\cos \varphi \sin \alpha + \sin \varphi \cos \alpha) \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$= \sqrt{A^2 + B^2} \sin (\alpha + \varphi),$$

worin φ gegeben ist durch $\operatorname{tang} \varphi = \frac{B}{A}$.

Wendet man diesen Umformungssatz auf den Ausdruck für e an, so wird

$$e = i_0 \sqrt{w^2 + \omega^2 L^2} \sin (\omega t + \varphi), \quad \text{wobei} \quad \operatorname{tang} \varphi = \frac{\omega L}{w}.$$

Dies ist also die e. m. K., welche man anzuwenden hat, um den Strom

$$i = i_0 \sin \omega t$$

in einem Leiter mit Ohmschem Widerstand und Selbstinduktion

zu betreiben. Der Maximalwert der rein sinusförmigen e. m. K. ist:

$$e_0 = i_0 \sqrt{w^2 + \omega^2 L^2}.$$

Der Wurzelausdruck ist der Wechselstromwiderstand eines Leiters mit Widerstand und Selbstinduktion. Er wird Impedanz genannt. Er ist um so größer, je größer die Frequenz des Wechselstroms ist. Für sehr schnelle elektrische Schwingungen hat ωL einen so großen Wert, daß in vielen Fällen w dagegen zu vernachlässigen ist.

Gleichzeitig zeigt der abgeleitete Ausdruck für e, daß der Strom der e. m. K. nacheilt, und zwar um eine Phasendifferenz φ, deren Tangente durch den Quotienten $\frac{\omega L}{w}$ aus den Wechselstrom-Teilwiderständen gegeben ist. Je mehr der Einfluß der Selbstinduktion vorwiegt, desto mehr nähert sich die Phasendifferenz 90°.

Eine e. m. K. $e = e_0 \sin \omega t$ erzeugt einen Strom

$$i = i_0 (\sin \omega t - \varphi), \quad \text{wo} \quad i_0 = \frac{e_0}{\sqrt{w^2 + \omega^2 L^2}} \quad \text{und} \quad \operatorname{tang} \varphi = \frac{\omega L}{w}.$$

199. Stromkreis, welcher Widerstand und Kapazität in Reihe geschaltet enthält. Um den Strom $i = i_0 \sin \omega t$ fließen zu lassen, ist nötig, an den Enden des Widerstandes die e. m. K.

$$e_1 = i_0 w \sin \omega t,$$

welche in Phase mit dem Strom ist, und nach § 197 an den Kondensatorplatten eine e. m. K.

$$e_2 = i_0 \cdot \frac{1}{\omega C} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = - \frac{i_0}{\omega C} \cos \omega t.$$

Daher ist die zur Erzeugung des Stromes nötige Gesamt-e. m. K.:

$$e = e_1 + e_2 = i_0 \left(w \sin \omega t - \frac{1}{\omega C} \cos \omega t\right) = i_0 \sqrt{w^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} \sin (\omega t - \varphi),$$

wobei $\operatorname{tang} \varphi = \frac{1}{\omega C w}$.

Dies erhält man durch Einsetzen von $A = w$, $B = -\frac{1}{\omega C}$ in die Umformungsgleichung für $A \sin \alpha + B \cos \alpha$.

Der Strom eilt der e. m. K. voran um den Phasenwinkel φ.

Der Wechselstromwiderstand ist $\sqrt{w^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}$.

200. Stromkreis, welcher Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität in Reihe enthält. Um den Strom $i = i_0 \sin \omega t$ zu erzeugen, ist eine Summe dreier e. m. K. erforderlich:

Erstens nach § 195:

$$e_1 = i_0 w \sin \omega t.$$

Zweitens nach § 196:

$$e_2 = i_0 \omega L \cos \omega t.$$

Drittens nach § 197:

$$e_3 = i_0 \cdot \frac{1}{\omega C} \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = - i_0 \frac{1}{\omega C} \cos \omega t.$$

Die Summe ist:

$$e = e_1 + e_2 + e_3 = i_0 \left[w \sin \omega t + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \cos \omega t\right]$$

$$= i_0 \sqrt{w^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \sin(\omega t + \varphi),$$

wo

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{w}.$$

Der Wechselstromwiderstand ist $\sqrt{w^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$.

Die e. m. K. ist in ihrer Phase dem Strom voraufeilend oder nachfolgend, je nachdem ωL größer oder kleiner ist als $\frac{1}{\omega C}$. Sind diese beiden Wechselstromwiderstände von Selbstinduktion und Kapazität gleich, dann sind e. m. K. und Strom in Phase. Damit dies der Fall ist, muß

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

oder

$$L = \frac{1}{\omega^2 C}$$

sein. Dann kompensieren sich Kapazität und Selbstinduktion

völlig, und es ist so, als ob der Leiter nur den Ohmschen Widerstand hätte.

Weitere Besprechung dieser Kompensation in den Paragraphen über Resonanzerscheinungen (§ 254 ff.).

201. Graphische Darstellung durch das Vektordiagramm. In dem Kreise der Fig. 140 mit dem Mittelpunkt O sei ein vertikaler und ein horizontaler Durchmesser gezogen. Ist der Radius des Kreises e_0, und bewegt er sich mit einer Winkelgeschwindigkeit ω um den Kreismittelpunkt, während er am Anfang der Bewegung, d. h. zur Zeit $t = 0$, die Lage OA hat, so bildet er mit dieser Anfangslage zu einer beliebigen Zeit t den Winkel ωt, und seine Projektion $OE = e$ auf die Vertikalachse ist in jedem Augenblick

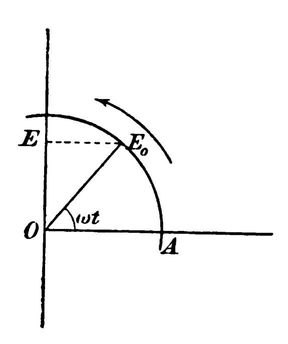


Fig. 140.

$$e = e_0 \sin \omega t.$$

Man kann also durch Rotation eines Radiusvektors, dessen Länge man gleich dem Maximalwert der e. m. K. oder der Stromstärke macht, graphisch aus der Projektion desselben jeden Momentanwert der betreffenden Größe ermitteln. Dieses graphische Verfahren erlaubt ferner mit größter Leichtigkeit die graphische Bestimmung der Summe zweier Sinusfunktionen, welche die gleiche Periode, aber verschiedene Phase haben.

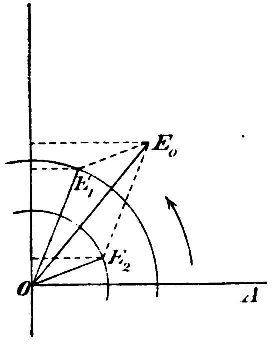


Fig 141.

Es werde (Fig. 141) durch Rotation des Radius $OE_1 = e_1$ um O im Sinne des Pfeils die sinusförmige e. m. K.

$$e' = e_1 \sin \omega t$$

dargestellt, d. h. in jedem Augenblick t hat die Projektion auf die Vertikalachse den durch diesen Ausdruck dargestellten Wert. Durch den Radius $OE_2 = e_2$, welcher mit gleicher Geschwindigkeit, aber um den Winkel φ nacheilend, um O rotiert, wird dann die Funktion:

$$e'' = e_2 \sin (\omega t - \varphi)$$

dargestellt; denn die Projektion dieses Leitstrahls hat in jedem Augenblick diesen Wert. Die Summe dieser beiden Sinusfunktionen ist in jedem Augenblick durch die Summe der Projektionen auf die Vertikalachse gegeben. Die Summe dieser Projektionen ist aber nichts anderes, wie man ganz leicht aus der Figur ersehen kann, als die Projektion der von O aus gezogenen Diagonale des aus OE_1 und OE_2 gebildeten Parallelogramms. Man erhält also das Resultat:

> Man summiert graphisch zwei beliebige Phasendifferenz besitzende Sinusfunktionen gleicher Periode, indem man ein Parallelogramm bildet, dessen Seiten die Maximalwerte der Sinusfunktionen sind und zwischen sich den Winkel der Phasendifferenz einschließen. Die diesen Winkel teilende Diagonale ist der Maximalwert der Summenfunktion.

Dies Verfahren heißt geometrische Addition.

Zunächst ist ersichtlich, daß das Resultat dieser geometrischen Addition wieder eine reine Sinusfunktion ist. Man kann den Leitstrahl derselben OE_0, welcher also durch seine Länge den Maximalwert der Summenfunktion angibt, geometrisch aus den Leitstrahlen-Maximalwerten OE_1 und OE_2 der zu summierenden Funktionen berechnen. Ebenso den Winkel $OE_0 \wedge OE_1$ oder $OE_0 \wedge OE_2$, welcher die Phasendifferenz der Summenfunktion gegen eine ihrer Komponenten angibt.

In den folgenden Paragraphen sollen einige Fälle graphisch behandelt werden.

202. Stromkreis mit Widerstand und Selbstinduktion. Es werde (Fig. 142) durch den Radiusvektor $OJ_0 = i_0$ der Strom

$$i = i_0 \sin \omega t$$

dargestellt. Um ihn bestehen zu lassen, ist zur Überwindung des Ohmschen Widerstandes nach § 195 eine e. m. K. nötig, welche in Phase mit dem Strom ist, und deren Größe durch Rotation des Vektors $OE_1 = i_0 w$ dargestellt wird. Ferner ist nach § 196 zur Überwindung der Selbstinduktion eine um 90^0 voraneilende e. m. K. nötig, welche durch den Radiusvektor $OE_2 = i_0 \omega L$ dargestellt wird. Beide e. m. K. setzen sich zusammen zu der Gesamt-e. m. K., welche in jedem Augenblick

durch die Projektion der Diagonale OE_0 gegeben ist. Ihr Maximalwert ist $OE_0 = e_0 = i_0 \sqrt{w^2 + \omega^2 L^2}$.

$\sqrt{w^2 + \omega^2 L^2}$ ist die Impedanz des Stromkreises (§ 198).

203. Stromkreis mit Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität in Reihe. Enthält der Leiter außerdem noch eine in Reihe geschaltete Kapazität, so tritt noch eine dritte e. m. K. hinzu, nämlich diejenige, welche den Wechselstromwiderstand der Kapazität zu überwinden hat. Dieselbe hinkt nach § 197 dem Strom um 90° nach und ist (Fig. 142) gegeben durch Rotation des Vektors

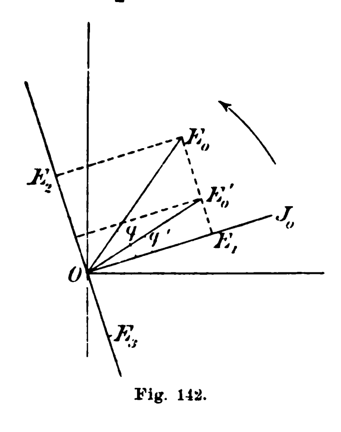


Fig. 142.

$$OE_3 = \frac{i_0}{\omega C}.$$

OE_1, OE_2 und OE_3 setzen sich zusammen zu

$$OE_0' = i_0 \sqrt{w^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

Die Phasendifferenz, welche die e. m. K. OE_0 bezw. OE_0' in den beiden Fällen gegen den Strom zeigt, ist, wie aus der Figur abzulesen ist, gegeben durch:

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{\omega L}{w},$$

bzw.

$$\operatorname{tang} \varphi' = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{w}$$

(vergl. § 200).

204. Wechselstromwiderstände parallel geschalteter Zweige, welche Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität enthalten. Diese Fälle sind leicht graphisch in ähnlicher Weise zu behandeln, wie die bisher besprochenen Fälle mit Reihenschaltung. Während man bei diesen die einzelnen e. m. K. geometrisch zu addieren hatte, welche einen Sinusstrom erzeugen, so hat man bei parallelgeschalteten Leitern als

Ausgangspunkt der Betrachtung eine an ihren gemeinsamen Enden wirkende sinusförmige e. m. K. anzunehmen und die in den einzelnen Zweigen durch dieselbe erzeugten Ströme geometrisch zu addieren.

205. Ohmscher Widerstand parallel widerstandsfreier Selbstinduktion. (Fig. 143 und 144.) Es wirke $e = e_0 \sin \omega t$. (Vektor OE_0.) Diese e. m. K. erzeugt in w den Strom

$$i_1 = \frac{e_0}{w} \sin \omega t,$$

welcher mit der e. m. K. in Phase ist und durch den Vektor OJ_1 dargestellt wird.

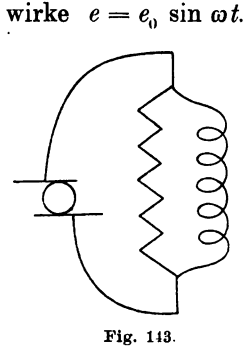


Fig. 143.

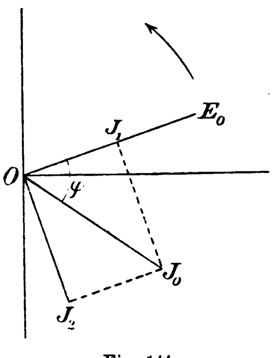


Fig. 144.

In der Selbstinduktion L wird der durch den Vektor OJ_2 dargestellte Strom

$$i_2 = \frac{e_0}{\omega L} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

erzeugt, welcher um 90° hinter e nachläuft. Die geometrische Addition beider Ströme ergibt den Gesamtstrom, dargestellt durch den Vektor

$$OJ_0 = i_0 = e_0 \sqrt{\frac{1}{w^2} + \frac{1}{\omega^2 L^2}}\,.$$

Der Wechselstromwiderstand der Leiterkombination ist also:

$$\frac{e_0}{i_0} = \frac{w \omega L}{\sqrt{w^2 + \omega^2 L^2}}\,.$$

Der Phasenwinkel, um welchen der Gesamtstrom hinter der e. m. K. nacheilt, ist gegeben durch

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{w}{\omega L}\,.$$

206. Ohmscher Widerstand parallel Selbstinduktion

mit Widerstand. Die e. m. K. $e = e_0 \sin \omega t$ erzeugt im Ohmschen Widerstand den Strom

$$i_1 = \frac{e_0}{w_1} \sin \omega t,$$

dargestellt durch Vektor OJ_1 (Fig. 145), in dem anderen Zweige den Strom

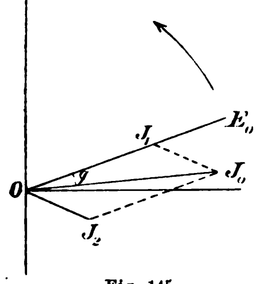


Fig. 145.

$$i_2 = \frac{e_0}{\sqrt{w_2^2 + \omega^2 L^2}} \sin(\omega t - \varphi),$$

dargestellt durch Vektor OJ_2.

OJ_1 und OJ_2 addieren sich geometrisch zu OJ_0, dessen Größe und Phasendifferenz gegen OE_0 aus dem spitzwinkligen Dreieck OJ_1J_0 zu berechnen sind.

Endlich soll von den vielen möglichen Kombinationen noch eine besprochen werden:

207. Ohmscher Widerstand im Nebenschluß zu einem Kondensator. (Fig. 146 und 147.) Die e. m. K. $e = e_0 \sin \omega t$ erzeugt im Ohmschen Widerstand den Strom

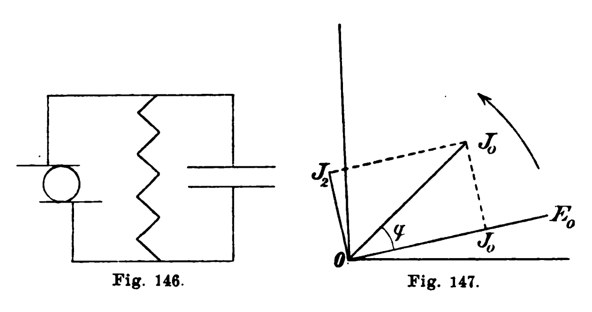


Fig. 146. Fig. 147.

$$i_1 = \frac{e_0}{w} \sin \omega t$$

und im Kapazitätszweige den Strom

$$i_2 = e_0 \omega C \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right),$$

welcher in Phase um 90° voraufeilt.

Beide Ströme setzen sich zusammen zu dem Strom, dessen Maximalwert gegeben ist durch

$$OJ_0 = i_0 = e_0 \sqrt{\frac{1}{w^2} + \omega^2 C^2} = \frac{e_0}{w} \sqrt{1 + \omega^2 C^2 w^2},$$

und dessen Phase gegeben ist durch die Phasendifferenz gegen OE_0, deren Tangente ist:

$$\operatorname{tang} \varphi = \omega C w.$$

Der Wechselstromwiderstand der Kombination ist:

$$W = \frac{w}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 w^2}}.$$

Der durch die e. m. K. $e = e_0 \sin \omega t$ erzeugte Strom ist:

$$i = i_0 \sin(\omega t + \varphi) = e_0 \frac{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 w^2}}{w} \sin(\omega t + \varphi),$$

wo φ gegeben ist durch $\operatorname{tang} \varphi = \omega C w$.

208. Wheatstonesche Brückenanordnung für Messung von Wechselstromwiderständen, Selbstinduktionen und Kapazitäten. Die Bedingung für Stromlosigkeit in der Brücke einer aus vier Zweigen mit den Ohmschen Widerständen w_1, w_2, w_3, w_4 bestehenden Wheatstoneschen Brückenanordnung ist für Gleichstrom $w_1 : w_2 = w_3 : w_4$.

Tritt an Stelle des Gleichstroms Wechselstrom, so bleibt diese Beziehung nur bestehen, wenn die Widerstände der Zweige induktions- und kapazitätsfrei sind. Ist dies nicht der Fall, so hat man in der obigen Bedingung, wie eine leichte Überlegung zeigt, nur an Stelle der gewöhnlichen w die Wechselstromwiderstände W der Zweige einzusetzen, so daß als Gleichgewichtsbedingung für die Brückenanordnung die Beziehung

$$W_1 : W_2 = W_3 : W_4$$

folgt. Im allgemeinen ist die durch diese Formel bestimmte Gleichgewichtslage abhängig von der Periodenzahl des Wechselstromes, da ja die W Funktionen derselben sind. Es gibt aber eine Anzahl ausgezeichneter Fälle, wo diese Abhängigkeit von der Frequenz des Wechselstromes verschwindet und die Gleichgewichtslage dieselbe ist für schnellen oder langsamen Wechselstrom. Dies ist für die Vergleichung von Wechselstromwiderständen nach den im Laboratorium gebräuchlichen Methoden von Wichtigkeit. Man benutzt nämlich dabei als Wechselstromquelle in der Regel ein kleines mit einem gewöhnlichen Unterbrecher betriebenes Induktorium und als Stromanzeiger ein Telephon. Die Kurve, welche den zeitlichen Verlauf von e. m. K. und Stromstärke dieses Wechselstromes darstellt, ist eine sehr komplizierte. Man kann sie jedoch nach dem Fourierschen Theorem ansehen als entstanden durch eine Über-

einanderlagerung sehr vieler sinusförmiger Wechselströme verschiedener Perioden. Hängt nun die Nullstellung in der Wheatstoneschen Brücke von der Frequenz des Wechselstroms ab, so ist ersichtlich, daß ein Telephon bei keiner Einstellung der Brückenwiderstände zur Ruhe kommen kann, weil es auf alle in der Brückenanordnung fließenden und sich übereinander lagernden Wechselströme anspricht. Man kann dann nur eine Nullstellung des Telephons erhalten, wenn man den homogenen Wechselstrom etwa einer Wechselstrommaschine zur Messung benutzt. Oder man muß statt des Telephons ein Instrument nehmen, welches nur auf einen Wechselstrom bestimmter Frequenz reagiert (s. § 217). Unabhängigkeit der Gleichgewichtslage in der Wheatstoneschen Brücke von der Frequenz ermöglicht also gleichzeitige Verwendung von Induktionsapparat und Telephon.

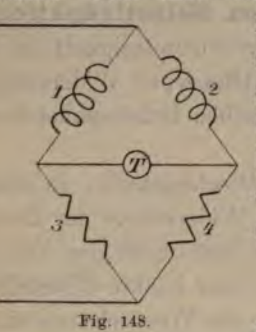


Fig. 148.

209. Vergleichung von Selbstinduktionen. Zweige 1 und 2 enthalten Selbstinduktionsspulen und Rheostatenkästen mit Ohmschem Widerstand w_1, L_1 bezw. w_2, L_2; Zweige 3 und 4 induktionslose Widerstände w_3 bezw. w_4 (Fig. 148). Die Gleichgewichtsbedingung für Wechselstrom lautet:

$$\sqrt{w_1^2 + \omega^2 L_1^2} : \sqrt{w_2^2 + \omega^2 L_2^2} = w_3 : w_4.$$

Gleicht man außerdem die vier Ohmschen Widerstände so ab, daß die Brücke auch für Gleichstrom im Gleichgewicht ist, so hat man die zweite Beziehung:

$$w_1 : w_2 = w_3 : w_4.$$

Aus beiden Gleichungen folgt:

$$w_3 \omega L_2 = w_4 \omega L_1$$

oder:

$$L_1 : L_2 = w_3 : w_4 = w_1 : w_2.$$

Durch die gleichzeitige Einstellung für Gleichstrom erhält man ein Fortfallen von ω aus der Nullstrombedingung, also eine Unabhängigkeit der Einstellung von der Frequenz.

Enthält Zweig 1 eine Selbstinduktionsnormale, so kann

man auf diese Weise leicht andere Spulen mit ihr vergleichen. Man hat dazu zwei Abgleichungen, eine mit Gleichstrom, die andere mit Wechselstrom, vorzunehmen. Dies geschieht am zweckmäßigsten so, daß man zuerst mit Gleichstrom die Gesamtwiderstände der Zweige 1 und 3, bezw. 2 und 4 gleich macht, $w_1 = w_3$ und $w_2 = w_4$. Dann führt man Wechselstrom ein und schaltet mit Hilfe von Widerstandskästen so lange in den Zweigen 2 und 4 gleiche induktionsfreie Widerstände hinzu oder ab, bis die Bedingung

$$L_1 : L_2 = w_3 : w_4$$

erfüllt ist. Durch den Kunstgriff, immer gleiche Widerstände in zwei korrespondierenden Zweigen ein- oder auszuschalten, erreicht man es, daß die einmal erreichte Gleichstromeinstellung nicht vernichtet wird.

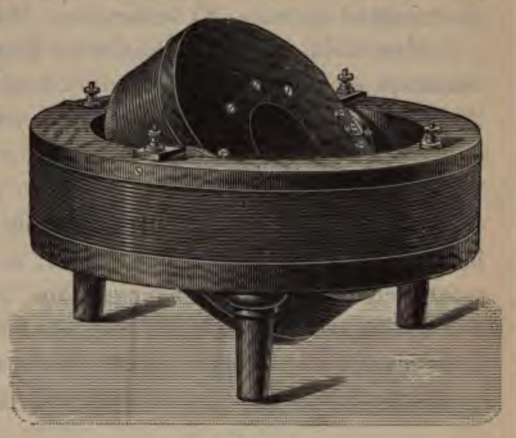


Fig. 149.

Das geschilderte Verfahren ist allgemein anwendbar; man bedarf dazu einer Selbstinduktionsnormale, welche zweckmäßig von ähnlicher Größenordnung wie die zu messende Selbstinduktion ist. Gewisse Bequemlichkeit bieten veränderliche Selbstinduktionsnormalen. In Fig. 149 wird die Veränderlichkeit durch eine Änderung der gegenseitigen Lage der zwei Hälften bewirkt, in welche man die Normalspule teilt.

210. Vergleichung von Kapazitäten. Zweige 1 und 2 enthalten zu vergleichende Kondensatoren, Zweige 3 und 4 Widerstände (Fig. 150).

Gleichgewicht ist, wenn:

$$\frac{1}{\omega C_1} : \frac{1}{\omega C_2} = w_3 : w_4,$$

$$C_2 : C_1 = w_3 : w_4.$$

Ist C_1 ein Normalkondensator, so kennt man C_2 aus dem Widerstandsverhältnis.

211. Bestimmung von Dielektrizitätskonstanten. Nernstsche Methode. Die im vorigen Paragraphen besprochene Methode der Kapazitätsvergleichung kann dazu dienen, die Dielektrizitätskonstante K isolierender Materialien zu bestimmen.

Man mißt die Kapazität des im Zweige 2 befindlichen Kondensators einmal ohne, einmal mit dem Isolator zwischen seinen Platten. Findet man C bezw. C', so ist

$$\frac{C'}{C} = K.$$

Ist das zu messende Material kein guter Isolator, sondern besitzt es eine gewisse Leitfähigkeit, so fließt in dem Kondensatorzweig außer dem Ladungsstrom noch ein Leitungsstrom. Der Zweig verhält sich so, als ob dem isolierend gedachten Kondensator ein induktionsloser Widerstand parallel geschaltet

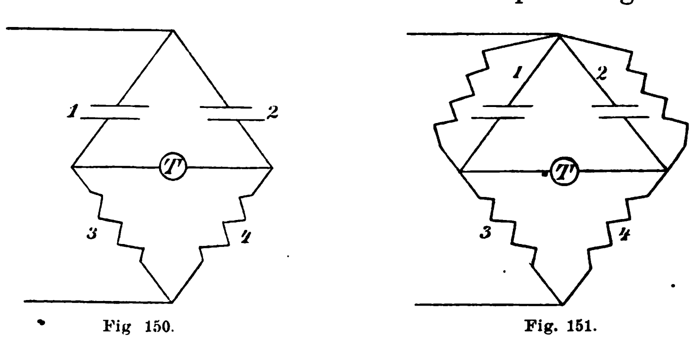


Fig 150. Fig. 151.

wäre. Das Gleichgewicht der Wheatstoneschen Brücke kann dadurch wiedergewonnen werden, daß man einen entsprechenden Widerstand dem zweiten Kondensator parallel schaltet. Man hat dann die Anordnung (Fig. 151), für welche die Gleichgewichtsbedingung lautet (siehe § 207):

$$\frac{w_1}{\sqrt{1 + \omega^2 C_1^2 w_1^2}} : \frac{w_2}{\sqrt{1 + \omega^2 C_2^2 w_2^2}} = w_3 : w_4.$$

Besteht außerdem das Gleichstromgleichgewicht, d. h. die Beziehung:

$$w_1 : w_2 = w_3 : w_4,$$

so ist für Wechselstromgleichgewicht Gleichheit der Wurzelausdrücke erforderlich, d. h.

$$C_1 w_1 = C_2 w_2,$$

oder

$$C_1 : C_2 = w_2 : w_1 = w_4 : w_3.$$

Auch hier besteht Unabhängigkeit von der Wechselstromfrequenz.

Die letztangegebene Schaltung ist die in der Nernstschen Methode zur Bestimmung von Dielektrizitätskonstanten angewendete. C_1 und C_2 sind sog. Meßkondensatoren, das sind Kondensatoren, deren Kapazität durch Einschieben von Glasplatten zwischen ihre Belegungen in meßbarer Weise verändert werden kann. Die Brückenanordnung wird erst abgeglichen, und zwar so, daß

$$C_1 = C_2,\ w_1 = w_2 \text{ und } w_3 = w_4 \text{ ist.}$$

Darauf wird ein kleiner Kondensator erst leer, dann mit der zu untersuchenden Substanz gefüllt dem Kondensator C_2 parallel geschaltet. Um das gestörte Gleichgewicht wiederherzustellen, muß man C_1 durch Einschieben der Glasplatte vergrößern und, wenn das Dielektrikum leitete, den Widerstand w_1 verkleinern. Aus den Glasplattenverschiebungen, welche angenähert der jeweiligen Kapazität des zugeschalteten kleinen Kondensators proportional sind, kann man die Dielektrizitätskonstante finden. Fig. 152 zeigt das Instrumentarium (1, 1 die Meßkondensatoren mit den Flüssigkeitswiderständen, 2 kleiner Induktor mit Saitenunterbrecher und den Verzweigungswiderständen, 4 kleiner Flüssigkeitskondensator).

212. Spezifisches Leitungsvermögen von Elektrolyten. Widerstandskapazität. Der Widerstand einer Säule von 1 qcm Querschnitt und 1 cm Länge heißt der spezifische Widerstand, der reziproke Wert davon das spezifische Leitungsvermögen der betreffenden Lösung des Elektrolyten. Um diese Größen zu bestimmen, hat man die Widerstandsmessung entweder mit einem Gefäß vorzunehmen, dessen Dimensionen ausmeßbar sind, oder das zur Messung benutzte Widerstandsgefäß mit einer Flüssigkeit von bekanntem Leitungsververmögen zu eichen. Fig. 153—155 zeigen gebräuchliche Formen

der Gefäße. Der Widerstand, welchen das Gefäß dem Strom bietet, wenn es mit einer Flüssigkeit vom spezifischen Leitungsvermögen Eins gefüllt ist, heißt **Widerstandskapazität** C des Gefäßes. Hat man im Gefäß eine Flüssigkeit vom Leitvermögen $\varkappa$, so ist der Widerstand $\varkappa$-mal kleiner:

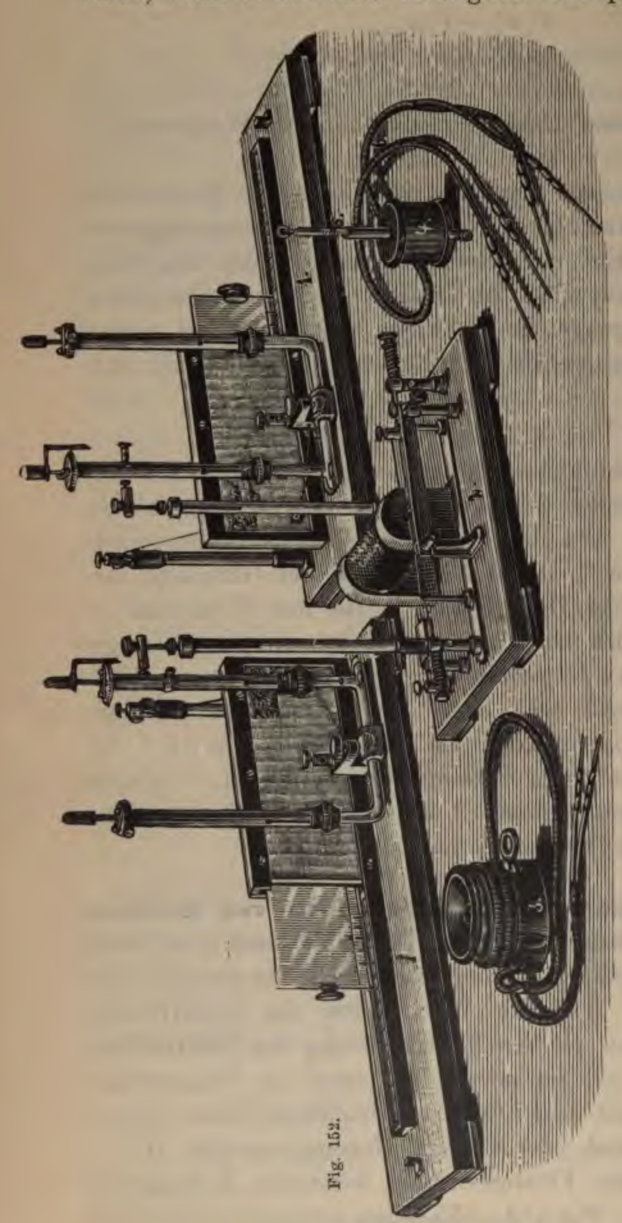


Fig. 152.

$$w = \frac{C}{\varkappa}.$$

Das Leitungsvermögen von Elektrolyten nimmt mit steigender Temperatur zu. Seine Zunahme pro Grad Celsius, ausgedrückt als Bruchteil des Leitungsvermögens bei 18^0, nennt man Temperaturkoeffizient c des Leitungsvermögens. Sind $\varkappa_2$, $\varkappa_1$ die Leitungsvermögen bei den Temperaturen t_2 und t_1, so ist

$$c = \frac{1}{\varkappa_{18^0}} \cdot \frac{\varkappa_2 - \varkappa_1}{t_2 - t_1}$$

der mittlere Temperaturkoeffizient

zwischen den Temperaturen t_1 und t_2. Er ist für verschiedene Temperaturintervalle im allgemeinen etwas verschieden.

213. Bestimmung der Leitfähigkeit von Elektrolyten. Elektrolyte können nicht mit Gleichstrom auf ihren Widerstand untersucht werden wegen der zer-

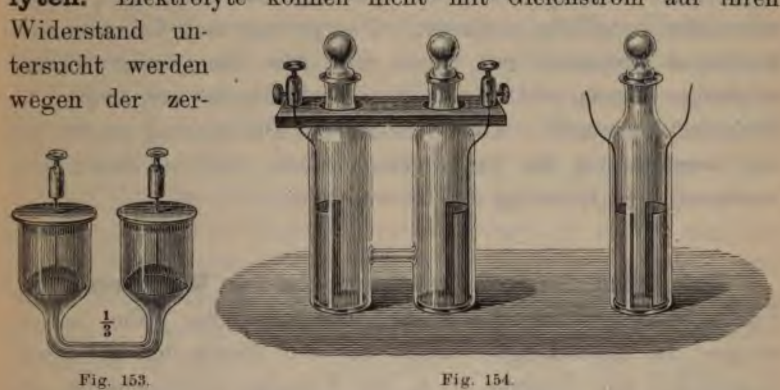


Fig. 153. Fig. 154.

setzenden Wirkung desselben. Bei Wechselstrom macht die eine Periodenhälfte die durch die andere bewirkte Zersetzung rückgängig. Mit einer Wheatstoneschen Brückenanordnung, in welcher drei Zweige aus induktionslosen Widerständen (Stöpselrheostaten) bestehen, der vierte die elektrolytische Zelle enthält, kann man daher mit Hilfe von Wechselstrom und Telephon den Widerstand der Zelle bestimmen. Etwaige Kapazität und Selbstinduktion der Zweige müssen natürlich durch geeignete Mittel, welche durch die vorigen Paragraphen gegeben sind, d. h. durch Kompensieren mit gleichen Größen in dem entsprechenden Zweige, unschädlich gemacht werden. Sie sind sofort kenntlich durch Unschärfe des Tonminimums im Telephon.

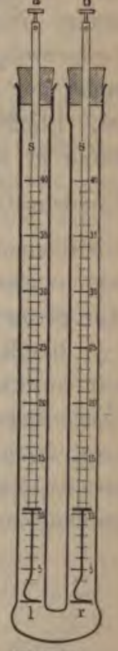


Fig. 155.

214. Polarisation. Besonders bei kleinem Widerstand der elektrolytischen Zelle findet man Unschärfe des Tonminimums und dadurch bedingte Unmöglichkeit, mit dem Telephon die Leitfähigkeitsbestimmung auszuführen. Dies rührt von der

Polarisation der Zelle her, indem die an den Elektroden entstehenden Stromprodukte auf den Strom von Einfluß sind (§ 121 ff.). Man kann indessen diese Störung immer vermeiden, indem man die Zelle derartig baut, daß sie einen größeren Widerstand besitzt, und ferner dadurch, daß man die Platinelektroden sorgfältig platiniert. Dies gelingt nach Lummer und Kurlbaum besonders gut, wenn man dazu eine dreiprozentige wässerige Lösung von Platinchlorid mit Zusatz von etwa $\frac{1}{40}$% Bleiazetat verwendet. Die Wirkung des Platinierens beruht auf der Vergrößerung der Elektrodenoberfläche und der damit verbundenen Verkleinerung der Stromdichte.

215. Einfluß der Polarisation auf den Wechselstrom. Fließt Wechselstrom durch eine elektrolytische Zelle, so erzeugen die Zersetzungsprodukte an den Elektroden in jedem Augenblick eine Gegen-e. m. K. der Polarisation, welche bei geringer Dichtigkeit der Stromprodukte in jedem Augenblick ihrer Menge, d. h. der durch die Zelle fließenden Elektrizitätsmenge proportional ist. Darin verhält sich die Zelle wie ein Leiterzweig, welcher aus einem induktionslosen Widerstand besteht, der durch einen eingeschalteten Kondensator unterbrochen ist. Fließt nämlich eine Elektrizitätsmenge Q durch den Widerstand in den Kondensator der Kapazität C, so ladet sich der Kondensator auf eine Potentialdifferenz $\frac{Q}{C}$ auf, welche der Elektrizitätsmenge Q also proportional ist. Diese dem Strom entgegenwirkende e. m. K. ist nach § 197 in Phase um 90° gegen den Strom verzögert.

In diesem Sinne spricht man daher von einer Polarisationskapazität der Zelle. Der Widerstand der Zelle für Wechselstrom ist, wenn die Zelle diese Polarisationserscheinung zeigt, nicht der Ohmsche Widerstand w, sondern der Wechselstromwiderstand eines Ohmschen Widerstandes w mit in Reihe geschalteter Kapazität C. Dieser ist nach § 199

$$W = \sqrt{w^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}.$$

Außerdem bewirkt die Polarisation eine Phasenverschie-

bung φ des Stromes gegen die e. m. K., welche gegeben ist durch:

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{1}{\omega C w}.$$

Hierin ist C die Polarisationskapazität.

Man sieht aus diesen Ausdrücken, daß der Einfluß der Polarisation mit der Frequenz des Wechselstromes sich ändert, und zwar sich um so eher störend bemerkbar machen muß, je kleiner ω, d. h. je langsamer die benutzten Wechselströme sind. Benutzt man daher für die Messungen als Stromquelle eine Wechselstrommaschine oder einen Sinusinduktor, welche sinusförmige Ströme geringer Frequenz liefern, so erhält man bei einigermaßen kleinen Widerständen der Zelle kein scharfes Aufhören des Tones im Telephon. Dasselbe kann erst wiedergewonnen werden durch Einschaltung einer variablen Selbstinduktion in denselben Brückenzweig, welche den Einfluß der Kapazität gemäß § 200 kompensiert. Ist L die zur Herstellung des guten Minimums erforderliche Selbstinduktion, so ist dann die Polarisationskapazität gegeben durch die Beziehung

$$C = \frac{1}{\omega^2 L}.$$

Wenn die eingeschaltete Selbstinduktion eine solche Größe besitzt, daß dieser Bedingung genügt ist, so verhält sich der Zweig so, als ob er nur den Ohmschen Widerstand hätte, welcher sich aus den Ohmschen Widerständen der Zelle und der Induktionsspule zusammensetzt.

216. Beschränkte Verwendbarkeit des Telephons als Meßinstrument. Die ebenerwähnte Kompensation von Kapazität und Selbstinduktion findet vollständig statt nur für eine bestimmte Schwingungszahl. Hat man z. B. für einen Wechselstrom von 50 Perioden kompensiert, so hat man eine andere Selbstinduktion, und zwar eine kleinere, zu wählen, wenn man zu höherer Frequenz übergeht. Ferner ist es auch eine experimentelle Erfahrung, daß die Polarisationskapazität einer Zelle mit der Frequenz des Wechselstroms ihre Größe ändert. Nun spricht aber ein Telephon, wie bereits oben in § 208 erwähnt, auf alle möglichen Schwingungen an. Will man daher

ein Telephon zum Schweigen bringen, so ist es nötig, einen Wechselstrom bestimmter Frequenz zur Speisung der Brückenanordnung zu benutzen. Als Apparate, welche solchen Strom liefern, können entweder eine Wechselstrommaschine oder ein Sinusinduktor dienen. Dies ist ein Instrument, bei welchem in feststehenden Spulen durch bewegte permanente Magnete sinusförmige Ströme induziert werden. Als Magnete können schwingende Stimmgabeln oder rotierende Magnetstäbchen dienen.

Der Wechselstrom eines durch einen Hammerunterbrecher oder durch den ähnlich wirkenden Saitenunterbrecher betriebenen kleinen Induktoriums ist nicht sinusförmig, sondern hat eine komplizierte Form der ihn darstellenden Kurve. Man kann diese Form indessen entstanden denken durch die Übereinanderlegung sehr vieler Sinusschwingungen von verschiedener Periode, wie man die Töne verschiedenster Klangfarben entstanden denken kann durch einen sinusförmigen Ton mit mehr oder weniger Obertönen. Es liefert also ein mit gewöhnlichem Unterbrecher betriebenes Induktorium nicht homogenen Wechselstrom, sondern eine Summe von Wechselströmen verschiedenster Frequenz. Es ist daher nicht möglich, in der Wheatstoneschen Brücke, welche in einem Zweige eine Polarisationszelle enthält, vollständiges Schweigen des Telephons zu erhalten, auch wenn man eine Kompensation der Kapazität mit einer Selbstinduktion versucht, weil eben diese Kompensation nur für eine bestimmte Frequenz eintritt. Will man für Messungen das Induktorium benutzen, so muß man auf das Telephon als Nullinstrument verzichten und dafür ein Instrument wählen, welches nur auf eine bestimmte Periode anspricht. Dann erreicht man damit den gleichen Zweck, als ob man homogenen Wechselstrom anwendet. Das Instrument sucht sich aus den verschiedenen Strömen nur den einen heraus, auf den es ansprechen kann, und dessen Periode mit seiner eigenen identisch ist. Als solche Instrumente finden Verwendung:

217. Das Vibrationsgalvanometer und das optische Telephon. Das optische Telephon ist dem gewöhnlichen durchaus ähnlich, nur daß die Membran derartig konstruiert ist, daß sie eine ausgesprochene Eigenschwingung besitzt, was

durch feste Einklemmung bewirkt wird. Ob sie im schwingenden Zustand ist, erkennt man durch die Beobachtung eines kleinen Spiegels, der mit der Membran verbunden ist. Der Wechselstrom durchfließt Elektromagnete, welche anziehend auf eine mit der Metallmembran verbundene Eisenplatte wirken.

Das Vibrationsgalvanometer unterscheidet sich von dem vorigen Instrument im wesentlichen nur dadurch, daß das schwingende System nicht eine Membran, sondern eine Torsionsschwingungen ausführende Saite ist. Die wechselstromdurchflossenen Magnete wirken auf kleine magnetisierte Stahlnadeln, welche an der Saite befestigt sind.

218. Wirkt die Polarisation fälschend auf die Resultate von Widerstandsbestimmungen? Nehmen wir an, wir hätten zunächst eine Zelle ohne Polarisation im Zweige 4 einer Brückenanordnung. Die Gleichgewichtsbedingung der Wheatstoneschen Brücke lautet dann:

$$w_1 : w_2 = w_3 : w_4.$$

Das Verhältnis $w_1 : w_2$ ist gegeben durch eine bestimmte Einstellung auf der Brückenwalze. Jetzt möge die Zelle eine gewisse Polarisation zeigen. Dann muß sich dies daran kenntlich machen, daß wegen der eintretenden Phasenverschiebung φ, die gegeben ist durch

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{1}{\omega C w_4},$$

das Telephon nicht mehr zum Schweigen zu bringen ist, sondern nur noch ein Minimum des Tönens zeigen wird, ferner muß aber auch der Ort eines Minimums sich verschieben, da ja der Widerstand für Wechselstrom nicht mehr w_4 ist, sondern

$$W_4 = \sqrt{w_4^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} = w_4 \sqrt{1 + \frac{1}{\omega^2 C^2 w_4^2}} = w_4 \sqrt{1 + \operatorname{tang}^2 \varphi}.$$

Für geringe Polarisation, d. h. große Polarisationskapazität, ist φ klein und man kann ohne großen Fehler schreiben:

$$W_4 = w_4 \sqrt{1 + \varphi^2} = w_4 \left(1 + \frac{1}{2} \varphi^2\right).$$

Hieraus sieht man, daß der Wechselstromwiderstand W_4 sich von w_4 nur um eine Größe unterscheidet, welche das Quadrat

der Phasenverschiebung als Faktor enthält. Die Folge davon ist, daß die Phasenverschiebung sich viel eher durch eine Verschlechterung des Tonminimums kenntlich macht, ehe eine Verschiebung dieses Minimums, d. h. eine Änderung des Widerstandes auftritt. Solange man daher ein leidlich gutes Tonminimum hat, mißt man nicht falsche Werte des Widerstandes.

Weiter günstig wirkend ist der Umstand, daß das Telephon seine größte Empfindlichkeit für Wechselströme höchster Frequenz zeigt. Die Töne des Telephongeräusches sind äußerst hoch, besitzen ca. 10 000 Schwingungen in der Sekunde. Für so schnelle Wechselströme sind die Polarisationserscheinungen noch sehr gering. Die Formeln für tang φ und W enthalten ω und sogar ω^2 im Nenner.

Ganz streng richtig würde man den Ohmschen Widerstand der Zelle finden, indem man die Polarisationskapazität nach § 200 durch eine geeignete Selbstinduktion kompensiert. Indessen auch hier tritt eine von M. Wien gefundene Erscheinung störend ins Spiel. Es würde zu weit führen, hierauf genauer einzugehen; es soll dies nur andeutungsweise im nächsten Paragraphen geschehen.

219. Spontane Depolarisation. Wir hatten bisher eine polarisierte Zelle aufgefaßt wie eine Serienschaltung von induktionslosem Widerstand, gleich dem Ohmschen Widerstand der Zelle, und einem Kondensator. Dies trifft nicht genau zu. Man findet vielmehr experimentell, daß sich eine Zelle zwar wie eine derartige Serienschaltung verhält, daß indessen dabei der Widerstand stets größer ist, als er sich aus den Dimensionen der Zelle und der Leitfähigkeit der Flüssigkeit ergibt. Dies liegt an zweierlei verschiedenen Ursachen. Erstens bilden sich unter Umständen durch die zersetzende Wirkung des Wechselstromes an den Elektroden schwach leitende Schichten von äußerst geringer Dicke. Diese Schichten haben verhältnismäßig großen Ohmschen Widerstand und wirken außerdem kondensatorartig. Die zweite Ursache für die Widerstandsvermehrung gibt die Erscheinung der spontanen Depolarisation ab, welche eine Modifikation der bisherigen Betrachtungen erfordert. Die vorige Theorie der Polarisation setzt voraus, daß man die e. m. K. der

Polarisation in jedem Augenblick der durchgegangenen Elektrizitätsmenge proportional setzen darf. Nun aber nimmt eine bestehende Polarisation mit der Zeit von selbst ab. Wenn dies so rasch geschieht, daß die Abnahme schon in der Zeit der Stromperiode merklich ist, so erreicht die Polarisation z. B. den Wert Null nicht dann, wenn ein Periodenviertel des Stroms gerade die Polarisation des vorhergehenden aufgehoben hat, sondern bereits eher. Die Polarisation erleidet daher durch die spontane Depolarisation eine Phasenverschiebung, welche sich in gleicher Weise wie eine Widerstandsvermehrung der Zelle geltend macht.

Messung von Stromstärke und Spannung eines Wechselstroms.

220. Galvanometrischer Mittelwert der Stromstärke. Voltameter oder Galvanometer lassen sich zur Messung von Wechselstromstärken nur bei Kommutierung der einen Periodenhälfte verwenden. Die in einer Zersetzungszelle ausgeschiedene Menge eines Metalls ist in jedem kleinen Zeitteilchen proportional der momentanen Stromstärke; die während einer halben Periode ausgeschiedene Menge ist also proportional dem Mittelwert der Stromstärke. Ist der Strom ein sinusförmiger, gegeben also durch

$$i = i_0 \sin \omega t,$$

so ist der Mittelwert, wie leicht bewiesen werden kann,

$$M(i) = \frac{2}{\pi}\, i_0 = 0{,}6366\, i_0.$$

Es ist

$$M(i) = \frac{1}{\pi}\int_0^\pi i_0 \sin(\omega t)\, d(\omega t) = \frac{2}{\pi}\, i_0.$$

Dieser Mittelwert heißt galvanometrischer Mittelwert.

221. Dynamometrischer Mittelwert der Stromstärke. In der Praxis zur Stromstärkenmessung benutzt werden Dynamometer und Hitzdrahtinstrumente; beides sind Apparate, welche, wenn ihre beweglichen Teile dem Wechselstrom schnell folgen könnten, in jedem Augenblick einen Ausschlag anzeigen würden, welcher proportional dem Quadrat der momentanen Stromstärke

wäre. Die Trägheit der Teile bewirkt, daß ein kontinuierlicher, dem Mittelwert von i^2 proportionaler Ausschlag des Instruments erfolgt. Die Anzeige des Instruments ist also proportional dem Mittelwert von $i_0^2 \sin^2 \omega t$. Dieser Mittelwert ist auch leicht zu berechnen. Da die Werte von $\sin^2 \omega t$ sich zwischen $\omega t = \pi$ bis $\omega t = 2\pi$ in genau gleicher Weise wiederholen wie zwischen 0 und π, so ist der für eine halbe Periode berechnete Mittelwert gleich demjenigen der ganzen Periode. Die im Gebiet von 0 bis π liegenden Winkel lassen sich paarweise so gruppieren, daß jedem Winkel ωt im ersten Quadranten $\left(0 - \frac{\pi}{2}\right)$ ein Winkel $\omega t + \frac{\pi}{2}$ im zweiten Quadranten $\left(\frac{\pi}{2} - \pi\right)$ zugeordnet wird. Der Mittelwert von i^2 für ein jedes solches Winkelpaar ist

$$\frac{1}{2}\left(i_0^2 \sin^2 \omega t + i_0^2 \cos^2 \omega t\right) = \frac{1}{2}\, i_0^2.$$

Da dies für alle Winkelpaare gilt, so ist auch der Gesamtmittelwert des Quadrats der Stromstärke gleich dem halben Quadrat der Maximalstromstärke, es ist also:

$$M(i^2) = \frac{1}{2}\, i_0^2.$$

Dieser Größe proportional ist der Ausschlag des Strommessers; die Stromstärke berechnet sich als eine der Wurzel aus dem Ausschlag proportionale Größe, sie ist proportional:

$$\sim \sqrt{M(i^2)} = \frac{i_0}{\sqrt{2}} = 0 \cdot 707\, i_0.$$

$J = \sqrt{M(i^2)}$ heißt der dynamometrische Mittelwert oder auch Effektivwert der Stromstärke. Er ist der $\sqrt{2}$-te Teil der Maximalstromstärke.

222. Formfaktor. Das Verhältnis

$$f = \frac{\text{dynamometr. Mittelw.}}{\text{galvanometr. Mittelw.}} = \frac{\sqrt{M(i^2)}}{M(i)}$$

hat für sinusförmigen Strom den Wert

$$f = \frac{0 \cdot 707}{0 \cdot 637} = 1{,}11.$$

Für andere Formen der Wechselstromkurve hat er andere

Größe und gibt dadurch Aufschluß über die Abweichungen vom sinusförmigen Verlauf. Man hat dies Verhältnis mit Formfaktor bezeichnet.

223. Elektrodynamometer. Die zuverlässigsten Strommessungen erhält man mit den Elektrodynamometern. Fig. 156 zeigt ein solches Instrument von Siemens & Halske. Es besteht aus einer festen und einer beweglichen, aufgehängten Spule, welche mit ihren Windungsflächen senkrecht zueinander stehen. Da genaue Proportionalität der Kraftwirkung nur bei unveränderter Lage der Spulen besteht, kann die bewegliche Spule

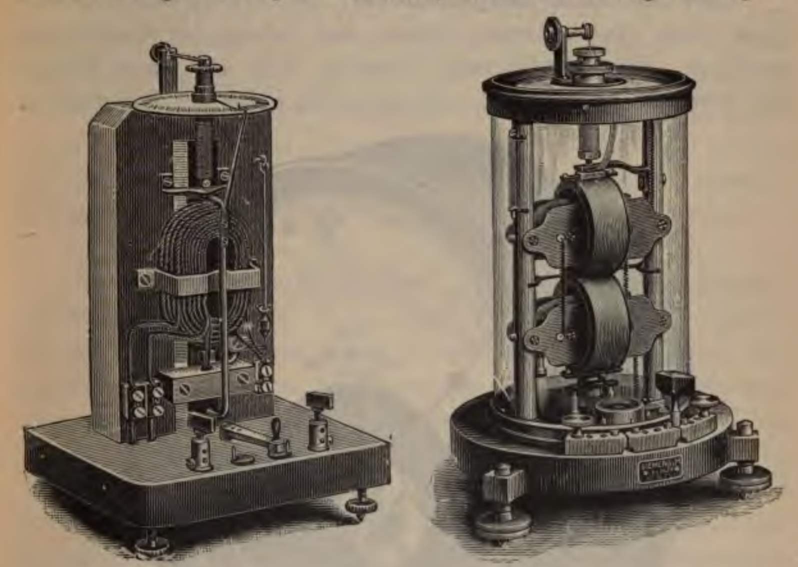


Fig 156. Fig. 157.

durch eine Torsionsvorrichtung in die Nullage zurückgebracht werden. Der Wurzel der Drehung α des Torsionskopfes ist der dynamometrische Mittelwert der Stromstärke proportional. Das Instrument muß mit einem bekannten Gleichstrom geeicht werden. Sendet man Gleichstrom der Stärke i hindurch, so ist aus

$$i = C \cdot \sqrt{\alpha}$$

der Reduktionsfaktor C des Instruments, d. i. die Stromstärke,

welche einer Drehung um 1° der Teilung am Torsionskopf entspricht, zu berechnen.

Instrumente ohne Torsionsvorrichtung, bei welchen man direkt den Ausschlag mißt, sind vielfach im Gebrauch. Sie bedürfen einer empirischen Teilung oder einer Eichung über die ganze Skala.

Die Dynamometer werden auch als astatische Instrumente gebaut. Das bewegliche System besteht aus zwei miteinander starr verbundenen Spulen und wird von äußeren Magnetfeldern nicht beeinflußt. (Fig. 157, Siemens & Halske.)

224. Hitzdrahtampèremeter. Der Wechselstrom durchfließt einen dünnen Draht, welcher sich infolge der Erwärmung ausdehnt. Die Ausdehnung überträgt sich auf einen Zeiger. Die Instrumente bedürfen empirischer Eichung mit Gleichstrom



Fig. 158.

und zeigen den dynamometrischen Mittelwert der Stromstärke an. Sie haben alle mehr oder weniger den Nachteil des „Kriechens“; der Zeiger stellt sich langsam in seine definitive Lage ein. Dagegen sind sie wegen ihrer vollkommenen Induktionsfreiheit für manche Zwecke unentbehrlich. Fig. 158

zeigt ein Instrument der Firma Hartmann & Braun in Frankfurt a. M.

225. Spannungsmessung. Instrumente ohne Selbstinduktion. Ein Wechselstrommesser mit hohem Widerstand und ohne Selbstinduktion ist auch direkt als Spannungsmesser zu benutzen. Spannung und Strom sind im Instrument in Phase und durch die Beziehung zwischen ihren Effektivwerten verbunden

$$E = Jw,$$

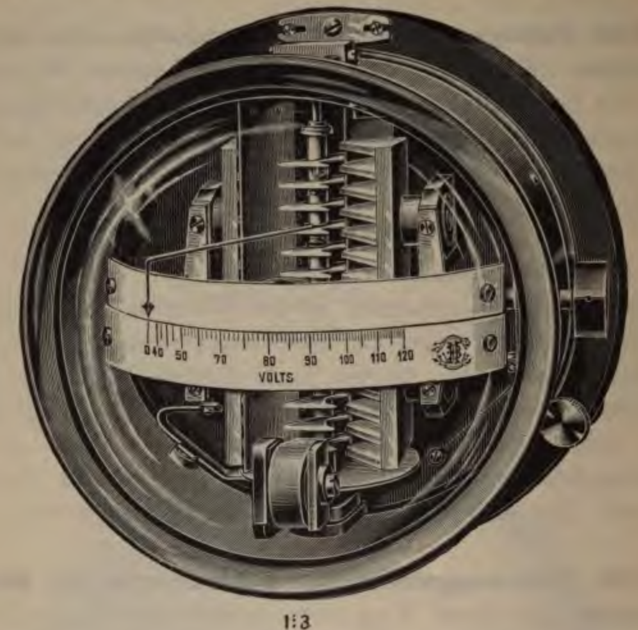
wenn w der Widerstand des Instruments ist.

In Hitzdrahtinstrumenten ist der Widerstand des sich ausdehnenden Drahtes wegen der Erwärmung veränderlich mit der angelegten Spannung. In den nach diesem Prinzip gebauten Voltmetern ist aber der Widerstand des Hitzdrahtes klein gegen einen induktionsfreien Vorschaltwiderstand, so daß geringe Widerstandsänderungen desselben nicht so sehr in Betracht kommen. Die Instrumente sind mit Gleichstrom zu eichen.

226. Spannungsmessung. Instrumente mit Selbstinduktion. In einem Wechselstromampèremeter, in welchem die magnetische Ablenkung von Spulen erfolgt, welches also Selbstinduktion besitzt, wird eine gewisse effektive Wechselstromspannung einen kleineren effektiven Strom erzeugen, als eine gleiche kontinuierliche Spannung, weil der Wechselstromwiderstand ein größerer ist, als der Ohmsche. Der Unterschied wird mit der Periodenzahl des Wechselstroms wachsen. Spannungsdynamometer sind daher für eine bestimmte Wechselstromfrequenz mit Hitzdrahtinstrument zu eichen. Da die allermeisten Wechselstrommaschinen mit einer Periodenzahl 50 pro sek gebaut werden, so können auf diese Frequenz geeichte Voltmeter ziemlich allgemein benutzt werden.

227. Elektrometrische Spannungsmessung. Spannungen, besonders höhere, werden auch mit dem Quadrantenelektrometer gemessen, welches in der idiostatischen Schaltung angewendet wird, wobei Nadel und ein Quadrantenpaar miteinander verbunden sind. Auch dies Instrument wirkt quadratisch,

zeigt also die Effektivspannung an. Um die Empfindlichkeit zu erhöhen, baut man Elektrometer auch mit einer ganzen Reihe



1:3
Fig. 159.

von Quadranten und Nadeln, sog. Multizellular-Elektrometer (Fig. 159). Auch die Braunschen Elektrometer (§ 17) eignen sich für Messung von Wechselspannungen.

228. Energie des Wechselstroms. Fließt in einem Leiter, an dessen Enden die Potentialdifferenz e herrscht, ein Gleichstrom i, so ist die Arbeit, welche vom Strom pro Zeiteinheit geleistet wird, d. h. der Effekt oder die Leistung des Stromes, gegeben durch das Produkt ei. Auch ein Wechselstrom leistet in jedem kleinen Zeitmoment dt die Arbeit $eidt$, wo e und i die Werte von e. m. K. und Strom in dem betreffenden Moment sind. Das Produkt ei ändert kontinuierlich seinen Wert. Die Arbeit, welche der Wechselstrom in einer gewissen längeren Zeit t leistet, ist gleich der Summe aller Werte $eidt$ für alle Zeitteilchen dt, aus welchen sich die Zeit t zusammensetzt.

Die Arbeit während der Zeit t, welche aus n Zeitteilchen dt bestehen möge, ist daher:

$$A = (e_1 i_1 + e_2 i_2 + e_3 i_3 + \cdots + e_n i_n)\, dt,$$

die Arbeit pro Sekunde, d. h. den Effekt oder die Leistung des Wechselstroms, erhält man durch Division mit $t = n dt$ als:

$$U = \frac{e_1 i_1 + e_2 i_2 + \cdots + e_n i_n}{n}.$$

Es ist die Arbeit pro Sekunde, welche der Wechselstrom also während einer beliebigen Zeit, beispielsweise während einer Periode leistet, gleich dem Mittelwert des Produktes ei aller Momentanwerte von Stromstärke und e. m. K. während dieser Zeit.

Es soll jetzt der Mittelwert dieses Produktes berechnet werden für den allgemeinen Fall, daß zwischen e. m. K. und Stromstärke eine beliebige Phasendifferenz φ besteht.

Es herrsche an den Enden eines Leiters die e. m. K.

$$e = e_0 \sin \omega t$$

und es fließe der Strom

$$i = i_0 \sin (\omega t - \varphi).$$

Die Leistung zur Zeit t ist dann gegeben durch das Produkt

$$[ei]_t = e_0 i_0 \sin \omega t \sin (\omega t - \varphi).$$

In einem Zeitmoment, welcher um eine Viertelperiode $\left(\frac{T}{4}\right)$ später liegt, hat die Phase von Strom und e. m. K. um $\frac{\pi}{2}$ zugenommen, und es ist daher die Leistung

$$[ei]_{t+\frac{T}{4}} = e_0 i_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \sin\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= e_0 i_0 \cos \omega t \cos (\omega t - \varphi).$$

Der Mittelwert der Produkte ei zu zwei um $\frac{T}{4}$ auseinanderliegenden Zeitmomenten ist also gleich:

$$\tfrac{1}{2} e_0 i_0 [\sin \omega t \sin (\omega t - \varphi) + \cos \omega t \cos (\omega t - \varphi)] = \tfrac{1}{2} e_0 i_0 \cos \varphi.$$

Dieser Mittelwert ist vollständig unabhängig von t, hat daher für jedes beliebige Paar von Zeitmomenten, welche um eine Viertelperiode auseinanderliegen, denselben Wert; er ist daher überhaupt der Mittelwert des Produktes ei aus den Momentan-

werten überhaupt; er ist mithin nach den Betrachtungen am Anfang dieses Paragraphen die Leistung des Wechselstroms.

Wir können hier noch an Stelle der Maximalwerte von Strom und e. m. K. die mit den Meßinstrumenten bestimmbaren Effektivwerte einführen. Diese stehen zu den Maximalwerten nach § 221 in der Beziehung:

$$E = \frac{e_0}{\sqrt{2}}; \quad I = \frac{i_0}{\sqrt{2}}.$$

Die Leistung des Wechselstroms ist daher:

$$U = EI \cos \varphi.$$

Die Leistung des Wechselstroms erhält man also nicht wie bei Gleichstrom dadurch, daß man die mit dem Ampèremeter und Voltmeter gemessenen Effektivwerte von e. m. K. und Stromstärke multipliziert. Man hat vielmehr dieses Produkt noch mit dem sog. Phasenfaktor, d. i. dem cos der Phasendifferenz zwischen e. m. K. und Stromstärke zu multiplizieren.

Bei nicht reiner Sinusform von e. m. K. und Stromstärke kann man nicht mehr von einer bestimmten Phasendifferenz sprechen. Der Phasenfaktor ist dann nicht mehr $\cos \varphi$, sondern ein anderer echter Bruch.

229. Spezialfälle. I. $\varphi = 0$; e. m. K. und Strom sind in Phase, werden also durch zwei gleichliegende Kurven dargestellt

Das Produkt ei ist in jedem Augenblick positiv; es wird in jedem Augenblick elektrische Arbeit geliefert, wozu von außen dem System Arbeit zugeführt werden muß.

II. $\varphi = \pi = 180^0$.

Strom und e. m. K. sind in jedem Augenblick entgegengesetzt gerichtet, ihr Produkt stets negativ. Es muß stets von einer anderweitigen e. m. K. elektrische Arbeit in den Leiter, z. B. eine Maschine, geliefert werden, um den Strom entgegen der in der Maschine vorhandenen e. m. K. durch den Leiter zu treiben. Die Maschine wirkt hier als elektrische Energie verbrauchender Motor, während sie im Falle I als elektrische Energie liefernde Dynamomaschine wirkt.

III. $0 < \varphi < \pi$.

In allen zwischenliegenden Fällen, wenn der Strom in einer Maschine um einen spitzen oder einen stumpfen Winkel in Phase

von der e. m. K. verschieden verläuft, wirkt die Maschine in einem Teil der Periode als Dynamomaschine, im anderen Teil als Motor. Bei spitzen Winkeln φ überwiegt die Stromerzeugung, bei stumpfen Winkeln φ die Motorarbeit. Ausgezeichnet ist hierbei noch der Fall

IV. $\varphi = \frac{\pi}{2} = 90^0$.

Wie aus Fig. 160 ersichtlich, sind Spannung und Strom in fortwährendem Wechsel eine Viertelperiode gleich gerichtet, die nächste Viertelperiode entgegengesetzt gerichtet; es hat während jeder Viertelperiode der Mittelwert des Produktes ei einen gleichen, aber abwechselnd positiven und negativen Wert; die Maschine verschluckt also an elektrischer Energie während einer Viertelperiode ebensoviel, als sie in der nächsten herausgibt; der Gesamtverbrauch an Energie ist also Null. Dies ergibt sich direkt aus der Formel

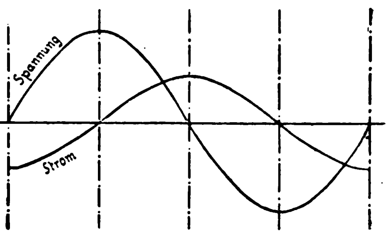


Fig. 160.

$$U = EJ \cos \varphi,$$

in welcher ja $\cos \varphi = \cos 90^0 = 0$ wird.

In einem Leiter, in welchem ein sinusförmiger Strom fließt, welcher gegen die e. m. K. um 90^0 verschoben ist, findet also kein Energieverbrauch statt. Ein solcher Strom heißt **wattloser Strom**, im Gegensatz zu dem sog. **Wattstrom**, welcher ohne Phasendifferenz gegen die e. m. K. verläuft.

In § 201 hatten wir gesehen, daß zwei um 90^0 in Phase auseinandergehende Ströme sich zu einem Strom vereinigen lassen, welcher einen spitzen Phasenwinkel gegen beide besitzt. Umgekehrt kann man natürlich jeden Sinusstrom, welcher gegen die e. m. K. einen schiefen Phasenwinkel φ aufweist, zerlegen in zwei sinusförmige Ströme, deren einer mit der e. m. K. in Phase, d. h. ein Wattstrom ist, deren anderer um 90^0 in Phase verschieden, ein wattloser Strom ist.

230. Messung des Wechselstromeffekts. Nach dem

vorigen kennt man im allgemeinen die Arbeitsleistung eines Wechselstromes noch nicht, wenn die Effektivwerte von Strom und Spannung bekannt sind. Es ist vielmehr noch die Kenntnis der Phasendifferenz beider Größen erforderlich. Dieselbe läßt sich berechnen, wenn Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität bekannt sind, oder auch experimentell ermitteln (s. etwas später). Nur wenn keine Phasendifferenz zwischen Strom und e. m. K. vorhanden, d. h. wenn der Wechselstrom durch induktionsfreie Leiter fließt, wie Glühlampen, ist der Effektverbrauch direkt als Produkt der Effektivwerte von Stromstärke und elektromotorischer Kraft gegeben.

Direkte Bestimmungen des elektrischen Effekts von Wechselstrom lassen sich mit den Wechselstromwattmetern ausführen, ohne Kenntnis des Phasenwinkels φ. Ein Wechselstromwattmeter ist ein Dynamometer, dessen eine, feste, Spule A aus starkem Draht, dessen andere, bewegliche, Spule B aus dünnem Draht gewickelt ist. Vor der beweglichen Spule befindet sich fest im Instrument noch ein großer, induktionsfreier Widerstand W.

Soll mit einem solchen Instrumente der Energieverbrauch in einem Leiter ab (Fig. 161) beispielsweise gemessen werden, so wird die starkdrähtige Spule, die sog. Stromspule A, in Reihe vor ab eingeschaltet, die freien Enden des zweiten Wattmeterzweiges, welcher die bewegliche Spule B und den Widerstand W enthält, an die Enden des Leiters ab angelegt.

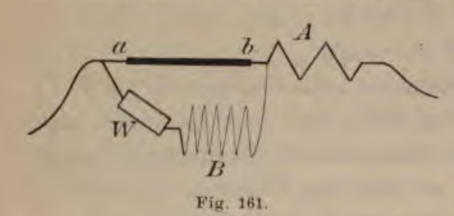


Fig. 161.

Die Wirkung der Spulen aufeinander ist in jedem Augenblick den Momentanwerten der Stromstärken in den beiden Wattmeterspulen proportional. Die Stromstärke in der beweglichen Spule ist aber ihrerseits der Spannungsdifferenz an den Enden von ab proportional und auch mit ihr in Phase, wenn W so groß gewählt wird, daß der Einfluß der Selbstinduktion zu vernachlässigen ist.

Streng ist ja, wenn L die Selbstinduktion der beweglichen Spule ist, und unter W der Gesamtwiderstand von Spule + Vor-

schaltwiderstand verstanden wird, die Phasendifferenz α zwischen Strom und Spannung in der beweglichen Spule gegeben durch $\operatorname{tang} \alpha = \frac{\omega L}{W}$ (§ 198). Sie ist Null, wenn W sehr groß gemacht wird. Dann wird auch der Wechselstromwiderstand, d. h. die Impedanz des Zweiges gleich dem Ohmschen Widerstand

$$\sqrt{W^2 + \omega^2 L^2} = W.$$

Infolgedessen ist die Wirkung der Wattmeterspulen aufeinander in jedem Augenblick dem Produkt ei aus den Momentanwerten von Spannung und Stromstärke proportional, mithin die Angabe des Wattmeters dem Mittelwert $EJ \cos \varphi$, d. h. dem Effekt des Wechselstromes im Leiter ab. Die Wattmeter sind mit Gleichstrom zu eichen. Sie werden entweder als Torsionsinstrumente gebaut oder als Instrumente mit direkter Zeigerablesung (Fig. 162 und 163, Siemens & Halske). Letztere haben eine empirisch zu ermittelnde Skala. In beiden Abbildungen sieht man die Anschlußklemmen der Strom- und Spannungsspule. Instrumente wie Fig. 163 werden auch mit dick- bezw. dünndrähtiger Wickelung als direkt abzulesende Strom- bezw. Spannungsdynamometer von Siemens & Halske angefertigt. Bei diesen Ampère- und Voltmetern für Wechselstrom sind feste und bewegliche Spule hintereinander geschaltet, die Instrumente haben also nur zwei Anschlußklemmen. Die Dämpfung ist in sehr vorzüglicher Weise dadurch erreicht, daß der Zeiger mit einer leichten Aluminiumplatte verbunden ist (Fig. 164), welche in der in Fig. 163 sichtbaren zylindrischen Luftbüchse sich frei, aber mit sehr geringem Zwischenraum gegen die Wandung, auf und ab bewegt.

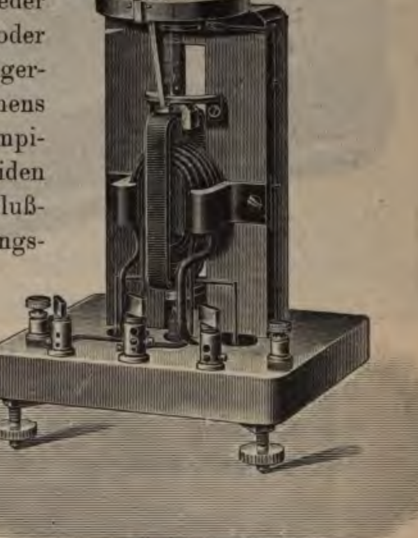


Fig. 162.

231. Messung des Phasenwinkels φ mit Watt-, Ampère- und Voltmeter. Durch Messung des Wattverbrauchs



Fig. 163.

U mittels eines Wattmeters, ferner der Effektivwerte E und J von Spannung und Strom mittels Wechselstrom-, Volt- und Ampèremeters kann man aus

$$U = EJ \cos \varphi$$

den Phasenwinkel φ bestimmen.

232. Effektmessung nach der Methode der drei Ampèremeter. Mittels dreier Ampèremeter kann man auch den Energieverbrauch in einem Leiter bestimmen. Die Schaltung zeigt Fig. 165. Vor den Leiter ab, in welchem der Energieverbrauch gemessen werden soll, ist das eine Instrument geschaltet. Eine Nebenschlußleitung enthält einen induktionslosen Widerstand und ein zweites Ampèremeter. Der Gesamtstrom,

welcher die ganze Leiterkombination von der Wechselstrommaschine her durchfließt, wird durch das dritte Ampèremeter gemessen. Sind J_1, J_2, J_3 die angezeigten Ströme, so ist nicht $J_3 = J_1 + J_2$, d. h. es ist nicht der Effektivstrom J_3 gleich der algebraischen Summe der beiden anderen, weil ja der Leiter ab infolge von Selbstinduktion oder Kapazität eine Phasendifferenz von J_1 gegen J_2 bewirken kann. Ist diese Phasendifferenz 90⁰, so hat der Summenstrom seinen Minimalwert, es ist dann $J_3 = \sqrt{J_1^2 + J_2^2}$. Im allgemeinen ist



Fig. 164.

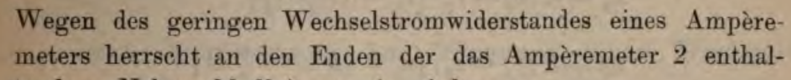
$$\sqrt{J_1^2 + J_2^2} < J_3 < J_1 + J_2.$$

Dagegen muß infolge der Kirchhoffschen Regel in jedem Augenblick für die Momentanwerte der Stromstärken gelten:

$$i_3 = i_1 + i_2,$$

oder nach Quadrierung:

$$i_3^2 - i_1^2 - i_2^2 = 2 i_1 i_2.$$



Wegen des geringen Wechselstromwiderstandes eines Ampèremeters herrscht an den Enden der das Ampèremeter 2 enthaltenden Nebenschlußleitung in jedem Augenblick die gleiche Spannung e, wie an den Enden von ab. Ist W der große Widerstand der Nebenschlußleitung, so ist

$$W i_2 = e.$$

Setzt man den für i_2 hieraus folgenden Wert auf der rechten Seite ein, so folgt

Fig. 165.

$$i_3^2 - i_1^2 - i_2^2 = 2 i_1 \frac{e}{W},$$

oder

$$e i_1 = \frac{W}{2} [i_3^2 - i_1^2 - i_2^2].$$

$e i_1$ ist der Momentaneffekt im Leiter ab, der wirkliche Effekt U ist der Mittelwert von $e i_1$, d. h.

$$U = \frac{W}{2} [J_3^2 - J_1^2 - J_2^2],$$

wo die J die von den drei Ampèremetern angegebenen Effektivwerte der Stromstärken bedeuten.

Eine ähnliche Messung ist mit drei Voltmetern ausführbar.

233. Effektmessung mit dem Elektrometer. Der Wechselstrom durchfließe die Spule S und den in Reihe geschalteten induktionslosen Widerstand w. Es soll der Effekt des Wechselstroms in der Spule S gemessen werden. Man verbindet zu diesem Zweck die beiden Quadrantenpaare eines Thomsonschen Quadrantelektrometers mit den Spulenenden und die Nadel nacheinander erst mit dem einen, dann mit dem anderen Ende des bekannten Widerstandes w. Sind in einem herausgegriffenen Zeitmoment v_1, v_2 Momentanwerte des Potentials an den Spulenenden, so ist das Nadelpotential einmal v_1, das andere Mal $v_1 + iw$, wenn i der zugehörige Momentanwert der Stromstärke ist. Die auf die Nadel in den beiden Schaltungen derselben in dem herausgegriffenen Zeitmoment ausgeübten Kräfte sind nach der Formel des Quadrantelektrometers (§ 17) bezw.:

$$\alpha_1 = C\,(v_1 - v_2)\left(v_2 - \frac{v_1 + v_2}{2}\right),$$

$$\alpha_2 = C\,(v_1 - v_2)\left(v_1 + iw - \frac{v_1 + v_2}{2}\right).$$

Die Differenz dieser Kräfte ist:

$$\alpha_2 - \alpha_1 = w\,C\,(v_1 - v_2)\,i,$$

d. h. ist dem Produkt aus den Momentanwerten von Strom und Spannungsdifferenz an den Enden der Spule, also dem Momentanwert der Leistung, proportional. Der Mittelwert der Differenz der auf die Nadel ausgeübten Kräfte, also der Differenz der Elektrometerausschläge, ist mithin dem wirklichen Effekt U proportional. Die Proportionalitätskonstante kann durch Eichung mit Gleichstrom ermittelt werden.

234. Messung von Wechselstromwiderständen, besonders Selbstinduktion durch Strom- und Spannungsmessung. 1. Mit einem Elektrodynamometer mißt man die effektive Stromstärke J, welche in dem Leiter fließt, zugleich

mit einem Spannungsmesser an den Enden desselben die wirkende Effektivspannung E. Der Wechselstromwiderstand ist

$$W = \frac{E}{J} = \sqrt{w^2 + \omega^2 L^2}.$$

Aus dem mit Gleichstrom zu messenden Ohmschen Widerstand w, der Frequenz ω ist dann L zu finden.

2. Das Elektrodynamometer wird überflüssig, wenn man einen bekannten induktionslosen Widerstand w' zur Verfügung hat. Man schaltet diesen mit der Spule, deren Induktion bestimmt werden soll, in Reihe und mißt die Spannung an den Enden der Spule (E_1) und an denen des Widerstandes (E_2). Letzteres ist so gut wie eine Strommessung. Es ist dann

$$E_1 : E_2 = \sqrt{w^2 + \omega^2 L^2} : w',$$

woraus L zu bestimmen ist. Der Strom durch den Spannungsmesser muß vernachlässigbar klein sein, wenn man nicht genötigt sein will, komplizierende Korrektionen anbringen zu müssen. Zweckmäßig ist hier daher die Spannungsmessung mit dem Elektrometer.

235. Bestimmung der Frequenz eines Wechselstroms. Die Methode des vorigen Paragraphen kann man, wenn man eine Spule von bekanntem Ohmschem Widerstand und bekanntem Selbstinduktionskoeffizienten zur Verfügung hat, zur Bestimmung der Frequenz ω verwenden. Schneller zum Ziel als mit dieser indirekten Methode kommt man mit dem eigens hierfür konstruierten Frequenzmesser nach R. Kempf*) (Fig. 166). Der Wechselstrom durchfließt einen kleinen Elektromagneten, welcher an einer Reihe von eisernen Federn vorbeigeführt werden kann. Man ermittelt diejenige Feder, welche durch die magnetischen Impulse am meisten in Vibration versetzt wird; es ist diejenige, für welche Resonanz eintritt, deren Eigenschwingung also der Periode des Wechselstroms entspricht. Die Eigenschwingungszahl jeder Feder ist durch Eichung ermittelt und am Instrument abzulesen.

---

*) Hartmann & Braun, Frankfurt a. M.

Die Frequenz kann endlich an der Maschine selbst auch durch mechanische Bestimmung der Tourenzahl ermittelt wer-

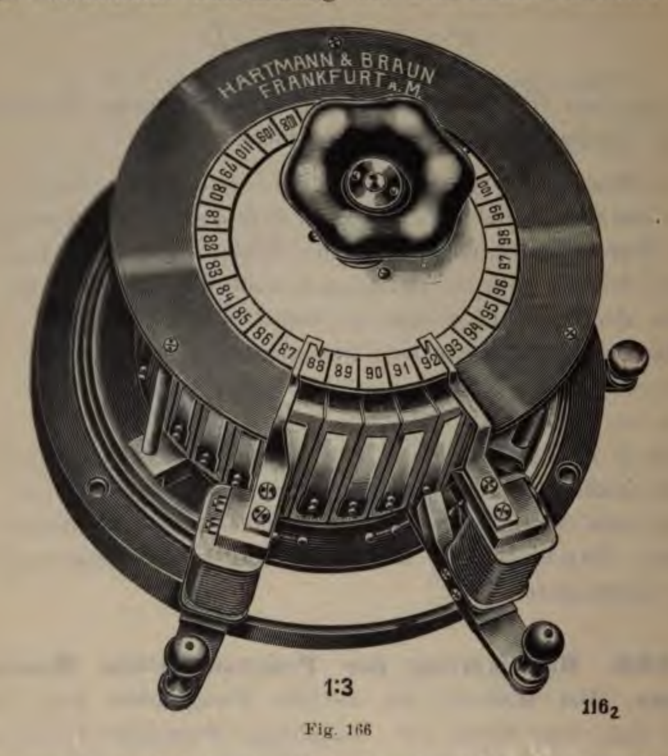


Fig. 166

den, wobei natürlich die Polzahl der Maschine zu berücksichtigen ist.

236. Einfluß von Eisen. Wird eine Spule mit Widerstand und Selbstinduktion vom Wechselstrom J durchflossen, so spielen sich in ihr zwei energetische Vorgänge ab. Es wird erstens im Ohmschen Widerstande Energie verbraucht, welche in Form von Joulescher Wärme erscheint. Dieselbe ist pro Zeiteinheit gegeben durch das Produkt $J^2 w$. Der zweite Vorgang ist von keinem Energieverlust begleitet, sondern die Energie, welche in einem Periodenviertel zur Erzeugung des Magnetfeldes verwendet wird, wird im nächsten Periodenviertel beim Verschwinden des Magnetfeldes wieder herausgegeben. Es ist also der gesamte Energieverbrauch gegeben durch:

$$U = J^2 w.$$

Dies gilt nicht mehr, sobald die Spule Eisen enthält, welches Hysteresis zeigt. Denn bei dem zyklischen Magnetisierungsprozeß geht nach § 183 Energie im Eisen verloren, und zwar um so mehr, je mehr Hysteresis vorhanden ist. Dieser Energieverlust zeigt sich durch eine Erwärmung des Eisens an. Ist das Eisen oder sonstige Metallteile der Spule nicht fein unterteilt, so entstehen ferner Foucault-Ströme in ihm, welche in seinem Ohmschen Widerstande Joulesche Wärme erzeugen und daher einen ferneren Energieverlust bedingen. Um denselben Wechselstrom durch die eisenhaltige Spule zu treiben, ist daher ein größerer Energiebetrag nötig, welchen man in der Form schreiben kann:

$$U_e = J^2 w_e,$$

wobei der Index e die Gegenwart von Eisen anzeigen soll. Es ist $U_e > U$, d. h. der Ohmsche Widerstand erscheint durch die Gegenwart von Eisen vergrößert. Der Induktionswiderstand erscheint, da der Selbstinduktionskoeffizient mit der Magnetisierungskonstanten wächst, auch vergrößert; dies hat aber auf den Energieverbrauch keinen Einfluß.

Ferner ist bei Gegenwart von Eisen in Spulen zu berücksichtigen, daß der Selbstinduktionskoeffizient keine zeitlich konstante Größe ist, weil die Magnetisierung des Eisens nicht proportional der Feldstärke, die Permeabilität nicht konstant, sondern von der Feldstärke abhängig ist. Ein ohne Eisen sinusförmig verlaufender Strom wird daher bei Gegenwart von Eisen im allgemeinen seine Sinusform verlieren, und zwar dies um so mehr, je näher die Magnetisierung sich der Sättigung nähert. Man kann bei einer eisenhaltigen Spule daher nur von einem mittleren Selbstinduktionskoeffizienten für einen bestimmten Wechselstrom sprechen. In der Technik wegen ihrer größeren Billigkeit viel gebraucht sind die sog. Weicheiseninstrumente als Strom- bzw. Spannungsmesser. In ihnen wirkt der Wechselstrom bewegend auf einen wegen der Vermeidung von Foucault-Strömen möglichst dünn gebauten Eisenkörper. Diese Instrumente bedürfen der Vergleichung mit einem eisenfreien Meßapparat für einen Wechselstrom der gleichen Periode, für welchen sie benutzt werden sollen.

Die Methode des vorigen Paragraphen ist nicht mehr direkt anwendbar, wenn die Selbstinduktionsspule Eisen enthält. In diesem Falle hat man statt des Ohmschen Widerstandes w die Größe w_e zu setzen. Es ist:

$$(1) \qquad \frac{E}{J} = \sqrt{w_e^2 + \omega^2 L^2}.$$

Man kann indessen Selbstinduktion und die Größe w_e einzeln bestimmen, wenn man zu der Messung von E und J mit Volt- und Ampèremeter noch eine Messung des Energieverbrauchs in der Spule mit dem Wattmeter hinzufügt. Das Wattmeter mißt nach § 230 die Größe:

$$(2) \qquad EJ \cos \varphi = U.$$

Aus E, J und A findet man daher $\cos \varphi$.

Ferner besteht die Beziehung:

$$(3) \qquad \operatorname{tang} \varphi = \frac{\omega L}{w_e}.$$

φ ist nach (2) bekannt. Aus (1) und (3) kann man dann bei bekannter Frequenz ω des Wechselstroms die Größen L und w_e einzeln berechnen.

Zahlenbeispiel: Schaltung des Wattmeters wie in Fig. 161. Außerdem seien eingeschaltet ein Wechselstromampèremeter in Serienschaltung mit dem Leiter $a\,b$, sowie ein Wechselstromvoltmeter parallel zu $a\,b$. Das Ampèremeter mißt die effektive Stromstärke J im Leiter $a\,b$, das Voltmeter die effektive Spannung E zwischen den Enden desselben, das Wattmeter endlich den Energieverbrauch U im Leiter $a\,b$ und in den Meßinstrumenten. Der Effektverbrauch in der Spule entsteht durch Joulesche Wärme und Eisen- (Hysteresis) resp. Kupferverluste (Foucault-Ströme); derjenige in den Meßinstrumenten bestehe nur aus Joulescher Wärme in deren Ohmschem Widerstand, ist also gegeben durch das Produkt aus Widerstand des Instruments und Quadrat der Stromstärke im Instrument.

Ampèremeterablesung	$I = 3{,}45$ Amp.
Voltmeterablesung	$E = 26{,}2$ Volt.
Wattmeterablesung	$U = 78{,}0$ Watt
Widerstand des Ampèremeters	$0{,}54$ Ohm $= w_A$.
Widerstand des Voltmeters	63 Ohm $= w_V$.
Widerstand der Spule	$w = 0{,}3$ Ohm.

Effektverbrauch im Ampèremeter: $J^2 w_A = 3{,}45^2 \cdot 0{,}54 = 6{,}4$ Watt.

Effektverbrauch im Voltmeter: $\frac{E^2}{w_V} = \frac{26{,}2^2}{63} = 10{,}9$ Watt.

Effektverbrauch im Leiter ab: $78{,}0 - 6{,}4 - 10{,}9 = 60{,}7$ Watt.

$EJ = 90{,}4$ Watt., daher $\cos\varphi = \frac{60{,}7}{90{,}4} = 0{,}67$; $\operatorname{tang}\varphi = 1{,}11$; $\varphi = 48^0$.

Es folgt $w_e = 5{,}1$ Ohm; $L = 0{,}105$ Henry. Der Widerstand wächst also durch den Eiseneinfluß scheinbar von 0,3 Ohm auf 5,1 Ohm.

237. Aufnahme von Spannungs- und Stromkurven mittels Momentankontakts. An der Achse der Maschine, deren Spannungskurve ermittelt werden soll, bringt man eine Vorrichtung an, welche einen sehr kurzen Zeitmoment einen Kontakt herzustellen erlaubt, welcher die Klemmen der Maschine entweder direkt durch ein Galvanometer mit großem Vorschaltwiderstand verbindet, oder dieselben mit einem Kondensator in Verbindung setzt, dessen Ladung dann mit dem ballistischen Galvanometer gemessen wird. Durch peripherische Verschiebung der Kontaktstelle an der Welle kann man es erreichen, daß man den Moment des Kontakts zu beliebigen Zeiten erfolgen läßt, und kann so die Spannung als Funktion der Zeit ermitteln. Die Aufnahme einer Stromkurve mit dem gleichen Apparat erfolgt durch Ermittelung der Spannungskurve an den Enden eines induktionsfreien Widerstandes, durch welchen der Strom hindurchgeleitet wird.

238. Direkte Aufzeichnung von Strom- und Spannungskurven durch Lichtflecke und rotierende Spiegel.

1. Braunsche Röhre (Fig. 167). Der Strom, welcher durch eine Spule geleitet wird, wirkt magnetisch ablenkend auf ein von der Kathode der Röhre ausgehendes, durch eine Influenzmaschine erzeugtes Kathodenstrahlenbündel. In unabgelenkter Lage erzeugen die Kathodenstrahlen an ihrer Auftreffstelle als Abbild eines ihnen in den Weg gestellten Diaphragmas einen helleuchtenden Fleck, welcher sich bei Erregung eines Magnetfeldes verschiebt, und zwar bei nicht zu großen Ablenkungen der Feldstärke proportional. Infolge der stetig schwankenden Stromstärke in der wechselstromdurchflossenen Ablenkungsspule

zieht sich der Leuchtfleck in eine gerade Linie auseinander, welche, im rotierenden Spiegel betrachtet, sich in die Wechsel-



Fig. 167

stromkurve auszieht. Das Kathodenstrahlenbündel folgt momentan jeder Änderung des Magnetfeldes. Die Spannungskurve kann



Fig. 168.

man in ähnlicher Weise mittels elektrischer Ablenkung durch einen in die Braunsche Röhre eingeschmolzenen kleinen Kondensator (Fig. 168) aufnehmen. Die Strahlen passieren zwischen den Platten, welche mit den Punkten verbunden werden, deren Spannungsdifferenz analysiert werden soll. Figg. 169 und 170 zeigen mit Braunscher Röhre und bewegter photographischer Platte erhaltene Aufnahmen der Stromkurve einer Wechselstrommaschine und eines durch einen Wehnelt-Unterbrecher fließenden Gleichstromes. Auf letzterem Bild sieht man nur die Stromanstiege. Der Abfall ist so schnell, daß kein photographischer Eindruck davon entstand. Die obere Kurve jedes Bildes rührt von einem gleichzeitig aufgenommenen Lichtfleck einer schwingenden Stimmgabel her.



Fig. 169.



Fig. 170.

2. Oszillograph. Auch

das Prinzip des Oszillographen ist es, ein System von äußerst geringer Trägheit durch die magnetische Kraft des Wechselstromes abzulenken. Der Wechselstrom fließt (Fig. 171) durch eine gespannte Drahtschleife *D*, welche sich im Felde eines kräftigen permanenten Magneten oder konstant erregten Elektromagneten befindet. An der Schleife ist ein sehr leichter Spiegel *s* angebracht. Wird sie vom Wechselstrom durchflossen, so erfährt sie fortwährend verschiedene Ablenkung, ein vom Spiegel durch Reflexion eines Lichtbündels auf einem Schirm erzeugter Lichtfleck wird in eine Linie auseinandergezogen, welche, im rotierenden Spiegel betrachtet, auch das Abbild der Wechselstromkurve wiedergibt, vorausgesetzt, daß die Eigenschwingung der Drahtschleife nicht stört. Dies ist dann nicht der Fall, wenn die Periode der Eigenschwingung sehr klein im Verhältnis zu derjenigen des Wechselstromes ist. In den zu höchster Vollkommenheit ausgebildeten Oszillographen von Blondel und Duddel beträgt die Dauer der Eigenschwingung nur 0,0001 sek; dieselbe kann sich daher bei der Aufnahme der Kurven des gewöhnlichen Wechselstroms (Schwingungsdauer 0,02 sek) in keiner Weise störend bemerkbar machen. Fig. 172 zeigt zwei für die im nächsten Paragraphen besprochenen Zwecke montierte einfachere Oszillographen.

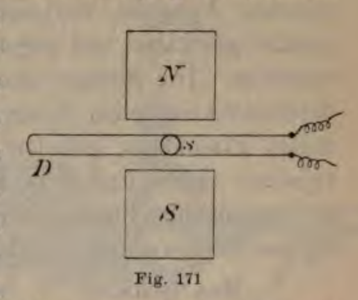


Fig. 171

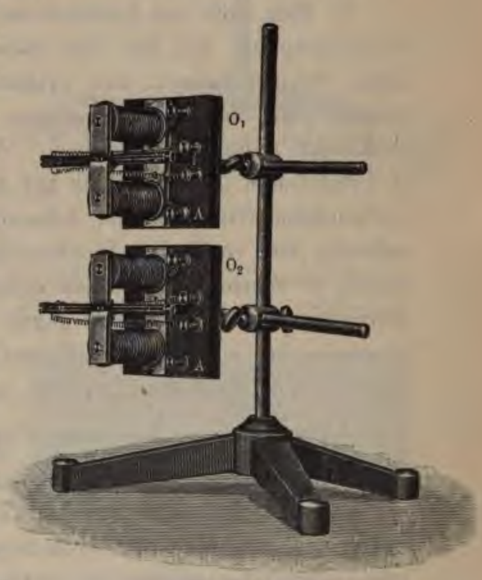


Fig. 172.

239. Demonstration der Phasendifferenz zweier

Wechselströme, sowie eines Wechselstroms und der ihn erzeugenden e. m. K. Auch zur Demonstration der Phasendifferenz von zwei Wechselströmen kann man sich der ebengenannten Apparate bedienen. Es seien zwei gleiche Spulen parallel geschaltet und angelegt an die Pole einer Wechselstrommaschine. Die Ströme sind in gleicher Phase. Wird nun die Selbstinduktion einer Spule, z. B. durch Einschieben eines unterteilten Eisenkerns, geändert, so ändert sich die Phasendifferenz zwischen Strom und e. m. K. in dieser Spule. Man kann die so entstehende Phasendifferenz der in den Spulen fließenden Ströme auf zweierlei verschiedene Weisen demonstrieren:

1. Man schaltet in beide Stromkreise je einen Oszillographen ein und betrachtet gleichzeitig beide Stromkurven im rotierenden Spiegel. Bei Einschieben des Eisenkerns verschieben sich die Kurven gegeneinander.

2. Man läßt ein Lichtbündel von dem Spiegel des einen Oszillographen auf den des anderen und von letzterem auf einen Schirm fallen, und orientiert dabei die Oszillographen derart, daß die Drehungsachsen ihrer beweglichen Systeme senkrecht aufeinander stehen. Vibriert das eine Instrument, so breitet sich der Lichtfleck auf dem Projektionsschirm in einen horizontalen Streifen aus; schwingt das andere Instrument, so entsteht ein vertikaler Lichtstreifen. Schwingen beide Instrumente, so entsteht bei Fehlen einer Phasendifferenz und gleicher Elongation eine unter 45^0 gegen die vorigen geneigter Lichtstreifen. Ist eine Phasendifferenz vorhanden, so entstehen die sog. Lissajousschen Klangfiguren, und zwar in der Regel Ellipsen. Ein Kreis entsteht bei einer Phasendifferenz $\frac{\pi}{2}$ und gleicher Elongation der erzeugenden Schwingungen.

Dasselbe läßt sich mit einer Braunschen Röhre erreichen, indem man die eine der stromdurchflossenen Spulen in horizontaler Lage, die andere in vertikaler Lage auf das Kathodenstrahlenbündel magnetisch ablenkend wirken läßt (Fig. 173).

Sind die direkten Spulenströme zu stark, als daß man sie durch den Oszillographen leiten könnte, so ist nur als Nebenschluß zu demselben ein induktionsfreier Widerstand anzubringen.

Man kann mit zwei Oszillographen in ähnlicher Weise auch die *Phasendifferenz zwischen einem Wechselstrom in einem Leiter und der ihn erzeugenden* e. m. K. an den Enden des Leiters demonstrieren. Man schaltet dazu den einen eventuell mit induktionsfreiem Nebenschluß versehenen Oszillographen in den Hauptstromkreis, den anderen mit einem induktionsfreien Vorschaltwiderstand als Nebenschluß zu dem Leiter, zwischen dessen Enden die zu untersuchende e. m. K. herrscht. Da dieser Nebenschlußzweig induktionsfrei ist, so ist der Strom im zweiten Oszillographen mit der e. m. K. in Phase. Auch mit zwei Braunschen Röhren läßt sich die Phasendifferenz zwischen Strom und e. m. K. objektiv abbilden. Fig. 174 zeigt eine solche photographische Abbildung.



Fig. 173.

Fig. 174.

240. Demonstration von Hysteresiskurven mit der Braunschen Röhre. Drei Spulen werden hintereinander in einen Wechselstromkreis eingeschaltet und folgendermaßen zu einer Braunschen Röhre orientiert: Eine Spule, in vertikaler Lage, breitet den Fluoreszenzfleck zu einer horizontalen Linie aus; die anderen Spulen in horizontaler Lage derart einander gegenüber, daß ihre Wirkung auf das Kathodenstrahlenbündel sich aufhebt. Wird die vertikale Spule ausgeschaltet,

und schiebt man einen Eisenkern in eine der beiden horizontalen Spulen, so zeichnet der Leuchtfleck eine vertikale Linie auf den Schirm der Röhre. Wird nun aber die vertikal stehende Spule mit eingeschaltet, so zieht sich die vertikale Linie in die Hysteresiskurve auseinander; denn die Wirkung der vertikalen Spule ist in jedem Augenblick dem Feld $\mathfrak{H}$, die Differenzwirkung der beiden horizontalen Spulen der Differenz $\mathfrak{B} - \mathfrak{H}$, Induktion minus Feldstärke proportional. Auf den Schirm zeichnet sich also eine Kurve ab, deren Abszisse der Feldstärke, deren Ordinate der Größe $\mathfrak{B} - \mathfrak{H} = 4\pi\mathfrak{J}$ (§ 75), d. h. der Intensität der Magnetisirung, proportional ist.

241. Wechselstrommaschinen. Die Maschinen für Wechselstromerzeugung haben sämtlich zum Prinzip, daß die Anzahl Induktionslinien, welche Spulen durchsetzen, periodischen



Fig. 175.

Änderungen unterworfen werden. Die meisten Maschinen werden für eine Zahl von 50 Perioden, also 100 Wechseln pro Sekunde, gebaut. Der Methoden, die Änderung der Induktions-

linienzahl zu erreichen, gibt es mehrere. Meist rotieren große, radial angeordnete Elektromagnete, die konstant mit Gleich-



Fig. 176.

strom erregten Feldmagnete, an den feststehenden eisenerfüllten Spulen der Ankerwickelung vorbei. Dabei umgibt der massiv gebaute Anker mit seinen ebenfalls mit ihren Achsen radial angeordneten Spulen von außen den inneren beweglichen Teil. Die Fig. 175 zeigt eine solche Innenpolmaschine größter Dimensionen (Leistung 3000 Kilowatt = 3000000 Watt,



Fig. 177.

Spannung 6000 Volt) aus der Zentrale Oberspree der Berliner Elektrizitätswerke; Fig. 176 eine kleinere Maschine, Figg. 177, 178 dieselbe auseinander genommen. Alle Maschinen sind sog. Drehstrommaschinen (s. weiter unten). Bei den **Außenpolmaschinen** rotiert der Anker innerhalb der ihn von außen umfassenden Pole des Feldmagneten. Je nachdem die Magnete des Ankers länger oder kürzer sind, hat der Anker die Form des sog. Sternankers oder des Trommelankers. Fig. 179 zeigt eine Außenpolmaschine der Allg. Elektrizitäts-Gesellschaft mit Trommelanker.



Fig. 178.

Bei den Mordey-Maschinen rotiert nur der Eisenkern des Feldmagneten, welcher von einer feststehenden Spule mit Gleichstrom magnetisiert wird. In diesen Maschinen stehen also alle Spulen fest, und es sind keine Schleifringe nötig.

Alle Maschinen haben gemeinsam das Prinzip, daß durch bewegte Eisenmassen, sei es, daß die Spulen sich mitbewegen oder nicht, ein magnetischer Kreis abwechselnd geschlossen und geöffnet wird. Je nachdem die Spulen des Ankers aus kurzem dickdrähtigen oder langem dünnen Draht gewickelt sind, liefert die Maschine starke Ströme niedriger oder schwächere Ströme höherer Spannung.



Fig. 179.

242. Vorzüge des Wechselstroms bezüglich der Kraftübertragung. Was den Wechselstrom in so überaus vorteilhafter Weise vor dem Gleichstrom auszeichnet, ist seine bequeme Transformierbarkeit auf beliebige Spannungen. Während der von einer Dynamomaschine gelieferte Gleichstrom nur mit Hilfe von Akkumulatorenschaltungen oder dadurch auf andere Spannungen gebracht werden kann, daß man durch ihn einen Elektromotor treibt, der in direkter Kuppelung mit einer die gewünschte Spannung liefernden Gleichstrommaschine steht, besitzen die Wechselstromtransformatoren keine beweglichen Teile, bedürfen daher keinerlei Aufwartung. Für Zwecke der Kraftübertragung ist es wünschenswert, hochgespannte Ströme zu erzeugen. Die zu übertragende Energie ist gegeben als das Produkt *ei* aus Spannung und Stromstärke. Man kann also bei hoher Spannung dieselbe Energiemenge durch schwache Ströme und dünne Leitungen übermitteln, welche man bei niedriger Spannung nur durch starke Ströme und dazu erforderliches großes Kupfermaterial in die Ferne übertragen kann. Die leichte Transformierbarkeit auf beliebig hohe Spannungen sichert für Zwecke der Kraftübertragung dem Wechselstrom den Vorrang vor dem Gleichstrom. Auch die direkt von den Maschinen gelieferte Spannung kann man wegen des feststehenden Ankers bei den Wechselstrommaschinen erheblich höher (25000 Volt) steigern als bei Gleichstrommaschinen, indem bei den letzteren der Herstellung genügender Isolation des rotierenden Ankers und des Kollektors oberhalb 2—3000 Volt unüberwindliche Schwierigkeiten sich in den Weg setzen.



Fig. 180.



zu verkleinern, hat man bei einer Type offener
toren die Enden des aus Drähten oder Blechen be-
Eisenkerns auseinander gebogen. Die Induktions-
lten dadurch gleich beim Austritt aus dem Eisen
ft einen viel größeren Querschnitt, wodurch der



Fig. 183.

Widerstand verringert wird. Wegen des eigen-
ssehens hat diese von Swinburne angegebene
men Igeltransformator. Fig. 181 zeigt einen
ikeninduktor zu benutzenden Transformator für
annungen von Fr. Klingelfuß, Basel; Fig. 182



Fig. 184.

bgehobener Sekundärspule. Fig. 183 ist die Ab-
ntladung, welche wegen der großen Intensität
mes lichtbogenartigen Charakter hat. Fig. 184
chwachem Anblasen der Entladung eintretende

243. Transformatoren. Die Transformatoren für Wechselstrom sind Induktionsapparate, bei welchen die Streuung durch Schließen des magnetischen Kreises auf ein Minimum reduziert

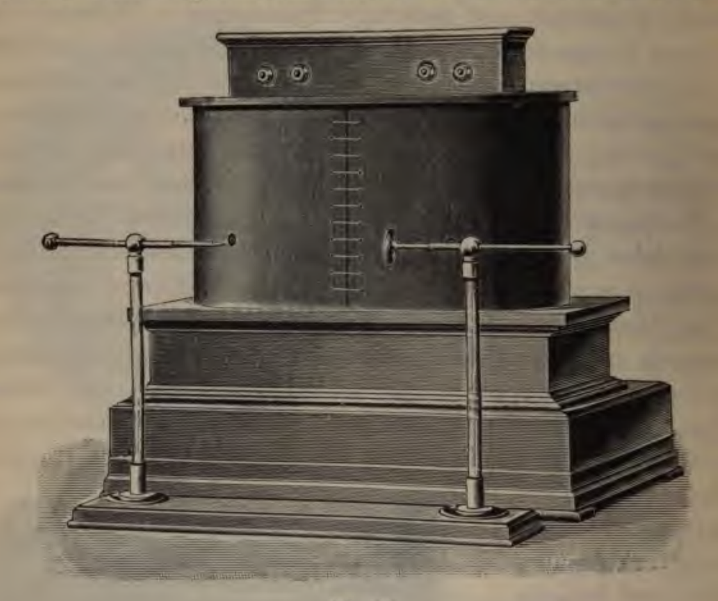


Fig. 181.

ist. Auf einem geschlossenen, aus Eisendrähten oder -blechen gebildeten Joch sitzen, meist abwechselnd, die primären und sekundären Spulen. Häufig umgibt auch das Eisen allseitig die Spulen. Diese Transformatoren heißen Manteltransformatoren, im Gegensatz zu den Kerntransformatoren. Fig. 180 zeigt einen Kerntransformator ohne Schutzkappe (Allgem. Elektrizitäts-Gesellschaft, Berlin). Offene Transformatoren sind wegen der verhältnismäßig großen Streuung fast gar nicht im Gebrauch. Die magnetischen Induktionslinien sind gezwungen, sich außen durch die Luft zu schließen; der magnetische Widerstand ist daher groß. Um

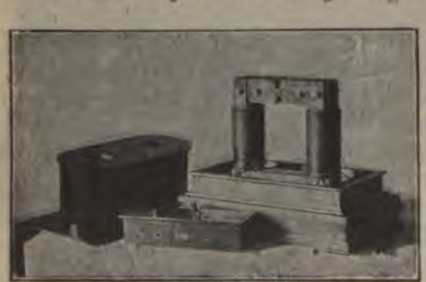


Fig. 182.

ihn etwas zu verkleinern, hat man bei einer Type offener Transformatoren die Enden des aus Drähten oder Blechen bestehenden Eisenkerns auseinander gebogen. Die Induktionslinien erhalten dadurch gleich beim Austritt aus dem Eisen in die Luft einen viel größeren Querschnitt, wodurch der



Fig. 183.

magnetische Widerstand verringert wird. Wegen des eigentümlichen Aussehens hat diese von Swinburne angegebene Type den Namen Igeltransformator. Fig. 181 zeigt einen auch als Funkeninduktor zu benutzenden Transformator für sehr hohe Spannungen von Fr. Klingelfuß, Basel; Fig. 182



Fig. 184.

denselben mit abgehobener Sekundärspule. Fig. 183 ist die Abbildung einer Entladung, welche wegen der großen Intensität des Sekundärstromes lichtbogenartigen Charakter hat. Fig. 184 zeigt die bei schwachem Anblasen der Entladung eintretende Erscheinung.

244. Leerlaufstrom eines Transformators. Wird die Wechselspannung einer Maschine

$$e = e_0 \sin \omega t$$

angelegt, so entsteht in der Primärspule des Transformators, wenn er unbelastet, d. h. seine Sekundärspule offen ist, der Strom

$$i = \frac{e_0}{\sqrt{w^2 + \omega^2 L^2}} \sin (\omega t - \varphi).$$

Derselbe steht in Phase hinter der e. m. K. zurück um den Winkel φ, dessen Tangente ist:

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{\omega L}{w}.$$

Hat die Primärspule einen gegen ihren Induktionswiderstand (Induktanz) ωL zu vernachlässigenden Ohmschen Widerstand w, so ist $\varphi = 90^0$, und der Strom ist ein wattloser (§ 229). Der Transformator verschluckt also mit offener Sekundärspule keine Energie, indem er im einen Periodenviertel denselben Energiebetrag aufnimmt, den er im darauffolgenden wieder abgibt. Der wattlose Primärstrom bildet sich in einer solchen Stärke aus, daß die durch ihn in der Primärspule induzierte, ihm um 90^0 in Phase zurückstehende Gegen-e. m. K. gleich der angelegten Spannung ist. Induzierte und angelegte Spannung sind in Phase um 180^0 verschieden, heben sich also in jedem Moment auf.

245. Belasteter Transformator. Wird die Sekundärspule induktionslos belastet, so wirkt auch auf sie der Primärstrom induzierend, und zwar hat auch die in ihr induzierte Spannung 180^0 Phasendifferenz gegen die angelegte Spannung; bei induktionsloser Belastung eilt mithin auch der Sekundärstrom um 180^0 hinter der an die Primärspule angelegten Spannung nach.

Der Sekundärstrom seinerseits wirkt aber rückwärts induzierend auf die Primärspule, und zwar ist die in ihr induzierte e. m. K. um 90^0, also wegen des geringen Widerstandes der Primärspule der dadurch erzeugte Strom um 180^0 hinter dem Sekundärstrom nacheilend. Der rückwärts von dem Belastungs-

strom der Sekundärspule in der Primärspule induzierte Strom eilt also der an die Primärspule angelegten Spannung um $180^0 + 180^0 = 360^0$ nach, d. h. er ist mit ihr in Phase, er ist ein Wattstrom, welcher Energie verbraucht. Man sieht also, daß dem wattlosen Leerstrom ein um so größerer Arbeitsstrom sich hinzugesellt, je mehr elektrische Energie als Sekundärstrom dem Transformator entnommen wird. Bei offenem Sekundärkreis ist der Primärstrom um 90^0 gegen die angelegte e. m. K. verzögert, um sich derselben in Phase um so mehr zu nähern, je mehr Arbeit im Sekundärkreis geleistet wird.

Die angestellten Betrachtungen gelten streng nur für einen idealen Transformator, bei welchem keine sonstigen Energieverluste durch Widerstand in den Leitungen (die sog. Kupferverluste), Hysteresis, Wirbelströme (die sog. Eisenverluste) stattfinden, welche den Primärstrom auch in seiner Größe und Phase beeinflussen würden.

Das Schließen des Sekundärkreises bewirkt nach obiger Auseinandersetzung, daß die Stromstärke im Primärkreis wächst und sich in Phase der an die Primärspule gelegten Spannung um so mehr nähert, je stärker der Strom in der Sekundärspule ist. Dies heißt nichts anderes, als daß die Selbstinduktion der Primärspule durch die um sie gelegte geschlossene Sekundärspule verringert wird. Würden alle Induktionslinien völlig ausgenutzt, d. h. fehlte jegliche Streuung, so würde im idealen Transformator die Selbstinduktion des Primärkreises bei Kurzschließen der Sekundärspule vollständig vernichtet werden.

Im idealen, streuungsfreien Transformator induziert eine Änderung der Induktionslinienzahl in beiden Spulen e. m. K., welche im Verhältnis der Windungszahlen stehen. Eine an die Enden der Primärspule des offenen Transformators angelegte Wechselstrom-Klemmenspannung K_1 induziert nach vorigem Paragraphen in der Primärspule eine ihr entgegengesetzt gleiche e. m. K.; in der Sekundärspule daher eine im Verhältnis der Windungszahlen größere e. m. K. Das Verhältnis der Klemmenspannungen an Sekundär- und Primärspule heißt Umsetzungsverhältnis des Transformators. Es ist für den idealen streuungsfreien Transformator gleich dem Verhältnis der Windungs-

zahlen, bei wirklich ausgeführten Transformatoren etwas, aber nur wenig, davon abweichend.

246. Der Drehstrom. Zwei Wechselströme gleicher effektiver Stromstärke mögen in zwei senkrecht aufeinander gerichteten Spulen fließen und gegeneinander eine Phasendifferenz von $\frac{\pi}{2}$ haben. Die magnetischen Felder beider Spulen sind in jedem Augenblick den Größen $i_0 \sin \omega t$ bezw. $i_0 \cos \omega t$ proportional. Dort wo beide Spulen in gleicher Weise zusammenwirken, setzen sie sich zusammen zu einer Resultierenden, welche den Wert

$$i_0 \sqrt{\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t} = i_0$$

hat, also in ihrer Größe von der Zeit vollständig unabhängig ist. Die Richtung des resultierenden Feldes ändert sich dagegen kontinuierlich, und zwar rotiert das Feld mit der gleichmäßigen Winkelgeschwindigkeit ω. Dies ist leicht zu beweisen. Mögen (Fig. 185) die beiden Wechselströme dargestellt werden durch ein sinusförmiges Hinundhergleiten der Punkte a und b auf der Vertikalen bezw. Horizontalen, so daß der Wert des Stromes $i_1 = i_0 \sin \omega t$ in jedem Augenblick durch die Strecke Oa, der Wert des Stromes $i_2 = i_0 \cos \omega t$ durch den Wert der Strecke Ob im gleichen Augenblick dargestellt wird. Ist i_2 im Maximum, was zur Zeit $t = 0$ stattfindet, so ist $i_2 = OB$; $i_1 = 0$; das resultierende Feld hat die Richtung OB, welche durch i_2 allein gegeben ist; ist umgekehrt i_1 im Maximum, so ist $i_1 = OA$; $i_2 = 0$; das resultierende Feld hat die vertikale Richtung OA. In einem beliebigen zwischenliegenden Zeitmoment t setzen sich die Felder der Ströme $Oa = i_0 \sin \omega t$ und $Ob = i_0 \cos \omega t$ zu einer Resultierenden $OC = i_0$ zusammen, welche mit der Horizontalen den Winkel ωt bildet, d. h. das resultierende Feld ist ein mit der gleichförmigen Winkelgeschwindigkeit ω rotierendes Drehfeld, welches dem Maximalfeld jeder Spule gleich ist.



Fig. 185.

247. Dreiphasenstrom. Der vorige Drehstrom entstand durch die Wirkung zweier um $\frac{\pi}{2}$ in Phase verschiedener Wechselströme, er ist ein sog. Zweiphasenstrom. In ähnlicher Weise, wie im vorigen Paragraphen, kann man leicht zeigen, daß auch durch die Wirkung dreier in Phase um 120° auseinandergehender Wechselströme ein Drehfeld entsteht. Die Stärke des rotierenden Feldes ist hier aber nicht dem Maximalfeld eines der Komponentenströme gleich, sondern das $^3/_2$-fache davon. Ein konstant rotierendes Magnetfeld erzeugt in Spulen, welche auf einem Kreise um 120° auseinander liegen, Wechselströme, welche in Phase um 120° auseinander liegen, den sog. Dreiphasenstrom,



Fig. 186.

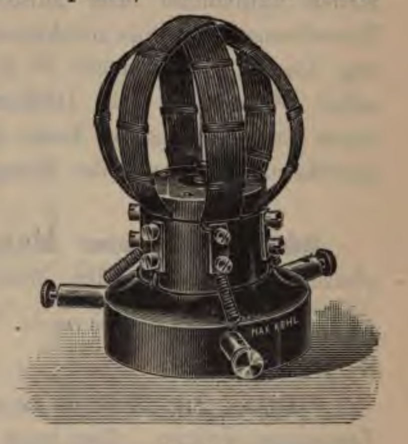


Fig. 187.

umgekehrt erzeugen solche Wechselströme in gleichgelagerten Spulen fließend das Drehfeld. Figg. 186 und 187 zeigen Modelle für die Herstellung eines Drehfeldes durch drei in Phase um 120° auseinanderliegende Wechselströme. Letztere werden erzeugt durch Drehen eines Magnetstabs über den drei Spulenpaaren in Fig. 186; in die Spulen der Fig. 187 geleitet, erzeugen sie das Drehfeld, welches Metallkörper, die auf einer Nadel im Inneren drehbar angeordnet sind, zur Rotation bringt.

248. Leiter im Drehfeld. Ein massiver Metallkörper oder ein Isolator, welcher mit einer in sich geschlossenen Wickelung versehen ist, in ein Drehfeld gebracht, rotiert mit demselben mit, weil die entstehenden Induktionsströme die relative Bewegung des Feldes gegen ihn zu verhindern suchen

(Lenzsches Gesetz). Hat der von Ohmschem Widerstand frei gedachte Körper bei seiner Bewegung keinen Widerstand zu überwinden, so ist seine Umdrehungsgeschwindigkeit derjenigen des Drehfeldes gleich. Hat der Körper aber, z. B. gegen Reibung, Arbeit zu leisten, so wird er sich langsamer drehen. Der dabei durch das Schneiden von Induktionslinien entstehende Induktionsstrom wird um so stärker, je größer die Geschwindigkeitsdifferenz ist. Die elektromagnetische Energie des im Magnetfeld fließenden Induktionsstromes ist der geleisteten mechanischen Arbeit äquivalent. Der Motor verhält sich ähnlich wie ein Transformator. Ohne mechanische Arbeit zu leisten, d. h. beim sog. Leerlauf, verbraucht er keine elektrische Energie. Ohmscher Widerstand des Drehungskörpers verursacht natürlich einen Energieverlust in Form Joulescher Wärme und eine entsprechende Änderung der Betrachtung.

249. Verketteter Mehrphasenstrom. Bei der Zweiphasenstrom erzeugenden Maschine werden zwei unabhängige, um $\frac{\pi}{2}$ in Phase differierende Wechselströme in unabhängigen Spulen erzeugt.

Schema Fig. 188a zeigt die Schaltung des unverketteten Zweiphasenstromes. Man kann aber auch (Fig. 188b) Leitung 2 und 3 zu einer gemeinsamen Leitung vereinigen; dadurch wird eine Leitung erspart. In der gemeinsamen Leitung fließt dann die Summe beider Wechselströme i, welche aber wegen der 90° Phasendifferenz nicht $2i$, sondern $\sqrt{2i^2}$ = ca. 1,4 i ist.

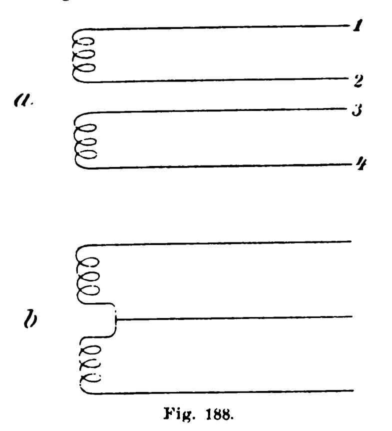


Fig. 188.

Bei unverkettetem Dreiphasenstrom hat man drei unabhängige Leitungspaare, also sechs Leitungsdrähte. Auch der Dreiphasenstrom ist indessen zu verketten in einer Weise, daß man nur drei Außenleiter nötig hat.

Dazu wird die Tatsache benutzt, daß, wenn man alle drei induzierten Spulen hintereinander schaltet, die Dreiphasenstrommaschine also in sich schließt, in der Maschine kein Strom fließt. Dies rührt daher, daß die Summe aller induzierten e. m. K. gleich Null ist.

Beweis: Die drei induzierten e. m. K. sind:

$e_0 \sin \alpha,$

$e_0 \sin(\alpha + 120^0) = e_0 \sin \alpha \cos 120^0 + e_0 \cos \alpha \sin 120^0,$

$e_0 \sin(\alpha + 240^0) = e_0 \sin \alpha \cos 240^0 + e_0 \cos \alpha \sin 240^0.$

Nun ist:

$$\cos 120^0 = - \sin 30^0 = - 0{,}5,$$
$$\sin 120^0 = + \cos 30^0,$$
$$\cos 240^0 = - \sin 30^0 = - 0{,}5,$$
$$\sin 240^0 = - \cos 30^0,$$

also ist die Summe aller drei e. m. K.:

$$\sum e = e_0 \sin \alpha + e_0 \sin \alpha \cdot (- 0{,}5) + e_0 \sin \alpha \cdot (- 0{,}5) = 0.$$

Der gleiche Satz gilt für die Ströme der drei Phasen; es ist auch

$$\sum i = 0.$$

Zwischen den Verbindungsstellen der Spulen herrschen aber die Spannungen der einzelnen Spulen, zwischen a und c beispielsweise die Spannung der linken Spule, welche nach dem eben bewiesenen Satz in jedem Augenblick gleich der Summe der Spannungen der beiden anderen Spulen ist. Diese Schaltung der drei Außenleiter a, b, c heißt Dreieckschaltung (Fig. 189).

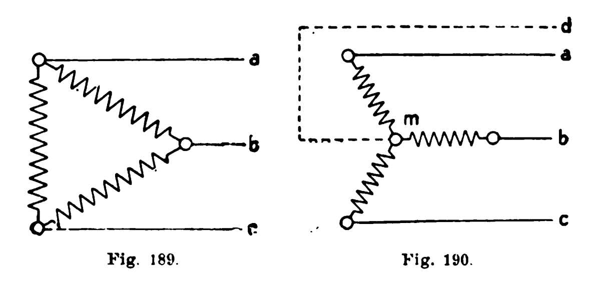


Fig. 189. Fig. 190.

Noch eine zweite Schaltungsart, die sog. Sternschaltung, wird vielfach benutzt. Bei ihr werden drei gleichliegende Enden der drei Spulen verbunden, und die Außenleiter a, b, c an die freien Enden angelegt. Ein vierter Außenleiter d, vom Verbindungs-

punkt der drei Spulen, dem sog. Nullpunkt, ausgehend, kann als Nulleiter verwendet werden (Fig. 190). Die beiden Schaltungen, welche gemischt benutzt werden können, so daß z. B. eine Drehstromdynamo in Sternschaltung einen Motor in Dreieckschaltung treibt, während zu gleicher Zeit Glühlampen zwischen Außenleitern und Nulleiter eingeschaltet sein können, unterscheiden sich dadurch, daß bei der Dreieckschaltung die Spannung der Außenleiter gleich der Spannung der einzelnen Phase ist, der Strom in den Außenleitern sich dagegen aus den Strömen in den einzelnen Phasenwickelungen zusammensetzt, während bei der Sternschaltung das Umgekehrte der Fall ist. Bei ihr ist der Strom in den Außenleitern gleich dem Strom in den Phasenwickelungen, dagegen die Spannung zwischen den Außenleitern zusammengesetzt aus den Spannungen zweier Phasen. Durch geometrische Addition der zwei um 120^0 differierenden Spannungen kann man leicht finden, daß die Spannung zwischen den Außenleitern das $\sqrt{3}$-fache der Spannung der einzelnen Phase ist. Bei Dreieckschaltung gilt die gleiche Beziehung für die Ströme in Außenleiter und Phasenwickelung.

250. Messung der Leistung eines Drehstromes.

A) Bei induktionsloser Belastung (Glühlampen). Arbeitet eine Maschine mit Sternschaltung auf induktionsfreie Belastung, z. B. Glühlampen, welche zwischen Nulleiter und den drei Außenleitern gleichmäßig verteilt sind, so ist die Leistung jeder einzelnen Phase, welche die effektive Stromstärke J und die Spannung E gegen den Nulleiter besitzen möge, gleich dem Produkt EJ. Die Leistung der Maschine ist daher $3EJ$ und direkt durch Messung der Effektivwerte E und J zu bestimmen. Setzt man an Stelle von E die Spannung E' zwischen den Außenleitern, die ja durch die Beziehung

$$E' = E\sqrt{3}$$

mit E verbunden ist, so wird die Leistung

$$u = E'J\sqrt{3}.$$

Derselbe Ausdruck für die Leistung gilt für die Dreieckschaltung, wenn J die Stromstärke in den Außenleitern, E' die Spannung zwischen denselben ist.

B) Bei induktiver Belastung (Motorenbetrieb). Die Berechnung der Leistung aus Effektivwerten von Spannung und Stromstärke ist zu kompliziert, wegen der notwendigen Berücksichtigung der Phasenverschiebung. Mit Hilfe zweier Wattmetermessungen gelangt man aber leicht zum Ziel. Es seien e_1, e_2, e_3 und i_1, i_2, i_3 zusammengehörige Momentanwerte von Spannung gegen den Nulleiter und Strom in den drei Phasen einer in Sternschaltung arbeitenden Maschine. Der Momentanwert der Leistung ist:

$$\begin{aligned} u &= e_1 i_1 + e_2 i_2 + e_3 i_3 \\ &= e_1(i_1 + i_2 + i_3) + i_2(e_2 - e_1) + i_3(e_3 - e_1) \\ &= i_2(e_2 - e_1) + i_3(e_3 - e_1). \end{aligned}$$

$(e_2 - e_1)$ und $(e_3 - e_1)$ sind die gleichzeitigen Momentanwerte der Spannungsdifferenz zwischen den Außenleitern b uud a bzw. c und a.

Um den Integralwert der Leistung zu erhalten, hat man also nur zwei Wattmeter W so zu schalten, daß ihre Stromspulen von den Strömen i_2 bzw i_3 durchflossen werden, und

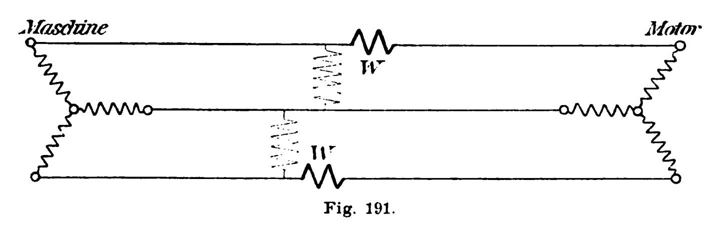


Fig. 191.

ihre Spannungsspulen sich zwischen den Außenleitern b und a, bezw. c und a befinden. Die Summe beider Wattmeterangaben ist dann die Leistung der Maschine (Fig. 191).

251. Drehstrommotoren. 1. Synchronmotoren. Ein synchroner Motor ist nichts anderes als eine Drehstromdynamomaschine, welche parallel der antreibenden Maschine geschaltet wird. Er bedarf der Gleichstromerregung, sowie des Angelassenwerdens. Einmal im Gang, bleibt er mit der Erregerdynamo im Takt, wenn er nicht z. B. durch Überlastung „aus der Phase fällt“. Die Wirkungsweise ist vollkommen analog derjenigen einphasiger Wechselstrom-Synchronmotoren.

2. Asynchrone Motoren. Die asynchronen Motoren haben das in § 248 behandelte Prinzip. Sie besitzen einen im Drehfeld des dreiphasigen Ankers befindlichen drehbaren Eisenkern mit einer in sich geschlossenen Wickelung, den sog. Läufer. Ist die Wickelung in sich kurzgeschlossen, so heißt er Kurzschlußläufer (Fig. 192). Meist wird der Motor indessen so gebaut, daß der Läufer durch einen äußeren Anlaßwiderstand geschlossen wird; dazu müssen Schleifringe und Bürsten vorhanden sein.



Fig. 192.

Hat der Läufer Arbeit zu leisten, so vermindert sich seine Umdrehungsgeschwindigkeit, so daß mehr Induktionslinien des Drehfeldes pro Sekunde geschnitten werden, und der Strom im Läufer wächst. Bei widerstandsloser Bewegung des Läufers würde derselbe dem Drehfeld vollständig folgen und daher stromlos und ohne induzierende Rückwirkung auf den Anker sein. Der Motor verbraucht dann keine elektrische Energie, genau wie ein leerlaufender Transformator.

252. Anlaufen des asynchronen Drehstrommotors. Im Moment des Beginns der Bewegung findet ein lebhaftes Schneiden von Induktionslinien mit der Läuferwickelung statt. In ihr fließt daher beim Anlassen ein kräftiger Strom. Indessen zeigt eine leichte Betrachtung, daß deswegen die Zugkraft auf den Läufer nicht die stärkste ist. Nehmen wir an, letzterer sei ein Kurzschlußläufer mit zu vernachlässigendem Ohmschen Widerstand; er bestehe z. B. der Übersichtlichkeit halber aus einem einzelnen in sich geschlossenen dicken Kupferdrahtkreis a, a, in Fig. 193 von der Seite als Linie gesehen. Das Feld rotiere, wie es durch den Pfeil angedeutet. Wegen der vor dem kleinen Ohmschen Widerstand bei weitem hervortretenden Induktanz wird der Strom gegen die induzierte e. m. K. um 90° nacheilen. Das Maximum der e. m. K. findet statt in dem Moment, wo die Feldrichtung

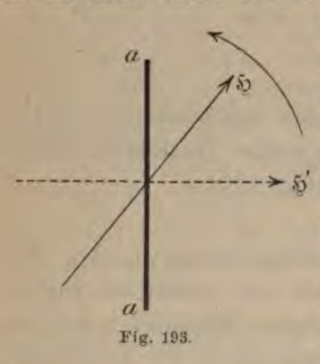


Fig. 193.

parallel der Kreisleiterfläche ist, das Maximum der Stromstärke also dann, wenn das Feld senkrecht zum Leiter steht ($\mathfrak{H}'$) und daher ohne bewegenden Einfluß auf ihn ist. Aus diesem Grunde läuft ein Motor mit Kurzschlußläufer trotz sehr großer Stromstärke in ihm nur schwer an, und man zieht es deshalb vor, den Motor mit Schleifringen und Anlaßwiderstand zu versehen. Letzterer bewirkt, daß die Maximalstromstärke zwar kleiner ist, aber in einem Zeitmoment entsteht, wo das Drehfeld auf den stromdurchflossenen Leiter noch bewegend einwirken kann.

253. Abstoßungsversuche von Elihu Thomson. Durch den gleichen Vorgang der Verspätung des Stromes gegen die induzierte e. m. K. um 90° erklären sich die als hübsche Vorlesungsversuche sehr frappierenden Versuche von E. Thomson. In sich kurzgeschlossene Leiter, wie Kupfer- oder besser wegen des kleineren Gewichts Aluminiumringe, werden über einen unterteilten Eisenkern geschoben. Sobald der Eisenkern durch einen starken Wechselstrom in einer ihn umgebenden Spule kräftig magnetisiert wird, fliegen die Ringe mit großer Vehemenz vom Eisenkern ab (Fig. 194). Dasselbe findet auch im Moment des Schließens eines Gleichstroms durch die Magnetisierungsspule statt. Der Wechselstrom in der Spule, dessen magnetische Wirkung durch den Eisenkern nur verstärkt wird, induziert in dem Ring eine um 90° ihm nacheilende e. m. K.; denn die induzierte e. m. K. ist negativ gerichtet und am größten im Moment, wo der Strom durch Null nach den positiven Werten geht und sich dabei am stärksten zeitlich ändert. Der Strom in dem widerstandslosen Ring folgt der e. m. K. mit 90° Phasenverspätung, d. h. dem Magnetisierungsstrom um 180° nacheilend, ist ihm immer entgegengesetzt und wird daher in jedem Moment von ihm abgestoßen. Hält man den Ring fest, so er-



Fig. 194.



Fig. 195.

wärmt er sich schnell. Ist er hohl, so kann man es durch baldiges Sieden von Wasser demonstrieren (Fig. 195).

254. Resonanzerscheinungen. Betrachten wir näher die Spannungsverhältnisse in einem Leitersystem, wie es in § 203 behandelt ist, bestehend aus induktivem Widerstand und Kapazität in Reihenschaltung (Fig. 196). Durch das System fließe ein Wechselstrom der effektiven Stromstärke J.

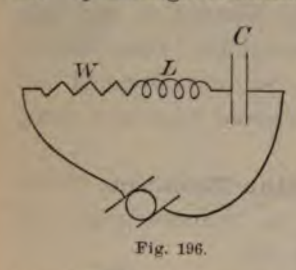


Fig. 196.

Die effektive Gesamtspannung E_g an den Enden des Leitersystems, welche zum Treiben des Stroms erforderlich ist, ist gleich Strom $\times$ Wechselstromwiderstand, also

$$E_g = J\sqrt{w^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = J\,W.$$

Die Spannungen E_s, E_c zwischen den Enden der Selbstinduktionsspule bzw. den Kondensatorbelegungen sind entsprechend

$$E_s = J\sqrt{w^2 + \omega^2 L^2},$$

$$E_c = \frac{J}{\omega C}.$$

Wie man aus diesen Ausdrücken sehen kann, können unter Umständen die Teilspannungen sehr viel größer sein als die Gesamtspannung, zu der sie sich geometrisch addieren. Diese Erscheinung heißt Resonanz. Die stärkste Resonanz tritt ein, wenn W und damit E_g seinen kleinsten Wert hat. Derselbe wird dann erreicht, wenn Kompensation von Selbstinduktion und Kapazität eintritt, die Klammer in dem Wurzelausdruck für W gleich Null wird. Dann ist:

$$\omega L = \frac{1}{\omega C},$$

$$E_g = Jw,\quad E_s = J\sqrt{w^2 + \omega^2 L^2},\quad E_c = \frac{J}{\omega C} = J\omega L.$$

Wie man hieraus ersieht, kann durch Kleinheit des Ohmschen Widerstandes die Gesamtspannung auf einen beliebig kleinen Wert gebracht werden, während dabei die Teilspannungen sehr große Werte haben können.

Der Fall der vollkommenen Resonanz tritt ein für:

$$\omega^2 = \frac{1}{LC} = 4\pi^2 n^2 = \frac{4\pi^2}{T^2}$$

oder

$$T = 2\pi\sqrt{LC},$$

d. h. wenn die Dauer einer Wechselstromschwingung gleich ist 2π-mal der Wurzel des Produktes aus Selbstinduktion und Kapazität.

Ist der Fall der vollkommenen Resonanz hergestellt und außerdem $w = 0$, d. h. die Spule ohne Ohmschen Widerstand, was sich ja praktisch nicht realisieren läßt, so ist die Gesamtspannung $E_g = 0$. Die Gesamtenergie, welche zwischen den Enden des gesamten Leitersystems verbraucht wird und durch das Produkt $E_g J \cos\varphi$ (siehe § 228) gegeben ist, ist mithin auch gleich Null. D. h. wenn dies System einmal von außen elektrisch angeregt ist, so kann man die Energiezufuhr völlig abschneiden, das System schwingt in sich weiter fort, mit der Dauer der Eigenschwingung

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Ist dagegen Ohmscher Widerstand vorhanden, so muß eine mit dem Widerstand wachsende äußere e. m. K.

$$E_g = Jw$$

dauernd wirken, um die Schwingungen des Systems aufrecht zu erhalten. Es bedarf äußerer Energiezufuhr. Ohne eine solche würden die Schwingungen abklingen.

255. Berechnung der für vollkommene Resonanz nötigen Größe von Selbstinduktion und Kapazität. Um für gewöhnlichen Wechselstrom von 50 Perioden (ω = ca. 300) mit einem Kondensator der Kapazität 1 Mikrofarad $= 10^{-6}$ Farad Resonanzerscheinung hervorzurufen, ist eine sehr große Spule erforderlich, welche die Selbstinduktion

$$L = \frac{1}{\omega^2 C} = \frac{1}{90\,000 \cdot 10^{-6}} = \text{ca. } 10 \text{ Henry}$$

besitzen muß. Es sind mithin für den langsamen, gewöhnlichen Wechselstrom sehr große Kondensatoren und Selbstinduktionen nötig, welche letzteren stets größeren Widerstand besitzen.

Immerhin kommen derartige Resonanzerscheinungen an den große Kapazität besitzenden Kabelleitungen vor und bedürfen sehr der Berücksichtigung von seiten des Technikers, um Durchschlagungen der Kabelisolation zu vermeiden.

Mit sehr viel geringeren Mitteln zu erreichen und sehr ausgeprägt sind die Erscheinungen der Resonanz bei schnellen elektrischen Schwingungen. Für diese, deren Schwingungszahl pro Sekunde viele Millionen betragen kann, ist die Bedingung $L = \frac{1}{\omega^2 C}$ mit ganz kleinen Kondensatoren und Drahtstücken leicht zu verwirklichen (s. später).

256. Darstellung der Resonanzerscheinung im Vektordiagramm. Um den Strom, der durch den Vektor OJ (Fig. 197) dargestellt wird, durch das Leitersystem zu treiben, sind drei geometrisch zu addierende e. m. K. nötig. Erstens OE_w in Phase mit OJ zur Überwindung des Ohmschen Widerstandes, zweitens OE_s um 90^0 voraneilend zur Überwindung der Selbstinduktion, drittens OE_c um 90^0 nachhinkend zur Überwindung der Gegenkraft der Kapazität. Es sind dabei die Effektivwerte der e. m. K. mit dem Effektivwert J der Stromstärke verbunden durch die Beziehungen:

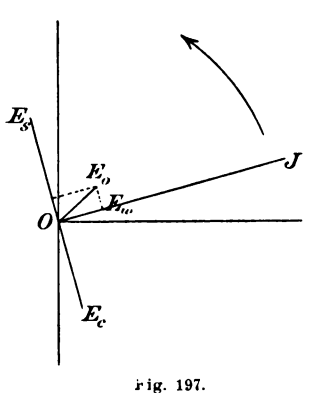


Fig. 197.

$$E_w = Jw; \quad E_s = J\omega L; \quad E_c = \frac{J}{\omega C}.$$

Dieselben Beziehungen gelten für die Maximalwerte der betreffenden Größen, also auch für die Längen der die e. m. K. und die Stromstärke darstellenden Vektoren. Im Fall vollkommener Resonanz ist $E_s = E_c$; die Summe der Vektoren OE_s und OE_c ist Null, und es bleibt als zur Treibung des Stromes erforderliche e. m. K. nur E_w übrig, welches für kleinen Ohmschen Widerstand w nur sehr klein ist. E_w ist dann mit dem Strom J in Phase. Im Fall unvollkommener Resonanz addiert sich geometrisch zu E_w die Differenz der beiden anderen e. m. K., wodurch dann die Phase der Gesamt-e. m. K. geändert

wird. Die resultierende e. m. K. eilt dann dem Strom nach oder voran, je nachdem $E_c >$ oder $< E_s$, d. h.

$$\frac{1}{\omega C} \gtrless \omega L$$

ist.

257. Stromresonanz. Resonanzerscheinungen können auch in einem Stromkreis auftreten, welcher eine Kapazität im Nebenschluß zu einer Selbstinduktion enthält (Fig. 198). In diesem Fall, welcher vollständig analog dem vorigen zu behandeln ist, äußert sich die Resonanz in der Weise, daß in jedem Zweig die Stromstärke eine viel größere sein kann als der das System durchfließende Gesamtstrom. Im Kapazitätszweig eilt die Stromstärke der an den Enden der Verzweigung wirkenden Maschinenspannung um 90° vorauf, im Selbstinduktionszweig um 90° oder, wenn die Spule Widerstand hat, um einen mehr oder weniger von 90° abweichenden Betrag nach. Beide Ströme haben daher eine Phasendifferenz von im Falle $w = 0$ genau, sonst nahezu 180° und summieren sich daher zu einem schwächeren Gesamtstrom. Im Falle vollkommener Resonanz sind die beiden Teilströme gleich und heben sich vollständig auf, das System schwingt dann, einmal angeregt, ohne elektrische Energiezufuhr weiter.

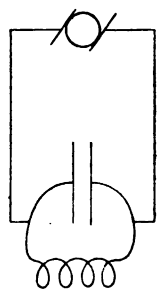


Fig. 198.

Elfter Abschnitt.

Elektrische Schwingungen.

A) Entstehung von elektrischen Schwingungen.

258. Vergleich mit Pendelschwingungen. Bereits in den letzten Paragraphen haben wir gesehen, daß ein aus Kapazität und Selbstinduktion bestehendes Leitersystem, einmal elektrisch angeregt, fortdauernd Eigenschwingungen ausführen kann, ohne daß von außen periodische Kräfte auf dasselbe wirken. Diese Schwingungen würden beliebig fortdauern, wenn die Leiter absolut widerstandslos wären. Es würde in diesem Fall kein Energieverlust in Form von Joulescher Wärme erfolgen, und es würde der Schwingungsprozeß lediglich darin bestehen, daß sich der Kondensator abwechselnd ladet und entladet. Im Zustande der Maximalladung ist der Strom gleich Null, das System besitzt elektrostatische Energie, dagegen keine magnetische Energie. Eine Viertelperiode später ist die Spannung zwischen den Kondensatorplatten Null und der Strom im Maximum, das System besitzt ein magnetisches Feld, daher magnetische Energie. Der Schwingungsvorgang beruht daher auf einer fortdauernden Umwandlung von elektrostatischer in magnetische Energie in ganz analoger Weise, wie bei einem Pendel ein fortwährender Wechsel von (potentieller) Energie der Lage und (kinetischer) Energie der Bewegung stattfindet.

Die Schwingungsdauer der elektromagnetischen Schwingung ist

$$T = 2\pi \sqrt{LC}.$$

Der Vergleich mit der Schwingungsdauer des Pendels

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\text{Trägheitsmoment}}{\text{Direktionskraft}}}$$

läßt die Selbstinduktion L als eine der Trägheit, die reziproke Kapazität $\frac{1}{C}$ als eine der Direktionskraft analoge Größe erscheinen.

259. Das Anregen eines Schwingungskreises erfolgt durch ein äußeres Schwingungssystem entweder durch direkte Kuppelung, wie die Leiterkreise in §§ 254, 257 durch Kuppelung mit der Wechselstrommaschine, oder durch induktive Einwirkung des äußeren schwingenden Systems. In beiden Fällen ist maximale Wirkung, wenn erzwingende und erzwungene Schwingung gleiche Schwingungsdauer besitzen, d. h. wenn die Systeme in vollkommener Resonanz sind. Der Kreis, in welchem die Schwingungen erzwungen werden, heißt Resonator. Man kann einen Kreis aus Kondensator und Selbstinduktion aber auch zu Schwingungen anregen, indem man ihn zuerst offen hält, ihm in dieser Form durch Aufladen des Kondensators potentielle, elektrostatische Energie zuführt und ihn dann schließt. Die periodische Energieumwandlung tritt dann von selbst ein, wie im Fall eines erst gehobenen, dann fallengelassenen Pendels.

260. Kondensatorschwingungen. Daß bei der Entladung von Leidener Flaschen durch ausgespannte oder aufgespulte Drähte Schwingungen stattfinden, wies Feddersen nach, indem er die Intermittenz des Entladungsfunkens mit Hilfe eines schnell rotierenden Spiegels zeigte. Im Spiegel betrachtet



Fig. 199.

erscheint der Funke als ein auseinandergezogenes Lichtband von dunklen Stellen unterbrochen (Fig. 199). Die Abstände der dunklen Stellen verhalten sich bei verschiedenen Schwingungskreisen unter Voraussetzung gleicher Rotationsgeschwindigkeit

des Spiegels wie die Quadratwurzeln aus Kapazität und Selbstinduktion. (Feddersen 1862, L. Lorenz 1879.)

Dadurch, daß Schwingungen auftreten, erklären sich manche Beobachtungen, welche an Entladungen von Leidener Flaschen zu machen sind. Z. B. der Umstand, daß sich nach Entladung öfters ein Rückstand von entgegengesetztem Vorzeichen in der Flasche vorfindet (v. Öttingen 1862), oder daß eine Stahlnadel, welche in einer vom Entladungsschlag durchflossenen Spirale liegt (Fig. 200), bald in der einen, bald in der anderen Richtung magnetisiert erscheint (Savary 1827).

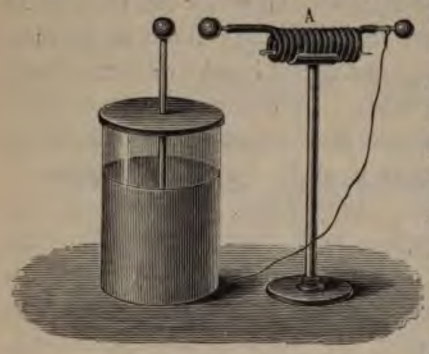


Fig. 200.

261. Theorie der Kondensatorschwingungen. Die Theorie der Kondensatorschwingungen auf Grund der Induktionsgesetze ist von Sir William Thomson 1853 und G. Kirchhoff 1857 aufgestellt worden.

Gegeben sei ein Kondensator mit der Kapazität C. Derselbe werde entladen durch eine Spule mit dem Ohmschen Widerstand w und dem Selbstinduktionskoeffizienten L. Ist V die Potentialdifferenz der Belegungen in einem Zeitmoment während der Entladung und i die Stromstärke in diesem Augenblick, so müssen in diesem selben Zeitmoment an den Enden der Spule zwei e. m. K. wirksam sein. Die eine, welche den Ohmschen Widerstand überwindet und gleich iw ist, die andere, welche die elektromotorische Gegenkraft der Selbstinduktion überwindet und in diesem Augenblick gleich $L\frac{di}{dt}$ ist. Die Enden der Spule liegen an den Kondensatorbelegungen an, die Summe dieser beiden e. m. K. muß also in jedem Augenblick gleich der jeweiligen Potentialdifferenz V der Kondensatorbelegungen sein, d. h.:

$$(1) \qquad V = iw + L\frac{di}{dt}.$$

V und i sind durch die Beziehung verbunden:

$$i = -C\frac{dV}{dt}, \tag{2}$$

indem $C\frac{dV}{dt}$ ja die Elektrizitätsmenge darstellt, welche pro Zeiteinheit durch die Spule hindurch fließt, und der Strom für eine Potentialabnahme des Kondensators positive Richtung hat.

Mit Hilfe von (2) kann man aus (1) V oder i eliminieren und erhält dann Differentialgleichungen für i oder V, deren Lösungen den zeitlichen Verlauf dieser Größen darstellen. Wir wollen die Gleichung für V lösen. Sie ist:

$$\frac{d^2V}{dt^2} + \frac{w}{L}\frac{dV}{dt} + \frac{V}{LC} = 0, \tag{3}$$

eine homogene, lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung. Die Lösung hat die Form $V = e^{\alpha t}$.

Setzt man dies ein, so wird:

$$\alpha^2 + \frac{w}{L}\alpha + \frac{1}{LC} = 0. \tag{4}$$

$$\alpha_{1,2} = \frac{-w \pm \sqrt{w^2 - 4\frac{L}{C}}}{2L}. \tag{5}$$

Sowohl $V_1 = e^{\alpha_1 t}$ als auch $V_2 = e^{\alpha_2 t}$ bilden Lösungen. Ebenso jede dieser beiden Größen mit einer Konstanten multipliziert, ebenso auch die Summen der einzelnen Lösungen. Die allgemeinste Lösung hat daher die Form:

$$V = A_1 e^{\alpha_1 t} + A_2 e^{\alpha_2 t}.$$

Hierin sind A_1 und A_2 Konstanten, und α_1 und α_2 haben den durch (5) gegebenen Wert, welcher für $w^2 < 4\frac{L}{C}$ komplexe Form annimmt.

Setzt man die Werte für α aus (5) in die allgemeine Lösung ein, so wird:

$$V = e^{-\frac{w}{2L}t}\left(A_1 e^{\frac{\sqrt{w^2-4\frac{L}{C}}}{2L}t} + A_2 e^{-\frac{\sqrt{w^2-4\frac{L}{C}}}{2L}t}\right).$$

Wir wollen jetzt eine experimentell leicht zu erreichende Bedingung einführen, nämlich dem Leiter eine solche Form geben, daß w^2 neben $4\frac{L}{C}$ zu vernachlässigen ist; das ist der

Fall, wenn er kleinen Widerstand und große Selbstinduktion besitzt. Dadurch erhalten die Exponentialfunktionen in der Klammer eine einfachere Form. Die Rechnung läßt sich in ebenso leichter Weise auch ohne diese Vereinfachung durchführen. Wir wählen sie indessen schon jetzt, weil die Formeln etwas übersichtlicher werden und außerdem der Fall kleinen Widerstandes der uns allein hier interessierende ist. Es wird durch Vernachlässigung von w^2 neben $4\frac{L}{C}$:

$$V = e^{-\frac{w}{2L}t}\left(A_1 e^{i\frac{t}{\sqrt{LC}}} + A_2 e^{-i\frac{t}{\sqrt{LC}}}\right). \tag{6}$$

Dies die allgemeine Lösung für den Verlauf des Potentials. Um dessen periodischen Charakter zu erkennen, noch eine Umformung. Für die Umwandlung von Exponential- in trigonometrische Funktionen gelten die Sätze:

$$\cos z + i \sin z = e^{iz},$$
$$\cos z - i \sin z = e^{-iz}.$$

Hieraus folgt:

$$\begin{aligned} A_1 e^{iz} + A_2 e^{-iz} &= \cos z (A_1 + A_2) + i \sin z (A_1 - A_2) \\ &= B_1 \cos z + B_2 \sin z. \end{aligned}$$

Setzt man hierin $z = \frac{t}{\sqrt{LC}}$, so erhält (6) die Form:

$$V = e^{-\frac{w}{2L}t}\left(B_1 \cos\frac{t}{\sqrt{LC}} + B_2 \sin\frac{t}{\sqrt{LC}}\right). \tag{7}$$

Diese Gleichung stellt die allgemeine Lösung der Differentialgleichung (3) dar für den Fall kleinen Widerstandes.

262. Diskussion der allgemeinen Lösung. V ist, wenn man zunächst vom Faktor vor der Klammer absieht, eine rein periodische Funktion, und zwar nach dem Satze in § 198 eine Sinusfunktion. Wenn das Argument des Sinus um 2π zugenommen hat, hat er wieder den gleichen Wert. Ist die dazu nötige Zeit T, so ist

$$\frac{t+T}{\sqrt{LC}} - \frac{t}{\sqrt{LC}} = \frac{T}{\sqrt{LC}} = 2\pi.$$

Daher folgt die Schwingungsdauer:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \tag{8}$$

Der Faktor $e^{-\frac{w}{2L}t}$ bewirkt, daß die Schwingungen allmählich abklingen; denn zur Zeit $t = \infty$ ist er und mit ihm V gleich Null. Das Abklingen wird bewirkt durch den Widerstand. Ohne Widerstand wird $(w = 0)$ der Faktor gleich Eins. Je größer die Selbstinduktion, desto kleiner ist dagegen die Dämpfung. Nach der Zeit $\tau = \frac{2L}{w}$ wird der Faktor $= e^{-1} = \frac{1}{e}$, d. h. nach dieser Zeit ist die Amplitude der Schwingung auf den $e = 2{,}7^{\text{ten}}$ Teil gesunken.

Unter dem **Dämpfungsfaktor** k einer Schwingung versteht man das Verhältnis zweier um eine ganze Schwingung auseinanderliegender Amplituden. Es ist

$$(9) \qquad k = \frac{e^{-\frac{w}{2L}t}}{e^{-\frac{w}{2L}(t+T)}} = e^{\frac{w}{2L}T} = e^{\pi w \sqrt{\frac{C}{L}}}.$$

Das **logarithmische Dekrement** λ der Schwingung ist der natürliche Logarithmus von k, also der Exponent von e:

$$(10) \qquad \lambda = \pi w \sqrt{\frac{C}{L}}.$$

Diese Formel zeigt den Einfluß von Widerstand, Kapazität und Selbstinduktion auf die Dämpfung.

263. Lösung eines bestimmten Spezialfalles. Es werden die Belegungen eines auf das Potential V_0 geladenen Kondensators im Zeitmoment $t = 0$ durch den induktiven kleinen Widerstand geschlossen. Um den zeitlichen Verlauf des Potentials zu berechnen, führt man in die allgemeine Lösung (7) die Grenzbedingungen ein.

Für $t = 0$ ist $V = V_0 = B_1$.

Ferner ist für $t = 0$; $i = -C\frac{dV}{dt} = 0$. Durch Differentiation von (7) folgt:

$$(11) \qquad i = -Ce^{-\frac{w}{2L}t}\left(-\frac{V_0}{\sqrt{LC}}\sin\frac{t}{\sqrt{LC}} + \frac{B_2}{\sqrt{LC}}\cos\frac{t}{\sqrt{LC}}\right) + \frac{Cw}{2L}e^{-\frac{w}{2L}t}\left(V_0\cos\frac{t}{\sqrt{LC}} + B_2\sin\frac{t}{\sqrt{LC}}\right).$$

Hierin $t = 0$ gesetzt, ergibt:

$$i = -\frac{CB_2}{\sqrt{LC}} + \frac{CwV_0}{2L} = 0,$$

(12)
$$B_2 = \frac{wV_0}{2\sqrt{\frac{L}{C}}} = 0.$$

Es ist $B_2 = 0$, weil wir oben die Bedingung eingeführt haben, daß w gegen $2\sqrt{\frac{L}{C}}$ zu vernachlässigen sei.

Die allgemeine Lösung wird daher für den speziellen Fall:

(13)
$$V = V_0\, e^{-\frac{w}{2L}t} \cos\frac{t}{\sqrt{LC}}.$$

Ferner erhält man aus Gleichung (11), in welcher der ganze zweite Summand sowie das zweite Glied der ersten Klammer wegen (12) verschwinden, zugleich die Lösung, welche den zeitlichen Verlauf der Stromstärke darstellt:

(14)
$$i = \frac{CV_0}{\sqrt{LC}}\, e^{-\frac{w}{2L}t} \sin\frac{t}{\sqrt{LC}}.$$

264. Diskussion der speziellen Lösung. Sowohl Potential als auch Strom verlaufen sinusförmig, aber mit einer Phasendifferenz von $\frac{\pi}{2}$ gegeneinander. Der Maximalwert des Stromes ist nach (14)

$$i_0 = \frac{CV_0}{\sqrt{LC}} = \frac{2\pi CV_0}{T}$$

in seiner Beziehung zum Maximalpotential gegeben. Wenn man weiß, daß Potential und Strom sinusförmig verlaufen, so kann man diesen Ausdruck für i_0 leicht anders ableiten. Die ganze Ladung des Kondensators beträgt CV_0; diese stürzt in der Zeit einer Viertelperiode durch den Querschnitt des Leiters, da nach der Zeit $\frac{T}{4}$ die Potentialdifferenz der Kondensatorbelegungen auf Null gefallen ist. Die mittlere Stromstärke beträgt daher

$$i' = \frac{CV_0}{T/4},$$

die Maximalstromstärke daher nach § 220:

$$i_0 = \frac{\pi}{2}\, i' = \frac{2\pi CV_0}{T}.$$

265. Berechnung eines bestimmten Falles. Eine größere Leidener Flasche mit der Kapazität 0,007 Mikrofarad, geladen auf 50 000 Volt, entlade sich durch eine Spule von 2 cm Radius, 10 cm Länge mit 32 Windungen, deren Widerstand 1 Ohm betrage.

$C = 0{,}007$ M. F. $= 7 \cdot 10^{-9}$ Farad $= 7 \cdot 10^{-18}$ abs. (§ 99).

$L = \frac{4\pi n^2 q}{l} = \frac{12{,}6 \cdot 1000 \cdot 12{,}6}{10} = 1{,}6 \cdot 10^4 = 1{,}6 \cdot 10^{-5}$ Henry (§ 165).

Schwingungsdauer $T = 2\pi\sqrt{LC} = 2 \cdot 10^{-6}$ sek.

Schwingungszahl $n = \frac{1}{2}$ Million pro sek.

$V_0 = 50\,000$ Volt $= 5 \cdot 10^{12}$ abs. Einh.

Maximalstromstärke $i_0 = \frac{2\pi C V_0}{T} = 108{,}5$ abs. Einh. $= 1085$ Amp.

Ist der Widerstand der Spule gleich 1 Ohm $= 10^9$ abs. Einh., so ist das logarithmische Dekrement

$$\lambda = \pi w \sqrt{\frac{C}{L}} = 0{,}07.$$

Die Zeit τ, nach welcher der Maximalwert der Schwingung auf den $e = 2{,}7^{\text{ten}}$ Teil seines Anfangswertes durch Dämpfung gesunken ist, ist

$$\tau = \frac{2L}{w} = 3{,}2 \cdot 10^{-5}\ \text{sek},$$

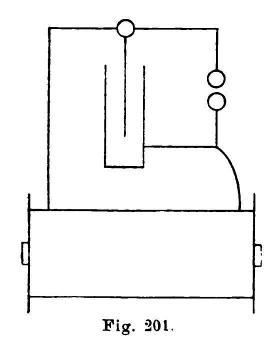
d. h. nach

$$\frac{\tau}{T} = \frac{3{,}2 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 10^{-6}} = 16 \text{ ganzen Schwingungen.}$$

266. Einfluß von Ohmschem Widerstand des Schwingungskreises. Ist der Schwingungskreis frei von Ohmschem Widerstand, so schwingt er, einmal angeregt, bis in die Unendlichkeit weiter, wie ein Pendel, welches ohne jegliche Reibung schwingt. Es findet kein Energieverlust statt, der im Leiterkreis fließende Wechselstrom ist ein wattloser (§ 229). Ist ein sehr kleiner Widerstand vorhanden, so hat derselbe den Einfluß, die Schwingungen zu dämpfen; es tritt vor die Sinusfunktion das Glied $e^{-\frac{w}{2L}t}$. Bei diesen gedämpften Schwingungen ist der

Strom aber noch merklich in Phase um 90° gegen die elektromotorische Kraft verschoben (Resultat des § 263). Hat der Widerstand des Schwingungskreises eine solche Größe, daß nicht mehr die Vernachlässigung von w^2 gegen $4\frac{L}{C}$ stattfinden kann, so ist die Rechnung, solange nur $w^2 < 4\frac{L}{C}$ ist, genau wie bisher durchzuführen. Man darf nur nicht mehr die Konstanten α_1 und α_2 in § 261 in der abgekürzten Form schreiben. Es ergibt sich dann auch die Konstante B_2 nicht mehr gleich Null, und man erhält für Potential V und Strom i zwei Sinusfunktionen zwar gleicher Periode, aber verschiedener Phase. Der Energieverlust ist dem cos dieser Phasendifferenz proportional (§ 228). Wird endlich der Widerstand so groß, daß $w^2 \geqq 4\frac{L}{C}$, so verlieren die Exponenten α ihre komplexe Form, und es treten keine Schwingungen mehr auf, es wird der aperiodische Zustand erreicht.

267. Schwingungen im Rhumkorffschen Induktor. Demonstration dieser langsamen Schwingungen. Werden die Enden der Sekundärspule eines größeren Induktors mit einer Leidener Flasche verbunden, so regt eine Stromunterbrechung in der Primärspule das sekundäre System zu Schwingungen an, welche wegen der großen Selbstinduktion der Spule sehr langsam und wenig gedämpft sind. In einer Spule nimmt die Selbstinduktion mit dem Quadrat der Windungszahl (§ 174), der Widerstand nur im einfachen Verhältnis zu ihr zu; der die Dämpfung bestimmende Quotient $\frac{w}{2L}$ nimmt daher mit wachsender Windungszahl ab. Die Sekundärspule eines Induktors hat viele Windungen, daher geringe Dämpfung. Schaltet man parallel zur Leidener Flasche eine Funkenstrecke (Fig. 201), so wird der in ihr auftretende Funke bereits in einem ganz langsam rotierenden Spiegel in viele einzelne Bilder aufgelöst. Die Schwingungen in der Se-


Fig. 201.

kundärspule laden fortwährend die Flasche abwechselnd positiv und negativ auf. Jeder einzelne der durch diese Aufladungen bedingten Funken ist wieder oszillatorisch, der Selbstinduktion der Leitung zum Funkenmikrometer entsprechend. Zu deren Auflösung würde aber ein äußerst schnell rotierender Spiegel gehören.

268. Experimentelle Ermittelung der Schwingungskurve. Fallpendel. Messung von Dielektrizitätskonstanten. Das Helmholtzsche Fallpendel ist eine Pendelvorrichtung, welche eine sehr kurze, bekannte Zeit hintereinander zwei Kontakte zu öffnen erlaubt. Der eine davon ist mikrometrisch zu verschieben und dadurch die Zeit zwischen den Kontaktöffnungen nach Belieben zu verändern. Wenn man den zeitlichen Verlauf des Potentials an den Kondensatorbelegungen in der Anordnung des vorigen Paragraphen bestimmen will, so schaltet man derartig, daß der erste Kontakt den Primärstrom öffnet. Dadurch werden die Schwingungen des Kondensators mit der Sekundärspule ausgelöst, welche nun ihrerseits in einem beliebigen Zeitmoment durch den zweiten Kontakt unterbrochen werden können, dadurch, daß man durch seine Öffnung den Kondensator von der Sekundärspule trennt. Ein mit dem Kondensator verbundenes Elektrometer zeigt dann das Potential des Kondensators im Zeitmoment der Trennung an. Auf diese Weise kann man durch einfaches Verschieben des zweiten Kontaktes die zeitliche Potentialkurve aufnehmen und dadurch Schwingungsdauer, Maximalwerte und Dämpfung bestimmen.

Schaltet man dem Kondensator mit der Kapazität C einen zweiten der Kapazität C' parallel, so erhält man eine größere Schwingungsdauer. Die Schwingungsdauern vor und nach dem Zuschalten sind:

$$T = 2\pi \sqrt{LC},$$

$$T' = 2\pi \sqrt{L(C + C')}.$$

Aus beiden Gleichungen folgt:

$$C' = \frac{T'^2 - T^2}{T^2} C.$$

Füllt man den zugeschalteten Kondensator mit einem

Medium der Dielektrizitätskonstante K, so erhält man eine weiter vergrößerte Schwingungsdauer. Die Kapazität ist

$$C'' = \frac{T'^2 - T^2}{T^2} C$$

und

$$K = \frac{C''}{C'} .$$

Nach dieser Methode sind von Schiller 1874 Dielektrizitätskonstanten gemessen worden. Wegen der Schnelligkeit der Schwingungen ist man frei von den störenden Wirkungen der Rückstandsbildung und der Leitfähigkeit.

269. Schnelle Schwingungen in Wheatstonescher Brücke. Die beiden Belegungen des schwingenden Kondensators kann man an die Enden der Wheatstoneschen Brückenanordnung in § 211 anlegen. In derselben entstehen dann sehr schnelle Wechselströme, welche wie dort zur Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten verwendet werden können. Diese Methode ist wie diejenige für langsame Wechselströme von Nernst ausgearbeitet worden. Zur Erkennung, ob der Brückenzweig stromlos ist, kann wegen der Schnelligkeit der Schwingungen das Telephon natürlich nicht Verwendung finden. Statt dessen benutzt man eine kleine Röhre mit verdünntem Gas. Das Aufhören des Leuchtens in ihr ist ein scharfes Kriterium dafür, daß an ihren Elektroden keine Spannungsschwankungen eintreten.

270. Demonstration der Kondensatorschwingungen mit dem Summer. Der Summer ist ein im telephonischen

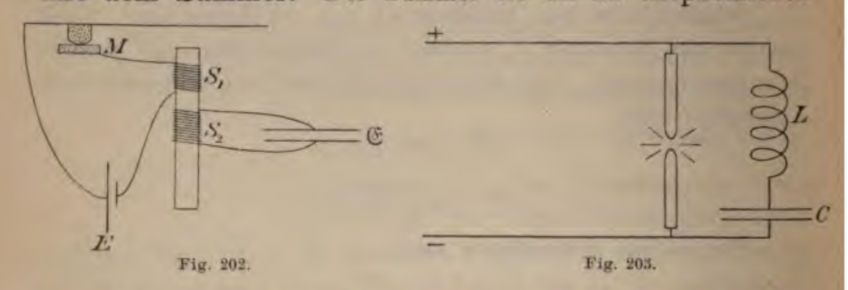


Fig. 202. Fig. 203.

Verkehr benutzter kleiner Apparat, welcher ziemlich rein sinusförmige Ströme liefert. Fig. 202 zeigt schematisch seine An-

ordnung. Das Element E ist geschlossen durch die Primärspule S_1 einer kleinen über einen permanenten Magneten geschobenen Induktionsrolle und durch den Kohlekontakt eines vor dem Magneten montierten Mikrophons mit Eisenmembran. Die Enden der Sekundärspule S_2 der Induktionsrolle werden mit den Belegungen eines Kondensators C verbunden. Schließt man den Primärkreis, so wird der sekundäre zu Schwingungen angeregt. Diese Wechselströme verstärken und schwächen periodisch den Magneten, so daß die Membran sich in demselben Tempo mitbewegt. Dadurch wird die Mikrophonanordnung in Tätigkeit gesetzt und im Primärkreis Stromschwankungen erzeugt, welche den Sekundärkreis weiterhin in Schwingungen erhalten. Die Mikrophonanordnung dient also dazu, die Energiequelle des Elements auszulösen und den Sekundärkreis in elektrischen Schwingungen zu erhalten, welche ohne diese Auslösung gleich abklingen würden. Der Ton der Membran zeigt die Periode der Schwingungen an. Dieselbe hängt ab von der Kapazität des angehängten Kondensators. Der Ton nimmt an Höhe ab, wenn man die Kapazität vergrößert oder in den Schwingungskreis eine Spule mit Selbstinduktion einschaltet.

271. Demonstration der Kondensatorschwingungen mit dem singenden Lichtbogen. Schließt man einen Kondensator von großer Kapazität (einige Mikrofarad) durch eine kleine Spule und einen elektrischen Lichtbogen (Fig. 203), der von einer Dynamomaschine gespeist wird, so wird der aus Kondensator, Spule und Lichtbogen bestehende Schwingungskreis zu elektrischem Schwingen angeregt. Man hat sich dies Anregen ähnlich zu denken, wie eine Orgelpfeife durch einen Luftstrom angeregt wird. Die schnellen Wechselströme der Kondensatorschwingung superponieren sich über den Gleichstrom, welcher den Lichtbogen speist, diesen in schneller Aufeinanderfolge schwächend und stärkend. Durch die damit verbundenen schnellen Temperaturwechsel gerät der Lichtbogen in synchrone Vibrationen und tönt. Die Schwingungszahl des entstehenden Tones ist gleich derjenigen der elektrischen Schwingungen. Bei großer Kapazität des Kondensators kann die Schwingungszahl genügend klein werden, so daß die Schwingung als Ton gehört

werden kann. Verkleinerung von Kapazität oder Selbstinduktion erzeugen Erhöhung des Tones. Für den Versuch ist ein ganz kurzer Lichtbogen zwischen nichtimprägnierten Kohlen bei schwachem Strom zu wählen, eine Kapazität von der Größenordnung eines Mikrofarads und eine kleine dickdrähtige Spule. Ein massiver Eisenkern in die Spule gelegt, wird durch Hysteresis und Foucaultströme heiß, und kann auf diese Weise in abgeschlossenem Raum ohne weitere Zuleitung geglüht werden.

272. Der sprechende Lichtbogen. Selenzelle. Lichttelephonie. Die im letzten Paragraphen besprochene Eigentümlichkeit des Lichtbogens, sich über den Hauptstrom überlagernde, schnell intermittierende Ströme akustisch wiederzugeben, ist dazu benutzt worden, auch die Töne der menschlichen Sprache oder musikalischer Instrumente vom Lichtbogen reproduzieren zu lassen. Die Schaltung zeigt Fig. 204. Der Lichtbogen wird von einer Akkumulatorenbatterie gespeist. Im Stromkreis befindet sich die primäre Wickelung einer Induktionspule. Die sekundäre Wickelung bildet mit einem Element und einem Mikrophon einen besonderen Stromkreis. Spricht man gegen die Membran des Mikrophons, so wird entsprechend den Schwingungen derselben der Strom im Mikrophonkreis gestärkt und geschwächt. Die Stromschwankungen teilen sich durch Induktion dem Lichtbogenstromkreis mit. Der Lichtbogen gibt dann die ins Mikrophon gesprochenen oder gesungenen Töne laut wieder. Für gute Effekte ist hierbei ein möglichst langer Lichtbogen zwischen salzimprägnierten Kohlen anzuwenden. Das Mikrophon kann dabei natürlich weit entfernt aufgestellt sein. Die schnellen Stromschwankungen im Lichtbogen sind von ebensolchen Helligkeitsschwankungen begleitet. Man kann diese Schwankungen der Lichtintensität registrieren mit Hilfe einer

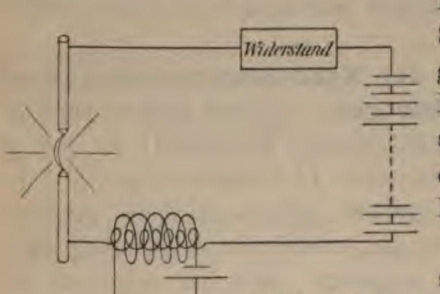


Fig. 204.

sog. Selenzelle. Das metallische Selen besitzt die Eigentümlichkeit, bei Belichtung seinen Widerstand bedeutend zu verkleinern, und zwar um so mehr, je größer die Intensität des auffallenden Lichtes ist. Diese Widerstandsänderungen gehen schnell vor sich und vermögen z. B. den schnellen Lichtschwankungen des tönenden Lichtbogens zu folgen. Läßt man daher die Strahlen desselben auf eine Selenzelle fallen, die in einen Stromkreis geschaltet ist, welcher ein galvanisches Element und ein Telephon enthält, so hört man die Stromschwankungen im Telephon als den gleichen Ton, welchen der Lichtbogen aussendet. Mittels eines Scheinwerfers kann man auf eine solche Weise auf leidlich große Entfernungen „ohne Draht telephonieren". Man spricht in ein Mikrophon, erregt dadurch einen Scheinwerferlichtbogen zum Mitsprechen, und dadurch zugleich vermittelst der Selenzelle das entfernte Telephon der Empfangsstation.

273. Große Induktionswirkungen der Kondensatorentladungen. In § 265 ist gezeigt, daß bei den Entladungen Leidener Flaschen die Stromstärke erhebliche Werte besitzen kann. Wird in dem dort berechneten Fall der Schließungsdraht kürzer gewählt, so kann man die Selbstinduktion leicht hundert und mehr mal kleiner machen. Die Schwingungsdauer nimmt dann mit der Quadratwurzel aus der Selbstinduktion ab, die maximale Stromstärke in demselben Verhältnis zu. Es können so leicht Ströme von 10 000 Ampère und mehr maximaler Stromstärke erreicht werden. In der sehr kurzen Zeit einer halben Schwingungsdauer schwankt dieser Wert von seinem positiven zum negativen Maximum. Die Größe $\frac{di}{dt}$, welche für die Induktionswirkung nach außen in Betracht kommt, ist mithin sehr groß, unvergleichlich viel größer, als sie mit starken Wechselströmen von Maschinen erreicht werden kann. Man kann die starke Induktion anschaulich mit zwei großen über Holzkreuze gespannten Drahtvierecken (ca. 1 m Seitenlänge, dicker Kupferdraht oder besser

c. $\frac{1}{8}$ n. Gr.

Fig. 205.

Kupferblechstreifen) demonstrieren. Das eine Viereck ist in den Entladungskreis eingeschaltet. Das andere Viereck ist durch eine kleine Glühlampe geringen Widerstandes in sich geschlossen. Sind die Ebenen der Drahtvierecke parallel, so leuchtet bei einigermaßen kräftigen Entladungsschwingungen die Glühlampe auch noch bei nach Metern zählenden Entfernungen der Vierecke. Keine Induktion findet statt, wenn die Ebenen der beiden Drahtvierecke senkrecht zueinander sind. Auch der Drahtkreis (Fig. 205) ist zur Demonstration zu benutzen. Wenn man die Drahtschleife über eine von kräftigen Schwingungen durchflossene Spule hält, so leuchtet die Glühlampe hell auf.

274. Resonanz. Teslatransformator. Die starke induzierende Wirkung wird im Teslatransformator zur Erzielung äußerst hoher Spannungen benutzt. Ein Teslatransformator (Fig. 206) ist ein eisenfreier Induktionsapparat, dessen Primärspule aus wenigen Windungen eines dicken Kupferdrahts oder besser eines dünnen Kupferblechstreifens, und dessen Sekundärspule aus mehr Windungen dünnen Kupferdrahtes besteht. Den zu erzielenden hohen Spannungen entsprechend muß die Isolation eine vortreffliche sein; größere Transformatoren stellt man daher in Öl. Durch die Primärspule werden



Fig. 206.

die Entladungsschwingungen einer oder mehrerer Leidener Flaschen geschickt. Der so hergestellte Apparat kann an den Enden der Sekundärspule ungeheure Spannungsdifferenzen erregen. Dazu ist aber die Erfüllung einer Bedingung an ihm erforderlich, welche man kurz dahin aussprechen kann:

Der primäre und der sekundäre Kreis müssen miteinander in Resonanz sein.

Die Sekundärspule des Transformators nämlich, ebenso wie auch diejenige des Induktors bei dem Versuch in § 267, bilden auch ohne angehängten Kondensator ein Leitersystem, welches Selbstinduktion und Kapazität besitzt, daher schwingungsfähig ist. Nur wenn die Eigenschwingung des Sekundärkreises gleiche Schwingungsdauer mit der primären Schwingung hat, werden sich die einzelnen Impulse in ihrer Wirkung verstärken können. Die gewünschte maximale Wirkung hat ein Teslatransformator also nur in Verbindung mit einer Leidener Batterie ganz bestimmter Kapazität, und werden die Enden der Sekundärspule mit Leitern von in Betracht kommender Kapazität verbunden, so muß man den Primärkreis, etwa durch Mehreinschalten einiger Drahtwindungen, „abstimmen“.

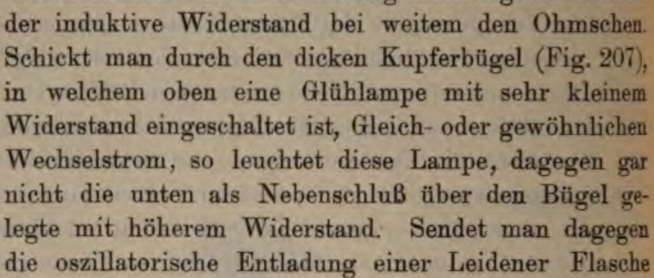
275. Teslaversuche. Mit Hilfe des Teslatransformators kann man eine Reihe sehr gefälliger Versuche anstellen, welche ihre Eigenheiten der hohen Spannung und den rapiden Wechseln verdanken. Große Funkenlängen, welche man dadurch, daß man die Funken an Holz oder Glastafeln mit Magnesiumpulver gleiten läßt, noch vergrößern und glänzender machen kann. Leitet man die Enden der Sekundärspule zu dünnen, parallel ausgespannten Drähten, so leuchten diese infolge der Büschelentladungen in ihrer ganzen Länge.

Elektrodenlose Röhren mit verdünntem Gase leuchten noch in größerer Entfernung des Transformators.

Leitet man einen Pol zur Erde (für maximale Wirkung ist jetzt ein anderes primäres System erforderlich, s. S. 350), stellt sich isoliert mit dem einen Kontakt einer Glühlampe in der Hand auf und berührt mit dem anderen Kontakt der Glühlampe den freien Pol des Transformators, so leuchtet die Glühlampe. Ihr Faden kommt ins Glühen infolge der Ladungsströme, welche

durch ihn in die Kapazität des menschlichen Körpers fließen. Durch eine Kette von vielen Personen hindurch gelingt der gleiche Versuch noch, wenn man anstatt der Glühlampe eine Geißlersche Röhre, welche elektrodenlos sein kann, nimmt.

276. Impedanzversuch. Für die schnellen Wechselströme der oszillierenden Flaschenentladung überwiegt in Drähten der induktive Widerstand bei weitem den Ohmschen. Schickt man durch den dicken Kupferbügel (Fig. 207), in welchem oben eine Glühlampe mit sehr kleinem Widerstand eingeschaltet ist, Gleich- oder gewöhnlichen Wechselstrom, so leuchtet diese Lampe, dagegen gar nicht die unten als Nebenschluß über den Bügel gelegte mit höherem Widerstand. Sendet man dagegen die oszillatorische Entladung einer Leidener Flasche durch die Anordnung, so erlischt erstere Lampe, während die andere hell aufleuchtet. Der induktive Widerstand des längeren Kupferbügels überwiegt den Widerstand des kürzeren Weges durch die untere Lampe. Bei diesem Versuch kann die obere Lampe auch ganz fehlen und der Bügel vollständig aus dickem massiven Kupferdraht hergestellt sein.



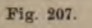


Fig. 207.

277. Die Schwingungen verlaufen nur an der Oberfläche der Leiter. Ein Gleichstrom durchfließt einen gerade ausgespannten Draht, den man sich aus vielen gespannten Fäden bestehend denken kann, in seiner ganzen Dicke gleichmäßig, mit gleichförmiger Stromdichte. Ist aber die Stromstärke Schwankungen unterworfen, so wirken alle einem Faden benachbarten Fäden auf diesen induzierend, nach dem Lenzschen Gesetz (§ 155) derart, daß die Stromschwankungen vermindert werden. Die innersten Fäden sind allseitig, die an der Oberfläche befindlichen nur teilweise von benachbarten Fäden umgeben. Im Inneren des Drahtes werden daher die Stromschwankungen mehr durch Induktion heruntergedrückt, als an seiner Oberfläche, und zwar in um so höherem Maße, als die Stromwechsel schnellere sind. Dies hat zur Folge, daß sehr schnelle Wechselströme schließlich

nur noch auf der Oberfläche verlaufen. Als Ohmscher Widerstand kommt dann für deren Leitung auch nur derjenige der dünnen Schicht, in welcher die Leitung stattfindet, in Betracht.

278. Experimentelle Herstellung andauernder Kondensatorentladungen für Teslaversuche. Fig. 208 zeigt einen kleineren Apparat für Teslaversuche. Die Belegungen der Leidener Flasche werden mit der Sekundärspule eines Induktors verbunden. Die Flasche entladet sich bei jeder Stromunterbrechung in der Primärspule des Induktors durch die Funkenstrecke *i* und die Primär-

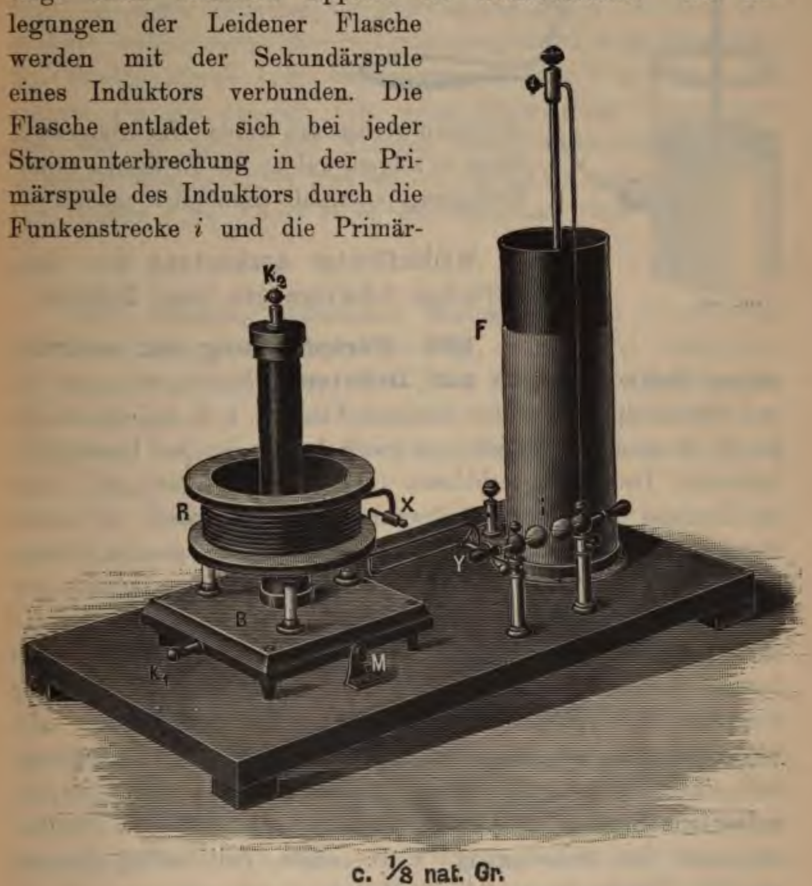


Fig. 208.

spule *R* des Teslatransformators. K_1, K_2 sind die Enden der innerhalb der primären Spule stehenden Sekundärspule. Man kann die Versuche mit gewöhnlichem Unterbrecher anstellen. Glänzende Form erhalten sie aber erst durch Verwendung des

Turbinenunterbrechers (nicht so gut hierfür der Wehnelt-Unterbrecher) oder besonders bei Betrieb des Induktors mit einer Wechselstrommaschine. Der Entladungsfunke muß durch leichtes

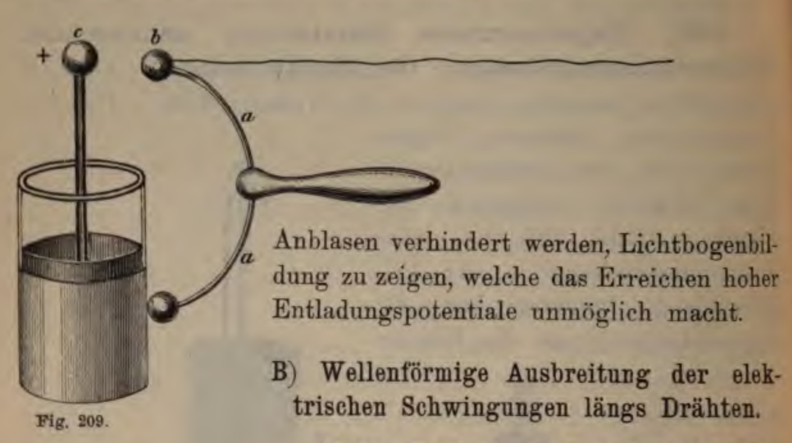


Fig. 209.

Anblasen verhindert werden, Lichtbogenbildung zu zeigen, welche das Erreichen hoher Entladungspotentiale unmöglich macht.

B) Wellenförmige Ausbreitung der elektrischen Schwingungen längs Drähten.

279. Fortpflanzung der elektrischen Schwingungen auf Drähten. Denken wir uns an den Entladungskreis einer Leidener Flasche, z. B. an den einen Knopf *b* eines Ausladers *a*, *a* einen langen bis ins Unendliche laufenden Draht angeschlossen (Fig. 209), so wird das Ende des Drahtes die Potentialschwankungen mitmachen. Wie die Potentialverteilung auf dem Drahte in seiner ganzen Länge ist, das hängt von der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektrischen Zustandsänderung längs des Drahtes ab. Ist sie unendlich groß, so macht der ganze Draht die Potentialschwankungen momentan mit. Braucht die Störung dagegen zu ihrer Fortpflanzung Zeit, so wird jede Stelle des Drahtes die Schwingung mitmachen, aber mit einer gewissen Verspätung, mit einer Phasenverschiebung, welche um so größer ist, je weiter die Stelle vom Anfang des Drahtes entfernt ist. Greifen wir aus der Schwingung z. B. einen Zeitmoment heraus, wo die Flasche im negativen Maximum ihrer Ladung ist, so wird der Draht, eine gewisse Strecke von ihr entfernt, sich gerade im Zustand maximaler positiver Ladung befinden, den die Flasche um die Dauer einer halben Periode vorher hatte; noch weiter entfernt wird er wieder negative, dann wieder positive Ladung aufweisen usf. Der Potentialverlauf im Draht

ist dann durch eine Sinuskurve dargestellt, wie der zeitliche Verlauf des Potentials der Flasche.

280. Wellenlänge. Bezeichnet man mit v die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle im Draht, so heißt dies, daß in einer Sekunde die Welle sich um v cm weiterbewegt hat. In dieser Zeit hat die Schwingung die n Perioden ausgeführt, welche durch ihre Schwingungszahl n gegeben sind. Die Wellenlänge λ der Schwingung ist die Wegstrecke, um welche sie sich in der Zeit einer Schwingung ausgebreitet hat. Sie ist gleich dem Abstand zweier aufeinanderfolgender positiver oder negativer Maxima des Potentials auf dem Drahte. Die Größen v, n, λ sind durch die Beziehung verbunden:

$$v = n\lambda.$$

281. Bildung stehender Wellen. Ist im Versuch des § 279 der Draht nicht unendlich lang, sondern frei auslaufend, so macht das freie Ende, wie jeder Punkt des Drahtes, die Schwingungen mit und sendet seinerseits die Wellen rückwärts durch den Draht zurück. Es findet Reflexion am freien Ende statt. Infolge der Interferenz der direkten und der reflektierten Welle bildet sich wie bei der Reflexion elastischer Seilwellen am freien Seilende ein stehendes Wellensystem aus. In den Knoten der stehenden Schwingung finden keine Potentialschwankungen, in den Bäuchen Maxima derselben statt.

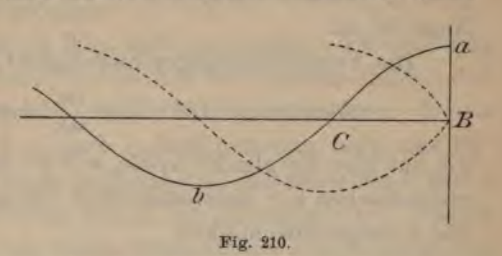


Fig. 210.

Bei B in Fig. 210 finde die Reflexion statt, und es sei ein Moment herausgegriffen, in welchem B sich im positiven Potentialmaximum a, der Punkt C eine Viertelwelle vom Ende B entfernt, also gerade im Zustand Null befände. Eine Viertelperiode später (punktierter Zustand) ist von der direkten Welle das negative Maximum b, von der reflektierten Welle das positive Maximum a in C angelangt. Beide addieren sich zu Null. Eine halbe Periode später ist von direkter wie von reflektierter

Welle der Nullzustand in C usf. Auf diese Weise kann man sich leicht konstruieren, daß das Potential in C fortdauernd Null bleibt. C ist ein Knoten der stehenden Schwingung, um $\frac{\lambda}{4}$ vom freien Ende entfernt. Das freie Ende ist ein Bauch der Schwingung.

282. Messung der Wellenlänge und der Fortpflanzungsgeschwindigkeit. Fährt man mit einer Leuchtröhre an dem in stehender elektrischer Schwingung befindlichen Draht entlang, so findet man abwechselnd Leuchten derselben (in den Bäuchen) und Erlöschen (in den Knoten). Auf diese Weise kann man den Abstand zweier benachbarter Knoten als $\frac{\lambda}{2}$ bestimmen. Um die Fortpflanzungsgeschwindigkeit zu ermitteln, muß man noch die Schwingungszahl n kennen. Trowbridge und Duane haben mit einem äußerst schnell rotierenden Spiegel den Entladungsfunken eines kleinen Kondensators nach Art von Feddersen auflösen und noch Schwingungsdauern von einem Zwanzigmilliontel einer Sekunde messen können. Der zu einer Schwingungsdauer von zwei Zehnmilliontel Sekunde gehörige Abstand zweier Knoten war rund $28^1/_2$ m, also die Wellenlänge 57 m.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ergibt sich daraus:

$$v = n\lambda = 5 \cdot 10^6 \cdot 5700 \frac{\text{cm}}{\text{sek}} = \text{rund } 3 \cdot 10^{10} \frac{\text{cm}}{\text{sek}}.$$

Sie hat also die gleiche Größe, wie sie das Verhältnis der elektromagnetischen zur elektrostatischen Stromeinheit besitzt, die Größe der Lichtgeschwindigkeit.

283. Sehr schnelle elektrische Schwingungen. Die ersten Versuche von H. Hertz. Die Wellen, welche durch die Fortpflanzung der Schwingungen von Leidener Flaschen längs Drähten auf diesen zu erzeugen sind, haben eine Länge, welche für Laboratoriumsmessungen unbequem groß ist. Nachdem v. Bezold Beobachtungen gemacht hatte, welche für die Existenz schnellerer Schwingungen in kurzen Leitern sprachen, hat H. Hertz eine Reihe denkwürdiger Untersuchungen angestellt, durch welche äußerst rapide elektrische Schwankungen erzeugt, und deren schwingungsartiger Verlauf bewiesen wurde. Diese

Untersuchungen von Hertz bildeten die Grundlage zu seinen epochemachenden Entdeckungen, welche ihnen bald darauf folgten. Um die Schwingungen schneller zu machen, hat man Kapazität und Selbstinduktion des Systems zu verkleinern. Dementsprechend nahm Hertz als schwingendes System nicht mehr einen Kondensator, sondern nur Metallkugeln oder quadratische Metallbleche, welche je mit einem dicken geraden Draht verbunden wurden. Zwischen den mit Kugeln versehenen Enden dieser Drähte sprang der die Schwingungen auslösende Funke eines Induktoriums über.

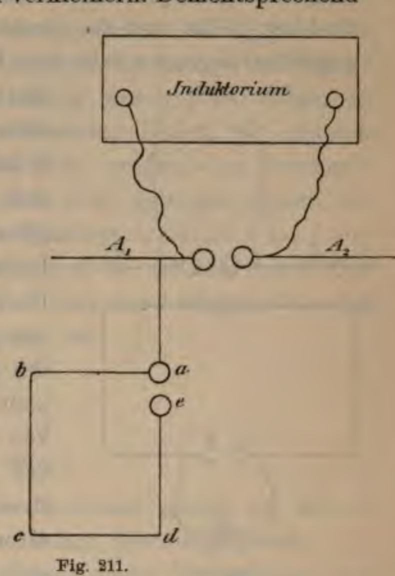


Fig. 211.

Der erste Versuch beweist die Rapidität der Spannungsschwankungen. Ein durch eine Funkenstrecke unterbrochenes Drahtrechteck *abcde* wird mit der einen Hälfte des schwingenden Systems $A_1 A_2$ wie in Fig. 211 verbunden. Es springen dann Funken bei *ae* über. Es ist dies ein Zeichen dafür, daß in der kurzen Zeit, welche eine Potentialschwankung bei *a* braucht, um sich über *bcd* nach *e* fortzupflanzen, sich das Potential in *a* bereits so stark geändert hat, daß zwischen *a* und *e* Potentialdifferenzen auftreten, welche zur Erzeugung von Funken genügen. Da diese Funken leicht beträchtliche Längen erreichen können, bis zu mehreren Millimetern, so ist dies ein Zeichen für äußerst schnelle Potentialschwankungen des Leiters A_1. Wird der Knopf *a* anstatt mit dem Konduktor A_1 mit der einen Belegung einer schwingenden Leidener Flasche verbunden, so zeigt das Rechteck wegen der viel größeren Langsamkeit der Schwingungen keine Fünkchen. Nimmt man den Verbindungsdraht nach A_1 von *a* fort und gleitet mit ihm am Rechteck entlang, so werden die Fünkchen immer schwächer, um ganz zu verschwinden, wenn die Anlegestelle sich bei *c* symmetrisch zu *a* und *e* befindet. Wegen der gleichen Wege *ca* und *ce* sind *a* und *e* stets auf gleichem Po-

tential. Bei weiterem Verschieben treten die Funken wieder auf.

Ein zweiter Versuch zeigt weiter, daß die Spannungsschwankungen periodische sind. Dazu wird die direkte Verbindung gelöst und das Drahtviereck mit der der Funkenstrecke gegenüberliegenden Seite dem System gegenübergestellt (Fig. 212).

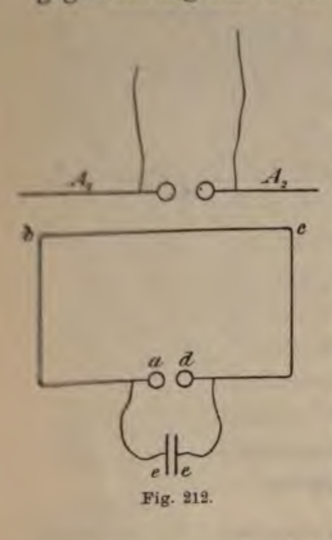


Fig. 212.

Auch bei diesem Versuch treten Fünkchen auf, weil das Drahtviereck durch Induktion erregt wird; weiterhin zeigt sich aber, daß diese Fünkchen für eine ganz bestimmte Länge des rechteckigen Leiters eine maximale Länge haben. Durch Verkürzung oder Verlängerung des Leiters, etwa dadurch, daß man ihn posaunenartig ausziehbar anfertigt, kann man die Sekundärfünkchen stärken und schwächen. Ebenso dadurch, daß man an der sekundären Funkenstrecke einen kleinen Plattenkondensator anhängt. Ist die Länge des Leiters auf maximale Sekundärfünkchen eingestellt, und hängt man den Kondensator an, so verschwinden die Fünkchen, können aber durch geeignete Verkürzung des Rechtecks wieder zum Erscheinen gebracht werden. Die beschriebene Erscheinung kann nicht anders als eine Resonanz aufgefaßt werden. Dazu ist aber eine periodische erregende Schwingung nötig, welche sich in dem primären Leiter, dem Erreger, abspielt. Im Rechteck treten dann maximale Fünkchen auf, wenn seine Eigenschwingung mit der Erregerschwingung abgestimmt ist, wenn das Rechteck ein Resonator auf die Erregerschwingung ist.

284. Bedingung der Resonanz. Man kann die Anregung des Rechtecks zu Eigenschwingungen als veranlaßt ansehen durch die Reflexion des anregenden Impulses am freien Ende. Es werde ein positiver Elektrizitätsfluß in der Richtung $dcba$ induziert, so entsteht an der Funkenstrecke eine Potentialdifferenz, indem an der Kugel a positive, an d negative Elektrizität sich

anhäuft. Die Potentialschwankung von a breitet sich wieder rückwärts als Welle nach d aus, von d wieder nach a und so hin und her; ein schwingungsförmiger Austausch von Ladungen der freien Enden. Resonanz findet dann statt, wenn bei jedesmaliger Umkehr der Eigenschwingung auch eine Umkehr der induzierenden Schwingung des Primärsystems erfolgt, so daß die Strömung infolge der Eigenschwingung durch jeden folgenden Induktionsimpuls verstärkt wird. Resonanz findet, mit anderen Worten, also dann statt, wenn die Zeit, welche eine Potentialschwankung braucht, um von a nach d zu gelangen, gleich der Dauer einer Halbschwingung des Primärsystems ist. Ist l die Länge des rechteckigen Sekundärleiters, so ist aber diese Zeit gegeben durch den Quotienten aus l und der Lichtgeschwindigkeit v. Also die Resonanzbedingung ist:

$$\frac{l}{v} = \frac{T}{2}$$

oder

$$l = \frac{v\,T}{2} = \frac{\lambda}{2},$$

d. h. es muß die Länge des Sekundärleiters gleich der halben Wellenlänge der Schwingung sein, damit Resonanz besteht.

Der Resonator schwingt stehend als halbe Wellenlänge, wie ein in der Mitte eingeklemmter, elastische Schwingungen ausführender Stab. An seinen Enden befindet sich der Bauch der Potentialschwankungen, in seiner Mitte ein Knoten.

Für die Demonstration der in den letzten Paragraphen beschriebenen Erscheinungen sind kräftige primäre Schwingungen erforderlich. Mit einem mittelgroßen Induktor mit Deprez-Unterbrecher betreibt man ein primäres System, bestehend aus zwei quadratischen Zinkblechen von etwa 40 cm Seitenlänge, verbunden durch einen etwa 20 cm langen, dicken Kupferdraht, und eine Funkenstrecke mit kurz vor den Versuchen sorgfältig polierten Zinkkugeln. Durch die Politur wird die für das Entstehen hoher Potentialdifferenzen günstige Verzögerung der Funkenentladung erhöht. Sind die Funken „aktiv“, so haben sie ein weißliches Aussehen und knattern laut; inaktive Funken sind rötlich und geräuschloser. Der Sekundärleiter ist zweckmäßig ein ausziehbares Rechteck. Statt der sekundären Funkenstrecke ist für Demonstrationszwecke eine kleine Geißlersche Röh

Die Schwingungen des Erregers sind stark gedämpft, daher die Resonanzerscheinung eine wenig ausgeprägte ist. (Siehe auch § 287 über die multiple Resonanz.)

285. Elektrische und magnetische Kraft um den Hertzschen Erreger nahe demselben. Die Schwingungen im Resonator waren in den bisherigen Versuchen als elektromagnetisch induziert betrachtet, indem den ringförmig um den Erregerdraht verlaufenden magnetischen Induktionslinien Gelegenheit gegeben wurde, das Drahtrechteck zu schneiden. Außer den magnetischen Induktionslinien verlaufen vom Erreger aus aber auch elektrische in die Umgebung, und zwar verlaufen diese im Bogen von einer Platte zur anderen. Auch diese sind nicht ohne Wirkung auf den Resonator. Zwischen zwei Punkten, die der gleichen elektrischen Induktionslinie angehören, besteht eine elektrische Potentialdifferenz. Hält man einen gestreckten Leiter mit seiner Längsrichtung in die elektrische Induktionslinie, so sucht sich die Potentialdifferenz auszugleichen, und ist der Leiter durch eine kleine Funkenstrecke unterbrochen, so gibt sich dieser Ausgleich durch einen Funken kund. Da durch die Primärschwingungen die Potentialdifferenz fortwährend neu erregt wird, so wird in einem in die Richtung des elektrischen Feldes gehaltenen, unterbrochenen Leiter ein kontinuierlicher Funkenstrom auftreten. Die im Resonator in den besprochenen Versuchen auftretenden Fünkchen werden ihre Entstehung daher magnetischer Induktion und elektrischer Influenz verdanken. Beide Ursachen sind bei verschiedenen Lagen des Resonators in verschiedenem Grade vorhanden und können sich verstärken und schwächen. Die drei ausgezeichneten Lagen des Resonators sind folgende:

1. Steht der Resonator mit seiner Ebene senkrecht auf den Erregerdrähten, so findet keinerlei Erregung, weder magnetische noch elektrische statt.
2. Ist der Resonator mit seiner Ebene parallel den Erregerplatten und mit dem Mittelpunkt seiner Fläche in einer Horizontalebene mit den Erregerdrähten, so wird er von keinen magnetischen Induktionslinien geschnitten, sondern nur elektrisch erregt. Bei einer ganzen Drehung

des Resonators in seiner eigenen Ebene verschwindet das Funkenspiel zweimal. Die Verbindungslinie der dabei stattfindenden Lagen der Funkenstrecke ist horizontal, parallel zur Richtung der Erregerdrähte.

3. Den kompliziertesten Fall unter den drei ausgezeichneten Lagen des Resonators bildet die Lage in § 283: der horizontale Resonator senkrecht auf den Erregerplatten (Fig. 212).

Hier findet elektrische und magnetische Erregung statt. Die experimentell zu beobachtende Erscheinung ist folgende (Fig. 213): Funken erscheinen im Sekundärleiter, wie man ihn auch in seiner Ebene drehen möge. Die Funken sind weitaus am stärksten, wenn die Funkenstrecke bei a liegt, dem Primärleiter zugewendet, schwächer sind sie in den Lagen bei c und d, am schwächsten, wenn die Funkenstrecke in b liegt. Die Erklärung hiervon ist folgende:

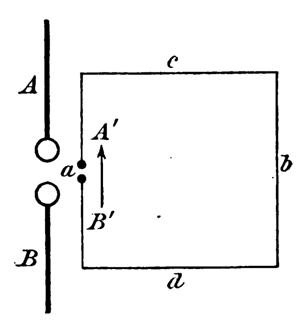


Fig. 213.

Die magnetischen Induktionslinien bilden vertikale Kreise um den Draht des Erregers. Sie schneiden die Fläche des Sekundärleiters in gleicher Weise, wie er auch in seiner Ebene gedreht sein mag. Daher ist die induzierte e. m. K. auch die gleiche. Anders die durch die elektrische Kraft an den Funkenelektroden hervorgerufene. Die elektrischen Induktionslinien gehen in horizontalem Bogen von einer Platte des Erregers zur anderen. Wird ihnen ein Leiter, z. B. der Resonator mit der Unterbrechungsstelle bei a, in den Weg gestellt, so verlaufen die elektrischen Induktionslinien in die zu beiden Seiten der Unterbrechungsstelle befindlichen Resonatorteile hinein und induzieren dort, weil frei endigend, die entgegengesetzten Elektrizitäten. Dies geschieht in stärkerem Grade, wenn z. B. an den Funkenelektroden Platten angebracht werden, welche dem Primärleiter gegenüberstehen. Wechsel des Vorzeichens im Erreger bedingt einen ebensolchen an den Resonatorenden und dadurch eine Strömung im Sekundärkreis, welcher auf diese

durch Influenz zu Schwingungen angeregt wird, in besonderem Maße, wenn er mit dem Erreger in Resonanz ist.

Ebenso findet elektrische Erregung statt, wenn die Funkenstrecke des Resonators in b liegt, aber bedeutend schwächer, weil das elektrische Feld sehr rasch mit der Entfernung abnimmt.

Weiterhin ist ersichtlich, daß, wenn auf der einen Seite des Resonators die e. m. K., welche elektromagnetisch induziert ist, gleichgerichtet mit der elektrischen Kraft ist, sie auf der anderen Seite ihr entgegengesetzt gerichtet ist. Auf der einen Seite findet also gegenseitige Verstärkung, auf der anderen Schwächung der beiden Wirkungen statt. Eine Überlegung zeigt, daß, wenn die Funkenstrecke dem Erreger zugewendet ist, Stärkung, im anderen Fall Schwächung eintritt. Ist z. B. die Platte A des Erregers im + Potentialmaximum, B im negativen Maximum, so sind A' und B' im entgegengesetzten Ladungszustand. Der Strom im Erreger ist gerade Null und beginnt in Pfeilrichtung zu wachsen. Bei dem Durchgang durch den Nullzustand hat die zeitliche Änderung des Stromes $\frac{di}{dt}$ ihren größten Wert, ebenso daher auch die im Sekundärleiter in der Richtung des an ihm befindlichen Pfeils induzierte e. m. K. Ist die Funkenstrecke dem Erreger zugewendet, so ladet sich zufolge dieser e. m. K. B' positiv, A' negativ; das Potentialgefälle an der Funkenstrecke ist also stets gleichgerichtet mit der durch die schnell veränderlichen Ladungen des Primärleiters in jedem Augenblick influenzierten Potentialdifferenz. Ist dagegen die Funkenstrecke auf der dem Erreger abgewendeten Seite, so ist die an der Funkenstrecke durch elektromagnetische Induktion hervorgerufene Potentialdifferenz der influenzierten entgegengesetzt gerichtet. Im ersten Fall zeigt dementsprechend der Resonator ein weit kräftigeres Funkenspiel als im letzteren.

Befindet sich die Funkenstrecke in einer der senkrecht zum Erreger stehenden Seiten, so findet nur magnetische Erregung statt.

Die gegebene Darstellung bezieht sich nur auf kleine Entfernungen des Resonators vom Erreger, nämlich nur für Stellen, wo die direkte elektrische Einwirkung durch die vom Erreger

ausgehenden elektrischen Induktionslinien eine in Betracht kommende Größe hat (s. § 289).

286. Stehende Wellen des Hertzschen Erregers auf Drähten. Verbindet man mit der einen Platte des Hertzschen Erregers einen einige Meter langen, frei endigenden Draht, so entstehen auf ihm wie in § 281 stehende Wellen, welche aber hier, entsprechend der erheblich höheren Schwingungszahl, viel kleineren Knotenabstand haben. Gleitet man mit dem Resonatorrechteck an dem Draht entlang, so kann man abwechselnd Maxima und Minima wahrnehmen. Das Minimum, welches dem freien Ende zunächst, also um $\frac{\lambda}{4}$ von ihm entfernt liegt, ist am schärfsten. Je weiter vom Ende man sich entfernt, desto verwaschener werden die Minima wegen der Dämpfung. Hertz berechnete die Schwingungszahl n des primären Erregers aus dessen Kapazität und Selbstinduktion und bestimmte mit einem Resonator den Knotenabstand $\frac{\lambda}{2}$ an einem ausgespannten Draht. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, berechnet als $v = n\lambda$ ergab sich angenähert gleich der Lichtgeschwindigkeit, nämlich 280000 km pro sek.

287. Multiple Resonanz. Sucht man mit einem und demselben Resonator den Knotenabstand am ausgespannten Draht auf, während man die Erregerdimensionen verändert, so findet man denselben konstant. Umgekehrt findet man, daß der Knotenabstand sich auch bei gleichbleibendem Erreger ändert, sobald man einen anders dimensionierten Resonator nimmt, und zwar kann man auf dem ausgespannten Draht sehr viele Wellensysteme mit verschiedenen Knotenabständen auf diese Art nachweisen. Daraus folgt, daß die Schwingung eines Hertzschen Erregers nicht homogen ist, sondern sehr viele Schwingungen verschiedener Wellenlänge enthält, aus welcher sich der Resonator dann diejenige, welche seiner Eigenschwingung entspricht, heraussucht (multiple Resonanz). Setzt man in die Berechnung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit v des vorigen Paragraphen daher die Periode des Erregers ein, so kann man ganz verschiedene Werte erhalten je nach dem Resonator, welcher bei der Messung des

Knotenabstandes angewendet wurde. Um den richtigen Wert von v zu erhalten, hat man die Schwingungszahl des Resonators, aus dessen Selbstinduktion und Kapazität berechnet, einzusetzen.

288. Multiple Resonanz erklärt durch Dämpfung. Die Schwingung des Hertzschen Erregers ist keine reine Sinusschwingung, sondern durch die Strahlung stark gedämpft (siehe § 320). Man kann die gedämpfte Sinusfunktion mathematisch mittels der Fourierschen Reihe zerlegen in eine Summe von unendlich vielen Sinusfunktionen von verschiedener Periode. Diese rein mathematische Zerlegung kann man mit Hilfe einer unendlich großen Zahl verschiedener Resonatoren physikalisch ausführen. Es ist dieser Vorgang durchaus analog der Zerlegung eines Klanges von komplizierter Schwingungskurve mittels der akustischen Resonatoren von Helmholtz. Man kann jeden beliebigen Klang auf diese Weise zerlegen in eine Reihe von sinusförmigen Tönen (Obertöne). Die Grundschwingung des Hertzschen Erregers mit der aus Kapazität und Selbstinduktion zu berechnenden Periode hat unter allen Schwingungen desselben die größte Intensität; daher nur ist es überhaupt möglich, die in § 283 besprochene Resonanzerscheinung zu beobachten.

289. Abhängigkeit der elektrischen und magnetischen Kraft von der Entfernung vom Erreger. Der Hertzsche Erreger im geladenen Zustand verhält sich in bezug auf die Fernwirkung auf Punkte seiner Symmetrielinie wie ein horizontal liegender Magnetstab in II. Hauptlage (§ 79). In Entfernungen, welche groß gegen seine eigenen Dimensionen sind, ist die Intensität des elektrischen Feldes daher gegeben als

$$\mathfrak{E} = \frac{2M}{r^3},$$

wo M das elektrische Moment ist, d. h. das Produkt aus Ladung einer Platte multipliziert mit dem Abstand der Punkte, in welchen die Ladungen konzentriert gedacht werden können. Diese Punkte sind bei Verwendung von Kugeln statt Platten deren Mittelpunkte.

Die elektrische Feldintensität nimmt also mit der dritten Potenz der Entfernung ab.

Die magnetische Feldintensität ist, wie hier nicht näher bewiesen wird, der Entfernung selbst umgekehrt proportional.

Das elektrische Feld verschwindet also sehr viel schneller bei Entfernung vom Erreger als das magnetische.

290. Das Lechersche Drahtsystem. Stellt man gegenüber der einen Platte eines Hertzschen Erregers eine kleine Metallplatte auf (Fig. 214) und spannt von ihr aus einen frei endigenden Draht aus, so wird derselbe durch Influenz zu elektrischen Schwingungen angeregt. Vorteile bietet das Verfahren von Lecher, einen gleichen Draht mit Platte der anderen Erregerhälfte gegenüber symmetrisch anzuordnen und die Drähte im Abstand von einigen cm voneinander auszuspannen (Fig. 215). Man vermeidet dadurch die Streuung elektrischer Induktionslinien in die weitere Umgebung und Energieverluste durch Strahlung (§ 320); das elektrische Feld befindet sich vorzugsweise im Raum zwischen den Drähten. Die Schwingungen dieses Sekundärsystems werden also durch Influenz erregt, und zwar bilden sich auf den ausgespannten Drähten alle die Schwingungen aus, welche am freien Ende einen Schwingungsbauch haben. Die Drähte schwingen an gegenüberliegenden Stellen in entgegengesetzter Phase und haben an gleichen Stellen die Knoten. Legt man über das Ende eine Leuchtröhre, so leuchtet diese hell auf, sobald die Schwingungen erregt werden.

Fig. 214.

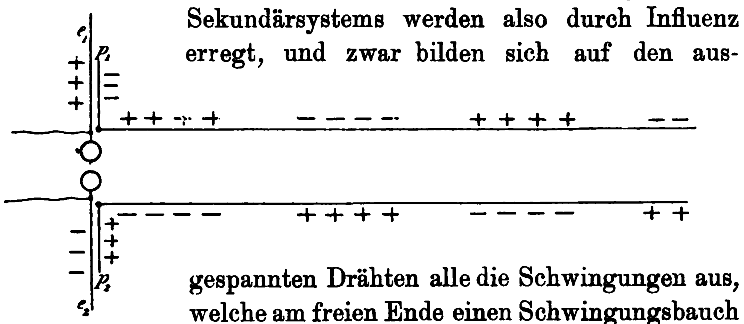


Fig. 215.

Legt man aber einen Metalldraht quer über die Drähte und verbindet sie dadurch an gegenüberliegenden Stellen leitend, so hört im allgemeinen das Leuchten der Röhre auf, weil alle Schwingungen im System gestört werden. Verschiebt man die Drahtbrücke längs der Drähte, so tritt ein Aufleuchten der Röhre ein, sobald man an den Knoten einer im System möglichen Schwingung kommt. Diese Schwingung wird dann nicht gestört, weil an den Enden der Brücke ja keinerlei von ihr herrührende Potentialschwankungen stattfinden. Alle anderen Schwingungen, welche an der Stelle der Brücke keinen Knoten haben, werden vernichtet. Jetzt schwingt das Drahtsystem also in homogener Schwingung. Eine zweite Brücke läßt das Leuchten der Röhre nur ungestört, wenn sie in einem weiteren Knoten aufgelegt wird. Auf diese Weise kann man das Drahtsystem an einer ganzen Reihe von Stellen, welche sämtlich gleiche Entfernungen zwischen sich haben, überbrücken, ohne das Leuchten der Röhre am Ende der Drähte zu stören. Der Abstand zweier benachbarter Brücken ist die halbe Wellenlänge. Durch Verschieben der ersten Brücke, bei Abwesenheit der anderen, kann man eine andere der im Drahtsystem möglichen Schwingungen, d. h. der Schwingungen, welche am freien Ende einen Bauch haben, herausgreifen und durch Auflegen der anderen Brücken deren Wellenlänge bestimmen. Die Schwingungszahlen der im Lechersystem möglichen Schwingungen verhalten sich wie die ersten ganzen Zahlen, wie 1 : 2 : 3 usf. Diese Schwingungen zeigen einen, zwei, drei . . . . Knoten auf dem Drahtsystem.

Ein akustisches Analogon veranschaulicht sehr gut die Wirksamkeit der Brücken im Lechersystem (siehe Richarz, Neuere Fortschritte auf dem Gebiete der Elektrizität. B. G. Teubner. 1902. 2. Aufl. S. 50). Eine Violinsaite nahe dem Ende angestrichen, gibt keinen einfachen Ton, der Grundton ist vielmehr von einer großen Reihe von Obertönen begleitet. Grundton und alle möglichen Obertöne sind hier wegen der unfreien Enden der Saite derart, daß sie an den Enden Knoten haben. Berührt man die Saite an der Stelle des Knotens einer dieser Schwingungen leise mit dem Finger, so verschwinden die anderen Töne, während dieser eine übrig bleibt (Flageoletton).

291. Die elektrische und die magnetische Kraft um stehende Drahtwellen. Betrachten wir die stehende Grundschwingung eines Hertzschen Resonators. An den an der Funkenstrecke befindlichen Enden desselben finden die größten Potentialschwankungen statt, d. h. die Schwingung der elektrischen Kraft hat dort ihren Maximalwert. Der Funkenstrecke gegenüber, in der Mitte des Resonators, finden gar keine Potentialschwankungen statt. Die stehende elektrische Schwingung hat dort den Knoten der elektrischen Kraft. Durch den Knotenpunkt hindurch geschieht aber der Ausgleich der Ladungen; die Stromstärke hat dort die größten Schwankungen ihres Wertes, während dieselbe an den offenen Enden Null ist. Mit der Stromstärke verbunden ist das durch den Strom erzeugte magnetische Feld. Dasselbe hat also am Knotenpunkt der elektrischen Schwingung seine stärksten Schwankungen. Knotenpunkt der elektrischen Schwingung fällt zusammen mit einem Bauch der magnetischen Schwingung. Dasselbe gilt, wie man leicht einsehen kann, auch wenn ein Drahtsystem mehrere Wellenlängen in stehender Schwingung enthält, wie das Lechersche Drahtsystem. Man kann das Lechersystem mit oder ohne Brücken ja einfach ansehen als eine Aneinanderreihung mehrerer Hertzscher Resonatoren, welche sämtlich als halbe Wellenlänge schwingen. Die magnetischen Felder der beiden Drähte verstärken sich in deren Zwischenraum. Das resultierende Feld steht senkrecht auf der durch beide Drähte gebildeten Ebene. Man kann die Existenz des magnetischen Feldes mit einem parallel der Ebene der Drähte gehaltenen Resonator nachweisen. Da das elektrische Feld in der Ebene der Drähte senkrecht zu denselben gerichtet ist, stehen elektrisches und magnetisches Feld senkrecht aufeinander. Wenn das eine Null ist, ist das andere gerade im Maximum, sie schwingen also mit einer Phasendifferenz $\frac{\pi}{2}$.

Der Schwingungszustand des am Ende offenen Lecherschen Systems ist in vieler Hinsicht ähnlich dem einer gedackten Pfeife. Die Potentialschwankungen entsprechen den Druckschwankungen, die Stromschwankungen den Luftströmungen. In der stehend schwingenden Luftsäule der Pfeife fallen die maximalen Druck-

schwankungen mit den Knoten der Bewegung zusammen, wie im Lechersystem die Bäuche der Potentialschwingungen mit den Knoten der Stromschwingungen zusammenfallen.

292. Aronssche Röhre. Eine anschauliche Form, die elektrischen Vorgänge im Lechersystem zu demonstrieren, bietet die Aronssche Röhre: ein langes bis zu einigen mm Druck ausgepumptes Rohr, in welchem die beiden Drähte ausgespannt sind. Finden elektrische Schwingungen statt, so gehen an Stellen, wo sich

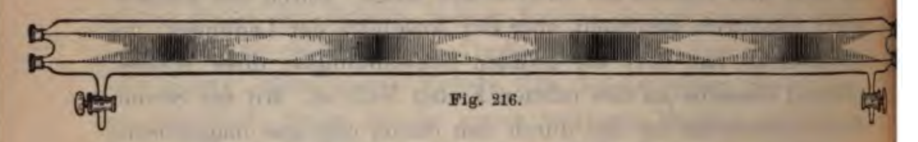


Fig. 216.

Bäuche der elektrischen Kraft befinden, leuchtende Gasentladungen zwischen den Drähten über, während die Knotenstellen dunkel bleiben (Fig. 216).

293. Dynamobolometer von Paalzow-Rubens. In mehr quantitativer Weise erlaubt das Dynamobolometer, die Schwingungen im Lecherschen Drahtsystem zu verfolgen. Man schiebt auf die freien Enden des Drahtsystems bzw. auf Stellen, wo sich ein Bauch der elektrischen Kraft befindet, zwei kleine Glasröhrchen f, f, um welche eine kleine Drahtschleife außen gewickelt ist (Rubenssche Fläschchen). Diese Röhrchen wirken als kleine Leidener Flaschen. Auf den Drahtschleifen werden durch die Schwingungen Ladungen influenziert. Diese Ladungen werden durch eine

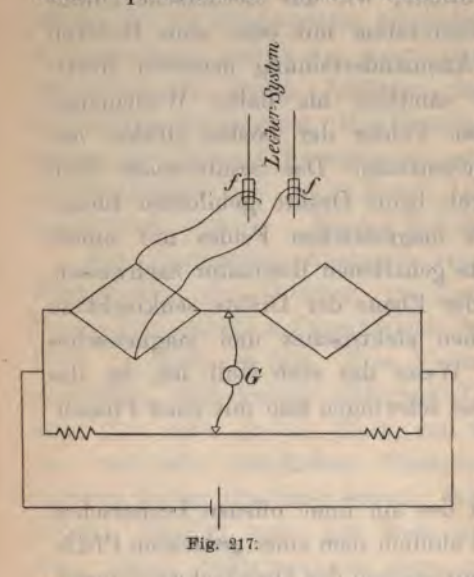


Fig. 217.

Leitung nach dem Bolometerdraht, einem ausgespannten sehr feinen Eisendraht geführt, durch welchen hindurch sie sich

ausgleichen, ihn dabei erwärmend. Der Bolometerdraht befindet sich in einer empfindlichen Wheatstoneschen Brückenanordnung, deren Gleichgewicht durch die Erwärmung gestört wird. Um von Störungen durch äußere Temperaturschwankungen frei zu sein, ist der Vergleichswiderstand im symmetrischen Zweige der Brückenanordnung ein genau gleicher Eisendraht. Damit ferner die schnellen Wechselströme der Schwingungen nicht in den übrigen Apparat gelangen, sondern nur den Eisendraht durchfließen, ist letzterer wieder in Form einer Wheatstoneschen Brücke angeordnet. Die Leitung zu den Rubensschen Fläschchen wird an äquipotentiellen Punkten angelegt (Fig. 217).

C) Wellenförmige Ausbreitung der elektrischen Schwingungen im freien Raum.

294. Elektromagnetische Induktion von Verschiebungsströmen. Wir haben bisher von dem elektrischen und dem magnetischen Feld um einen Hertzschen Erreger gesprochen, ohne uns weiter um die Art und Weise seiner Entstehung zu bekümmern. Wir haben es im Sinne einer reinen Fernwirkung getan. Durch den Nachweis stehender Wellen auf Drähten waren wir zu der Erkenntnis gekommen, daß zur Fortpflanzung einer elektrischen Zustandsänderung längs eines Leiters eine gewisse Zeit benötigt wird. In den §§ 42 ff., 64 hatten wir aber bereits Erörterungen über das Wesen des elektrischen und magnetischen Feldes angestellt, indem wir die Faraday-Maxwellsche Anschauungsweise näher betrachteten. Danach soll das Vorhandensein eines elektrischen Feldes eine Polarisation kleinster Teilchen längs seiner Induktionslinien erzeugen, indem ein hypothetisches Fluidum (oder deren zwei) in den Teilchen in der Feldrichtung strömt und dadurch ein polares Verhalten des hypothetischen Teilchens, des Ätherteilchens, erzeugen. Analoges findet bezüglich des magnetischen Feldes statt, indem kleinste Teilchen magnetisch polarisiert werden. Es finden unter dem Einfluß eines elektrischen bzw. magnetischen Feldes sogenannte elektrische bzw. magnetische Verschiebungen statt. Wenn das Feld seine Stärke ändert, so ändert dem proportional die Verschiebung ihren Wert, und es findet dadurch ein Strömen des betr. hypothetischen Fluidums statt, ein sog. Verschiebungs-

strom. Ein Verschiebungsstrom entsteht also längs einer Induktionslinie, wenn die Feldintensität ihren Wert ändert. Darin unterscheidet sich der Verschiebungsstrom im Dielektrikum von dem gewöhnlichen Leitungsstrom im Leiter, welcher durch das elektrische Feld selbst, durch eine elektrische Potentialdifferenz im Leiter entsteht, nicht durch eine zeitliche Änderung.

In den §§ 85, 153 haben wir gesehen, daß Leiterströme ein magnetisches Feld, d. h. magnetische Verschiebungen, um sich erzeugen, und daß Änderungen der magnetischen Feldintensität, d. h. magnetische Verschiebungsströme, Leiterströme erzeugen. Eine Grundlage der Maxwellschen Theorie und damit unserer folgenden Betrachtungen bildet die Hypothese, daß, was hier von Leiterströmen gesagt ist, auch von elektrischen Verschiebungsströmen gilt. Es wird hier also eingeführt folgende

Hypothese: Elektrische Verschiebungsströme erzeugen magnetische Verschiebungen, magnetische Verschiebungsströme erzeugen elektrische Verschiebungen im Isolator.

Oder mit anderen Worten:

Die Gesetze der elektromagnetischen Induktion gelten auch für Verschiebungsströme.

Diese Hypothese, welche übrigens durch die Erscheinungen, welche im folgenden besprochen werden, zur Genüge bewiesen ist, hat man auch im direkten Experiment auf ihre Richtigkeit zu prüfen gesucht. Es sind besonders hierüber die Untersuchungen von Röntgen, Rowland und in neuester Zeit Crémieu zu nennen. Die Arbeiten sind wegen der großen Schwierigkeit, welche sich dem direkten Nachweis der schwachen Ströme im Dielektrikum mittels einer aufgehängten Magnetnadel in den Weg stellen, mit wechselndem Erfolg ausgeführt worden. Eine Anordnung für einen derartigen Versuch ist z. B. folgende: Zum Teil zwischen den geladenen Platten eines Kondensators rotiert mit horizontaler Achse eine größere Scheibe eines Isolators, z. B. Hartgummi. Dort, wo fortwährend Teile der Platte in den Zwischenraum zwischen den Kondensatorbelegungen eintreten, bildet sich ein kontinuierlicher Verschiebungsstrom. An entfernterer Stelle treten die Teile der Ebonitplatte aus dem Kondensator fortwährend aus, und es bildet sich ein entgegen-

gesetzt gerichteter Verschiebungsstrom. Zum Nachweis dieser Ströme befindet sich, sorgfältig elektrostatisch geschützt, nahe über der rotierenden Scheibe eine empfindlich aufgehängte Magnetnadel.

295. Das elektromagnetische Feld des Hertzschen Erregers. Die Einführung obiger Hypothesen bewirkt, daß unsere bisherigen Betrachtungen über das Feld des Hertzschen Erregers nicht ausreichen. Wir haben ja bislang das Feld im Isolator nur herrührend als von dem fernewirkenden Erreger angesehen. Diese Betrachtungen bedürfen einer Erweiterung, welche das Verhalten in der Nähe des Erregers sehr kompliziert. Zu dem magnetischen Feld des Erregerstromes tritt dasjenige der elektrischen Verschiebungsströme, und zu dem elektrischen Feld der Erregerladungen tritt das induzierte elektrische Feld der magnetischen Schwingungen.

In großer Entfernung vom Erreger treten also zu den nach § 289 dort nur noch bestehenden magnetischen Schwingungen die im Isolator durch dieselben induzierten elektrischen Schwingungen. Wir haben dort eine elektromagnetische Schwingung.

In kleiner Entfernung vom Erreger superponieren sich deren zwei. Die zweite ist durch die Schwingungen des dort vorhandenen elektrischen Feldes, welche ihrerseits mit magnetischen Schwingungen verbunden sind, erzeugt. In nächster Nähe des Erregers überwiegen diese Schwingungen die anderen. Es ergibt diese Superposition zweier elektrischer und magnetischer Felder einen komplizierten Feldverlauf in der Nähe des Erregers.

296. Fortpflanzung einer elektromagnetischen Störung im Raum. Würde ein elektrischer oder magnetischer Impuls zeitlos in die Ferne wirken, so müßte jeder Ort im Raum, soweit noch ein Feld vorhanden ist, den Impuls gleichzeitig mit ausführen. Dies trifft aber in Wirklichkeit nicht zu. Die Ausbreitung des Impulses erfolgt vielmehr durch Vermittelung des Dielektrikums, indem der beispielsweise elektrische Impuls im Medium einen magnetischen Verschiebungsstrom, dieser seinerseits im Dielektrikum wieder einen elektrischen

Verschiebungsstrom usf. erzeugt. Von einer solchen Ausbreitungsweise muß man annehmen, daß sie mit einer endlichen Geschwindigkeit erfolgt. Aus den Maxwellschen Grundgleichungen des elektromagnetischen Feldes ist theoretisch zu folgern, daß diese Geschwindigkeit dieselbe ist, welche das Verhältnis einer elektrostatisch gemessenen zu derselben elektromagnetisch gemessenen Elektrizitätsmenge darstellt, also die Lichtgeschwindigkeit. Die in den folgenden Paragraphen zu besprechenden Versuche beweisen die Richtigkeit dieser Folgerung und damit der Annahmen, aus welchen sie hervorgegangen ist.

Die Ausbreitung eines elektrischen Impulses haben wir uns nach dem vorigen etwa so darzustellen (Helmholtz, Vorlesungen Bd. V pag. 33): Es rühre der Impuls her von einer Reihe nebeneinander gelagerter elektrischer Ströme (Fig. 218), welche untereinander parallel und senkrecht zur Ebene der Zeichnung

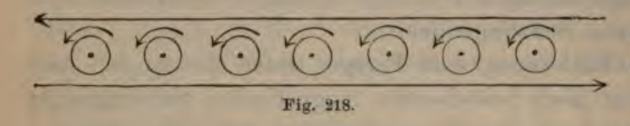


Fig. 218.

nach vorne gerichtet sein mögen. Die Ebene der Zeichnung wird von ihnen in den gezeichneten Punkten geschnitten. Die Ströme erzeugen kreisförmig um sich magnetische Verschiebungen, welche sich zwischen den Strömen aufheben und oberhalb und unterhalb zu einer senkrecht zu den Strömen gerichteten Resultierenden zusammensetzen. Oberhalb und unterhalb der Schicht elektrischer Ströme liegt daher je eine Schicht magnetischer Induktionslinien. Ein plötzliches Entstehen der Ströme erzeugt daher oberhalb und unterhalb magnetische Verschiebungen. Die Entstehung dieser magnetischen Verschiebungen erzeugt ihrerseits wieder durch Induktion im Dielektrikum eine elektrische Verschiebung, welche unterhalb am Ort der Ströme denselben entgegengesetzt ist, sie also vernichtet, dafür aber oberhalb dieselbe Richtung hat wie die ersten Ströme. Dieser Vorgang hat den Effekt, daß die elektrische Störung am ursprünglichen Ort verschwunden, dafür aber weiter nach oben gelangt ist, sich also im Raume fortgepflanzt hat. Es ist hieraus ersichtlich, daß die Fortpflanzung ein elektromagnetischer Vorgang ist, bei welchem das elektrische Feld senkrecht zum mag-

netischen Feld und beide Felder senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung sind.

297. Elektromagnetische Wellen im freien Raum. Wenn eine elektrische Störung Zeit braucht, um sich durch den Raum fortzupflanzen, so muß ein periodischer elektromagnetischer Vorgang, wie der eines Hertzschen Erregers, eine wellenförmige Ausbreitung zeigen. Den Beweis hierfür erbrachte Hertz in seinen zu klassischer Berühmtheit gelangten Versuchen, indem es ihm glückte, durch Reflexion des Wellenzuges an einer ihm senkrecht in den Weg gestellten Metallwand die Bildung stehender elektromagnetischer Wellen im freien Raume zu bewirken (§ 301). Ein Resonator in den Raum zwischen Erreger und Metallwand gebracht, zeigt je nach dem Abstand von der letzteren Maxima oder Minima des Ansprechens.

298. Elektrische und magnetische Kraft um eine stehende elektrische Schwingung im freien Raum. Wie bei einer stehenden Schwingung auf Drähten fallen auch hier Knoten der elektrischen Kraft mit Schwingungsbäuchen der magnetischen Kraft zusammen und umgekehrt. Dies zeigt direkt folgende Überlegung. Die ausgezogene Kurve in Fig. 219

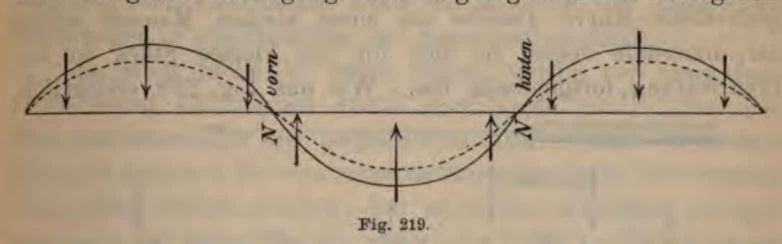


Fig. 219.

stelle die elektrische Kraft als Funktion des Orts in einem herausgegriffenen Augenblick dar. Der elektrischen Kraft in jedem Augenblick an jeder Stelle proportional ist die elektrische Verschiebung. Stellt die gestrichelte Kurve die Verteilung der elektrischen Kraft und damit der Stärke der Verschiebung einen kleinen Augenblick später dar, so ist ersichtlich, daß der absolute Betrag der Verschiebung überall abgenommen hat. Dies entspricht an jeder Stelle einem Verschiebungsstrom, welcher in Richtung der Pfeile fließt. Man sieht, daß dabei die Knoten

der elektrischen Kraft von Verschiebungsströmen umkreist werden, und zwar immer zwei benachbarte Knoten in entgegengesetztem Sinn, der eine in Uhrzeigerrichtung, der nächste in entgegengesetzter. In dem in Uhrzeigerrichtung umkreisten Knoten der elektrischen Kraft befindet sich ein Maximum der magnetischen Kraft, welche von vorn nach hinten gerichtet ist, im benachbarten Knoten hat die magnetische Kraft ihr nach vorn gerichtetes Maximum. Stellen, wo die elektrische Kraft ihre Maximalschwankungen hat, die Bäuche der elektrischen Schwingung, sind zu beiden Seiten von gleich starken, gleichgerichteten Verschiebungsströmen umgeben, welche sich in ihrer magnetischen Wirkung aufheben. Die magnetische Kraft ist an diesen Stellen dauernd Null, d. h. Bäuche der elektrischen Kraft fallen mit Knoten der magnetischen Kraft zusammen und umgekehrt.

Eine ähnliche Betrachtung zeigt, daß dem nicht so ist bei einer fortschreitenden Schwingung.

299. Elektrische und magnetische Kraft um eine fortschreitende Schwingung im freien Raum. Die Betrachtung ist eine ganz analoge. Stelle wieder die ausgezogene Kurve die elektrische Welle in einem gewissen Augenblick, die gestrichelte Kurve dieselbe um einen kleinen Moment später dar, innerhalb dessen sie sich um ein kleines Stück in der Pfeilrichtung fortgepflanzt hat. Wie aus Fig. 220 ersichtlich,

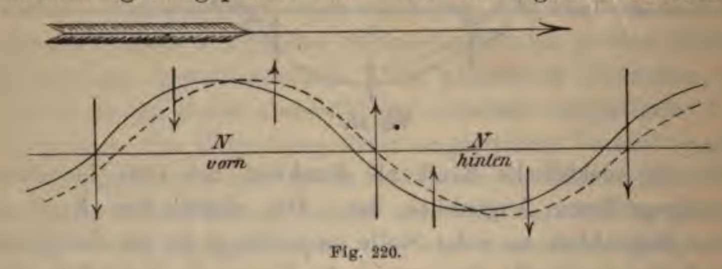


Fig. 220.

hat hier der absolute Wert der elektrischen Kraft und damit die Verschiebung nicht überall ab- oder zugenommen, sondern an einigen Stellen hat Abnahme, an anderen Stellen Zunahme stattgefunden. Die Verschiebungsströme, welche durch diese Änderungen der Verschiebung bedingt werden, haben an jeder

Stelle die durch die gezeichneten Pfeile angegebene Richtung. Man sieht aus der Figur, daß die Verschiebungsströme zwar an den Stellen wo die elektrische Kraft gerade durch Null geht, ihre Maximalwerte haben, daß sie aber an diesen Stellen keine magnetische Wirkung ausüben können. Die magnetische Wirkung kann nur an den Stellen sich äußern, welche umkreist werden, und dies sind hauptsächlich gerade die Stellen größter elektrischer Elongation. Also:

Das Maximum der magnetischen Kraft fällt mit dem Maximum der elektrischen Kraft bei einer fortschreitenden Welle zusammen.

Schreitet die Welle von links nach rechts fort, so ist an einer Stelle, wo die elektrische Kraft nach oben gerichtet ist, die magnetische Kraft nach vorn gerichtet, dort, wo die elektrische Kraft nach unten gerichtet ist, dagegen nach hinten.


Fig. 221.

Die Richtungen der Kräfte kann man sich durch folgende Regel merken (Fig. 221). Gibt der ausgestreckte Zeigefinger der linken Hand die Fortpflanzungsrichtung der Welle, der abgespreizte Daumen die Richtung der elektrischen Kraft an, so weist der angezogene Mittelfinger in die Richtung der magnetischen Kraft.

An einer Stelle im freien Raum, welche von einer fortschreitenden elektrischen Welle durchflogen wird, fallen also Maxima elektrischer und magnetischer Kraft zeitlich zusammen. Dies gilt aber nur für eine reine elektromagnetische Schwingung. Wir haben früher gesehen, daß in einem Hertzschen Erreger und nahe bei demselben die elektrische Kraft im Maximum ist, wenn die magnetische Kraft Null ist, und umgekehrt, daß also elektrische und magnetische Kraft in Phase um $\frac{\pi}{2}$ verschieden sind. Dies ergibt für die nähere Umgebung des Erregers die komplizierten Verhältnisse, welche dort beschrieben sind.

300. Das Huygenssche Prinzip. Die Fortpflanzung einer elektromagnetischen Welle geschieht also dadurch, daß sukzessive neue Ätherteilchen in elektromagnetische Schwingungen

versetzt werden. Das Huygenssche Prinzip besagt, daß jedes schwingende Teilchen als ein Erreger betrachtet werden kann, indem es seine Schwingungen nach allen Richtungen ausstrahlt, so daß es eine kugelförmige Welle um sich erzeugt. AB sei im Profil gesehen (Fig. 222) ein Stück einer senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung einer Welle stehenden Fläche. Die Welle komme von einem weit entfernten Erreger links; dann ist der Schwingungszustand auf dem ganzen Flächenstück AB der gleiche, die betrachtete Welle also eine ebene Welle. Nach dem Huygensschen Prinzip kann man jeden Punkt der Fläche ansehen als ein Emissionszentrum von Kugelwellen. Im Augenblick der Ankunft der Welle an der Fläche AB beginnen sich von jedem Punkt der Fläche Kugelwellen auszubreiten. Sind dieselben in einem kleinen Zeitmoment so weit vorgeschritten, wie es in Fig. 222 für einige der Kugelwellen gezeichnet ist, so hat diese Art der Ausbreitung den gleichen Erfolg, als ob sich die ebene Welle in die Lage der Tangentialebene an alle Kugelflächen, also parallel mit sich mit der gleichen Geschwindigkeit wie die Kugelwellen verschoben hätte. Die ebene Welle, welche durch die andere gemeinsame Tangentialebene dargestellt ist, kann sich nicht ausbreiten, sie vernichtet sich mit dem direkten Impuls, so daß, wenn der Impuls sich von einer Stelle aus fortgepflanzt hat, die Stelle selbst in Ruhezustand kommt. Man hat sich dies ähnlich vorzustellen wie folgenden mechanischen Vorgang. Schnellt man eine Stelle in der Mitte eines auf einem Tisch liegenden Seiles in die Höhe, so breitet sich der Impuls nach beiden Seiten hin aus, und man sieht je einen Buckel im Seil nach beiden Richtungen wandern. Nicht aber erzeugt der sich fortpflanzende Seilbuckel in jedem Augenblick einen rückwärts laufenden. Fortpflanzung einer Wellenfläche findet dementsprechend nur in der Richtung vom Erreger fort statt.

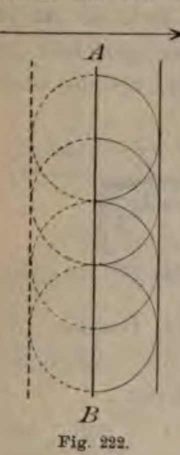


Fig. 222.

301. Reflexion an einer absolut leitenden Wand.

Verhalten eines Drahtgitters. Trifft eine ebene Welle senkrecht auf eine widerstandslose Metallwand, so können sich die durch die Welle im Dielektrikum erzeugten elektrischen Spannungen im Metall nicht halten. Die frei bewegliche Elektrizität gibt jeder entstehenden Spannung sofort nach. Wird ein Moment herausgegriffen, in welchem die ankommende Welle an jeder Stelle der Metallwand gerade eine von unten nach oben gerichtete elektrische Kraft hervorrufen würde, so folgt in dem widerstandslosen Leiter die Elektrizität derselben sofort, indem + Elektrizität nach oben, — Elektrizität nach unten fließt, bis das durch diese influenzierte Scheidung im Inneren des Metalls hervorgerufene Feld das der Welle kompensiert. Im Leiter ist das Feld beständig Null, es muß sich dort ein Knoten der Potentialschwankung befinden. Dies geschieht also dadurch, daß sich in jedem Punkte des Metalls eine elektrische Schwingung ausbildet, welche in jedem Moment der ankommenden Schwingung entgegengesetzt ist, d. h. von ihr um π in Phase verschieden ist. Auch diese Schwingung breitet sich von jedem Punkt nach allen Seiten aus und veranlaßt zwei ebene Wellen, deren eine nach vorn, deren andere nach rückwärts gerichtet ist. Hinter der Metallwand überlagern sich daher zwei um 180° in Phase verschiedene Wellenzüge, welche einander aufheben. Die Metallwand schirmt daher die Wir-

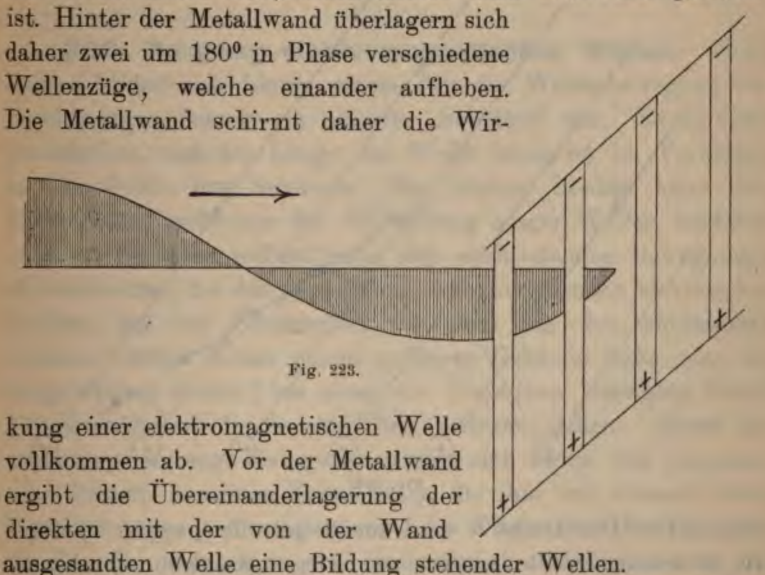


Fig. 223.

kung einer elektromagnetischen Welle vollkommen ab. Vor der Metallwand ergibt die Übereinanderlagerung der direkten mit der von der Wand ausgesandten Welle eine Bildung stehender Wellen.

Wie eine Metallwand verhält sich ein Drahtgitter, dessen

Drähte parallel dem Erreger, also parallel der Richtung des elektrischen Feldes verlaufen. Ein Gitter, dessen Drähte senkrecht zu dieser Richtung sind, ist wirkungslos. Fig. 223 veranschaulicht die Wirkung des Gitters. Die in Pfeilrichtung sich fortpflanzende Welle würde während der nächsten halben Schwingungsdauer an der Stelle des Schirms ein von oben nach unten gerichtetes Feld erzeugen. In den Drähten des Gitters tritt eine dementsprechende Trennung von + und — Elektrizität auf, welche sich im Tempo der Schwingungen fortdauernd umkehrt. Auf diese Weise entsteht in den Gitterdrähten eine Oszillation, welche in Phase um 180° von der auffallenden Oszillation verschieden ist, da das elektrische Feld der in den Drähten getrennten Ladungen in jedem Augenblick dem der auftreffenden Welle entgegengesetzt gerichtet ist.

302. Reflexion bei schiefer Inzidenz. Eine ebene Welle aa' treffe um einen gewissen Winkel geneigt auf ein Drahtgitter, dessen Drähte parallel der elektrischen Kraft liegen

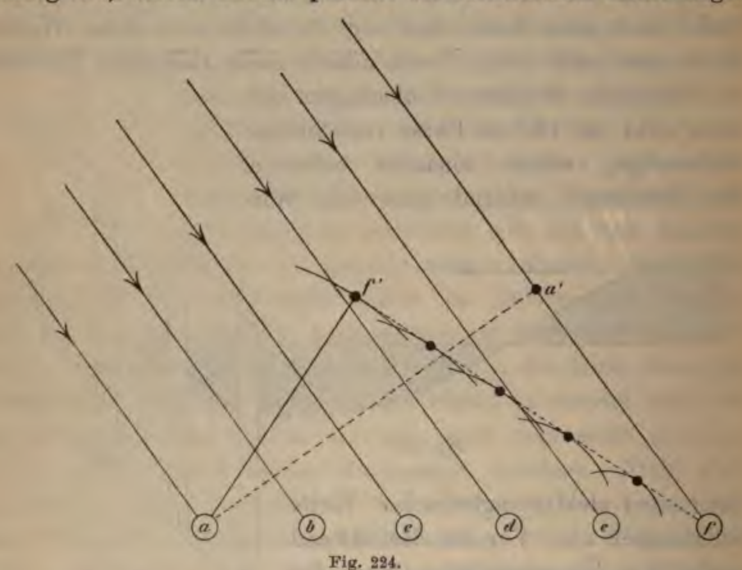


Fig. 224.

(Fig. 224). Der Draht a wird zuerst getroffen, später b, c usf. Die einzelnen Drähte werden zu Erregungszentren von Kugelwellen. Wenn f aber eben zu strahlen beginnen will, hat sich

die von a erzeugte Kugelwelle bereits bis auf eine Kugelfläche mit dem Radius af' ausgedehnt, welcher der Strecke $a'f$ gleich ist, welche die ebene Welle noch zurückzulegen hatte, um nach f zu gelangen, als sie in a bereits ankam. Alle Kugelwellen ergeben eine nach rückwärts laufende ebene Welle ff', welche sich senkrecht zu ihrer Ebene, also in einer Richtung af' ausdehnt, welche, wie man leicht geometrisch beweisen kann, dieselbe Neigung gegen den Spiegel hat wie die ankommende. Denkt man sich die Kugelwellen ausgezeichnet, so ergibt sich auch eine zweite resultierende ebene Welle, welche in der ursprünglichen Fortpflanzungsrichtung über die direkte Welle sich überlagert und wegen ihres umgekehrten Schwingungszustandes sie vernichtet.

Die Wirkung eines geneigten Drahtgitters oder ebenso eines Metallspiegels ist also die gleiche wie für Licht- oder akustische Wellen; es gilt das Reflexionsgesetz. Daraus ist zu folgern, daß auch Hohlspiegel die entsprechende Wirkung haben. Wenn sich also ein Erreger im Brennpunkt eines Hohlspiegels befindet, so wird derselbe von einem parallelen Strahlenbündel verlassen.

303. Beugung elektromagnetischer Wellen. Nicht immer bildet sich hinter einem für die Wellenbewegung undurchlässigen Schirm ein scharfer „Schatten“ aus. Es ist dafür erforderlich, daß die Länge der Welle klein ist im Verhältnis zu der Größe des Schirmes. Ein kleiner Schirm kann also einen Punkt nicht vor der Einwirkung langer Wellen schützen. Dies ist bei allen wellenförmig sich ausbreitenden Bewegungen zu beobachten, bei den experimentell herzustellenden elektrischen Wellen, bei den Lichtwellen wie auch bei den akustischen Wellen. Selbst hinter einem größeren Gebäude kann man die langwelligen, tiefen Töne einer vor demselben erzeugten Musik hören, während die hohen Töne verloren gehen. Diese Erscheinung der sog. Beugung erklärt sich durch das Huygenssche Prinzip in seiner Erweiterung, die ihm von Fresnel durch Berücksichtigung der Interferenz der Elementarwellen gegeben wurde. Es kann hier nur diesbezüglich auf eingehende Erklärungen in anderen Werken verwiesen werden, z. B. Müller-

Pouillet, Lehrbuch der Physik, Band II, 1. Teil, bearbeitet von O. Lummer.

304. Kurze Wellen. Will man bei Versuchen über Reflexion, Schattenbildung u. a. m. frei sein von störenden Beugungserscheinungen, ohne durch allzu große Dimensionen Unbequemlichkeiten zu haben, so muß man darauf bedacht sein, möglichst kurze Wellen zu erzeugen. Bereits Hertz gelang es, durch Wahl eines kleinen Erregers (Fig. 225) bis zu einer Wellenlänge von ca. 66 cm herunterzukommen. Nach ihm haben Righi, Lebedew, Lampa äußerst kleine elektrische Erreger konstruiert, welche Wellenlängen in der Größenordnung des Zentimeters aussenden. Die kürzeste beobachtete Wellenlänge beträgt bisher etwa 6 mm.

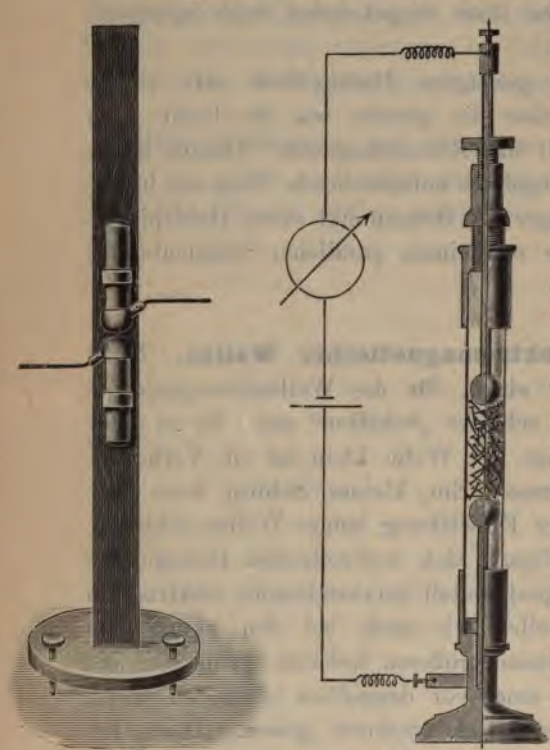


Fig. 225. Fig. 226.

Die äußerst schnell schwingenden Erreger bezeichnet man nach dem ersten der genannten Physiker in der Regel als Righische Erreger. Sie bestehen aus zwei sehr kleinen Kugeln oder zylindrischen Drahtstückchen, zwischen denen der Funke eines Induktoriums überspringt. Zur Erhöhung der zur Funkenentladung nötigen Potentialdifferenz und damit zur Verstärkung der Wirkung befindet sich der Erreger in Öl (Petroleum). Je kleiner der Erreger ist, desto kleiner sind natürlich die in Bewegung gesetzten Elektrizitätsmengen und die magnetischen Kräfte. Infolgedessen sind diese Wellen nur mit

besonderen Hilfsmitteln wahrzunehmen. Eins der empfindlichsten ist

305. Der Kohärer. Der Kohärer ist eine kleine Röhre, welche mit kleinen Metallstückchen oder Metallpulver gefüllt ist, in welches von beiden Seiten Drähte als Elektroden führen. Das Metallpulver hat einen sehr großen elektrischen Widerstand, so daß, wenn die Röhre in den Stromkreis eines Elements und eines Galvanoskops eingeschaltet ist (Fig. 226), das letztere keinen oder wenigstens nur einen sehr schwachen Strom anzeigt. Trifft eine elektrische Welle auf die Röhre, so wird der Widerstand plötzlich, wie zuerst Branly gefunden hat, auf einen kleinen Wert herabgedrückt, und das Galvanoskop zeigt Strom an. Die Intensität der elektrischen Welle braucht dabei nur äußerst gering zu sein. Nach Einwirkung der Welle bleibt der Kohärer leitend; eine leise Erschütterung bringt ihn jedoch sofort in den alten Zustand zurück, ihn so zur Anzeige eines neuen Wellenimpulses befähigend. Es ist die von dem elektrischen Feld der Welle zwischen seinen Zuführungsdrähten hervorgerufene Potentialdifferenz, welche ihn leitend macht. Denselben Effekt hat auch das Anlegen einer gewissen, nur einige Volt betragenden Potentialdifferenz einer konstanten Elektrizitätsquelle an seine Enden zur Folge. Sicher arbeitet ein Kohärer nur, wenn die an seinen Enden befindliche, von der benutzten Stromquelle herrührende Spannung klein ist, ca. 1 Volt. Sonst kommt es häufig vor, daß er plötzlich von selbst anspricht. Man benutzt daher als Stromquelle zweckmäßig ein Element mit niedriger Spannung oder braucht nur einen Teil der Elementspannung durch Spannungsteilung, indem man das Element durch einen Widerstand in sich schließt und von einem Bruchteil des letzteren abzweigt.

306. Die Hertzschen Versuche. H. Hertz gelang es, die in den vorigen Paragraphen besprochenen Erscheinungen experimentell zu verwirklichen, und außer diesen noch weitere, welche die große Analogie im Verhalten der elektromagnetischen Wellen und der Lichtwellen zeigen. Wir wollen seine Versuche im folgenden gleich in einer Form beschreiben, wie sie

jetzt am bequemsten ausgeführt werden. Diese Form unterscheidet sich von der ursprünglichen Hertzschen nur dadurch, daß alle Apparate in kleinerem Maßstabe gehalten sind, entsprechend der viel geringeren Wellenlänge. Während Hertz die Versuche mit Wellenlängen von $^1/_2$ bis $^3/_4$ m anstellte, zählt die Wellenlänge bei den hier beschriebenen Apparaten einige Zentimeter.

Figg. 227, 228 zeigen den „Geber“ und „Empfänger“ in der Ausführung, wie sie in der Werkstatt des Mechanikers Ernecke in Berlin erhältlich sind. Der Geber ist ein Righischer Erreger, dessen Funkenstrecke sich in Vaselinöl befindet, montiert in der Brennlinie eines parabolischen Metallzylinders. Das



Fig. 227. Fig. 228.

ihn verlassende Bündel elektromagnetischer Strahlen ist parallel. Der Empfänger ist ein ebenfalls in der Brennlinie eines zylindrischen Metallspiegels befindlicher Kohärer. Von Wellen getroffen läßt derselbe eine Klingel, ein Galvanoskop oder ein Relais ansprechen, welch letzteres den Stromschluß beispielsweise einer Glühlampe vermittelt.

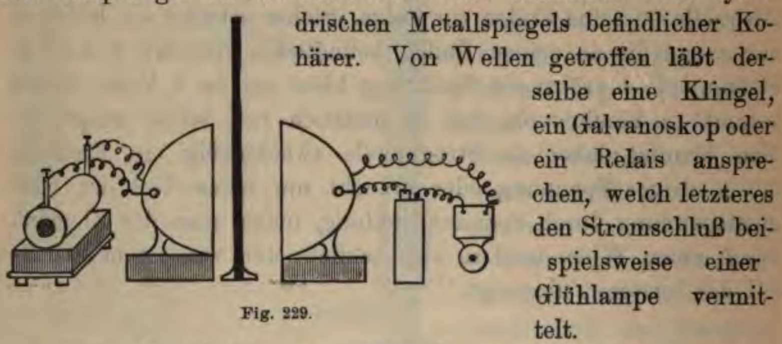


Fig. 229.

Eine Metallplatte (Fig. 229) oder ein Drahtgitter, dessen Drähte den Zylindermänteln parallel liegen, verhindert das Ansprechen. Nicht so ein Gitter, dessen Drähte senkrecht zur elektrischen Kraft sind.

Werden Erreger und Empfänger so gestellt, daß sie nicht aufeinander zu gerichtet sind, sondern ihre Achsen einen Winkel

miteinander bilden, z. B. 90°, wie in Fig. 230, so spricht der Kohärer nicht an. Stellt man aber eine Metallplatte unter 45° dem einfallenden Strahlenbündel in den Weg, so findet Reflexion nach dem Empfänger zu statt, welcher jetzt anspricht. In gleicher Weise wirkt ein Drahtgitter, welches mit den Drähten parallel der elektrischen Kraft gehalten wird.

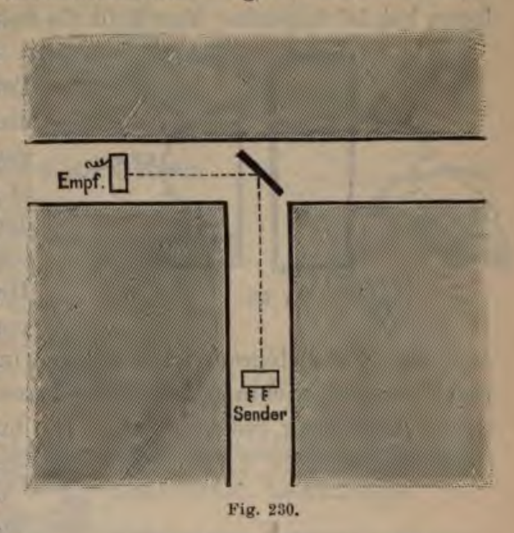


Fig. 230.

Die Welle wirkt nicht direkt auf den Kohärer, sondern regt dessen Zuleitung zu Schwingungen an. Die an den Enden des Kohärers entstehende Potentialdifferenz macht ihn leitend. Dies wird in besonderem Maße der Fall sein, wenn die Zuleitung auf die Primärschwingung resoniert. Indessen kann man bei diesen stark gedämpften Schwingungen auf Abgleichung des Primärleiters und der Zuleitung zum Kohärer verzichten. Man muß aber immerhin der elektrischen Kraft Gelegenheit geben, auf das Sekundärsystem einzuwirken. Bei längeren Wellen, wie sie Hertz benutzte, muß man daher in der Brennlinie des Empfängerspiegels einen ausgedehnten Leiter anbringen, welcher durch einen Kohärer, eine Leuchtröhre oder eine andere auf Potentialschwankungen ansprechende Vorrichtung unterbrochen ist. Bei den sehr kurzen Wellen der hier besprochenen Apparate ist dies nicht nötig. Man erkennt aber die Wirkung der Zuleitung daran, daß, wenn man den Empfängerspiegel um 90° gegen den Erregerspiegel dreht, so daß ihre gegenseitige Lage die durch Fig. 231 gekennzeichnete ist, der Kohärer nicht auf Wellen des Erregers anspricht. Dieser Versuch beweist, wie auch bereits der Gitterversuch, daß die elektromagnetischen Wellen transversale sind, und zwar einseitig ausgebildete, d. h. polarisierte. Der Erreger verhält sich wie eine Licht-

quelle mit Nicolschem Prisma oder Turmalinplatte, der Empfänger wie ein ebenfalls mit Nicol bewaffnetes Auge.

Ein weiterer Versuch, welcher ein direktes optisches Analogon hat, ist folgender: Man stellt die Spiegel gekreuzt (Fig. 231). Bringt man jetzt das Gitter, mit seinen Drähten unter 45° gegen die Schwingungsrichtungen geneigt, den Strahlen in den Weg, so spricht der Empfänger an. Fig. 232 erläutert dies Verhalten: Die Amplitude der ankommenden Welle kann man nach dem Parallelogrammsatz zerlegen in zwei, deren eine, senkrecht zur Drahtrichtung, hindurchgelassen wird, deren andere, in der Drahtrichtung, reflektiert wird. Die hindurchgelassene, welche mit einer unter 45° gegen die Richtung des Sekundärleiters geneigten Schwingungsrichtung auf den Empfänger auftrifft, wirkt auf diesen mit der dem Sekundärleiter parallelen Komponente. Optisches Analogon: Zwei gekreuzte Turmalinplatten lassen kein Licht hindurch. Eine dritte Turmalinplatte, mit ihrer Schwingungsrichtung unter 45° gegen diejenigen der beiden anderen Platten geneigt, bewirkt Aufhellung des Gesichtsfeldes.

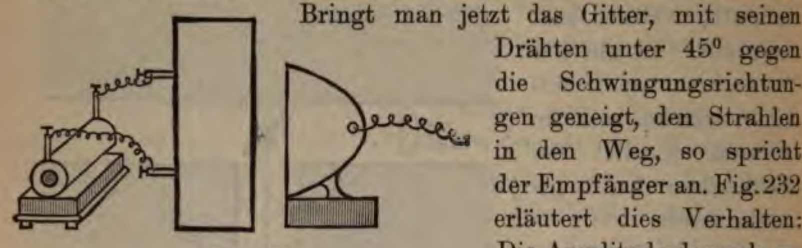
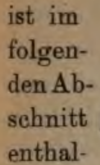
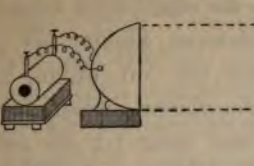

Fig. 231.

Fig. 232.

Weitere Versuche, deren Ähnlichkeit bzw. Identität mit den entsprechenden Versuchen der Optik auf der Hand liegt, sind die Versuche über die Brechung der elektromagnetischen Strahlen. Stellt man Erreger und Empfänger so auf, wie es in Fig. 233 gekennzeichnet ist, so erfolgt kein Ansprechen. Sobald dagegen ein Prisma aus Paraffin, Pech oder dergl. isolierender Substanz in geeigneter Stellung den Strahlen in den Weg gestellt wird,

ist die Wirkung auf den Kohärer da, um bei Fortnahme des Prismas wieder zu verschwinden. Die Erklärung dieses Versuchs ist im folgenden Abschnitt enthalten.





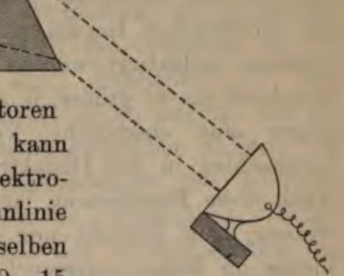


Fig. 233.

Durch geeignet geformte Isolatoren erhält man auch Linsenwirkung. So kann man, anstatt den Erreger kurzer elektromagnetischer Wellen in die Brennlinie eines Hohlspiegels zu setzen, denselben auch in den Brennpunkt einer 10—15 Liter Petroleum fassenden Glaskugel bringen.

D) Einfluß des Dielektrikums auf die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen. Elektromagnetische Lichttheorie.

307. Teilweise Reflexion elektromagnetischer Wellen an der Oberfläche eines Dielektrikums. Wir haben uns die Fortpflanzung einer elektromagnetischen Welle im freien Raum vorgestellt als ein durch elektromagnetische Wechselwirkung im Äther bewirktes Fortschreiten magnetischer und elektrischer Polarisationen der Ätherteilchen. In § 300 haben wir ferner gesehen, daß analog einer fortschreitenden Seilwelle auch eine fortschreitende elektrische Welle nur nach der einen Seite hin verläuft, dagegen keinen Impuls nach rückwärts sendet. Dies hat darin seinen Grund, daß die nach dem Huygensschen Prinzip eigentlich auch nach rückwärts hin zu erwartende Welle zur Kompensation des ankommenden Impulses dient. Bei beiden Arten von Wellenfortpflanzung, der elastischen wie der elektrischen, trifft dies nicht mehr zu, sobald die Welle an eine inhomogene Stelle kommt. Ist das Seil von einer bestimmten Stelle an leichter gewunden, so daß die elastische Durchbiegung leichter erfolgen kann, so sendet diese Stelle bei dem Anprall eines Wellenzuges eine Welle nach rückwärts aus, während der größte Teil des Wellenzuges im Seil weiter verläuft. Ähnlich verhält es sich mit einer elektrischen Welle, welche gegen die

Oberfläche eines Isolators stößt. Wie in § 42 besprochen wurde, ist der Widerstand jedes Isolators gegen eine Polarisation der Ätherteilchen in ihm, d. h. gegen die elektrische Verschiebung, verschieden, und zwar für alle Isolatoren kleiner als für Luft bzw. für den luftleeren Raum. Dies hat zur Folge, daß auch ein elektrischer Impuls an der Grenzfläche zweier Dielektrika teilweise reflektiert werden muß, und zwar ist der reflektierte Bruchteil um so größer, je größer die Differenz der Widerstände gegen eine elektrische Verschiebung, d. h. je größer der Unterschied in den Dielektrizitätskonstanten der Isolatoren ist. Auch diese Erscheinung läßt sich mit obigen Apparaten nachweisen; man braucht nur an Stelle des reflektierenden Metallblechs im Reflexionsversuch eine massive Schicht eines Isolators zu setzen. Sie findet sich auch bei den Lichtwellen wieder. Bei senkrechter Inzidenz tritt für Lichtwellen in Luft beim Durchgang durch eine gewöhnliche Glasplatte eine Schwächung von ca. 8% ein, indem an jeder Oberfläche etwa 4% reflektiert werden. Diese Zahl ist für verschiedene Glassorten verschieden, sie wächst mit dem Brechungsexponenten.

308. Fortpflanzungsgeschwindigkeit in Isolatoren. Bei dem Versuch mit dem aus zwei verschieden leicht durchbiegbaren Teilen bestehenden Seil beobachtet man, daß in dem leichter durchbiegbaren Teil die Welle sich langsamer fortpflanzt als in dem anderen. Macht man eine gespannte Saite schwerer transversal deformierbar durch stärkeres Anziehen, so wächst die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer elastischen Deformation, was sich durch ein Höherwerden ihres Transversaltones kundgibt. Dasselbe finden wir im Elektrischen wieder. Elektromagnetische Wellen pflanzen sich in allen Isolatoren verschiedener Dielektrizitätskonstante, welche sich ja nach der in den §§ 42 ff. entwickelten Anschauung durch ihren Widerstand gegen eine elektrische Verschiebung unterscheiden, mit verschiedener Geschwindigkeit fort, und zwar in allen Medien langsamer als in Luft, bzw. Vakuum, welche die kleinste Dielektrizitätskonstante, nämlich Eins, besitzen.

Die Analogie des Verhaltens elektrischer und elastischer Wellen geht noch weiter, indem sie sich sogar in quantitativer

Hinsicht noch zeigt. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit elastischer Wellen ist bei gleicher Spannung usw. von Drähten verschiedenen Materials der Quadratwurzel aus dem Torsionsmodul proportional. Dem Torsionsmodul proportional ist aber der Widerstand des Drahtes gegen Drillung. Andererseits ist der Widerstand gegen eine elektrische Verschiebung um so kleiner, je größer die Dielektrizitätskonstante K des Materials ist, er ist K umgekehrt proportional (§ 42). Ähnlichkeit im Verhalten beider Wellenarten vorausgesetzt, ist zu folgern, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit elektromagnetischer Wellen der Quadratwurzel aus der Dielektrizitätskonstante des Mediums umgekehrt proportional ist. Im nächsten Paragraphen wird gezeigt, daß diese Beziehung in der Tat aus Versuchen über die Brechung elektrischer Wellen experimentell bestätigt worden ist.

Bei diesen Betrachtungen war stillschweigend angenommen, daß die verschiedenen Dielektrika bezüglich der mit den elektrischen Verschiebungen bei elektromagnetischen Wellen stets verbundenen magnetischen Verschiebungen keine Verschiedenheit des Verhaltens zeigen. Dies ist auch angenähert der Fall, indem kein Isolator bekannt ist, welcher einen von Eins wesentlich verschiedenen Wert der Magnetisierungskonstante μ besitzt. Sollte doch einer existieren, welcher mit Durchlässigkeit für elektrische Wellen Werte von K und μ größer als Eins besitzt, so wäre die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in ihm gegeben durch

$$v = \frac{c}{\sqrt{K \cdot \mu}}.$$

Für $K = 1$, $\mu = 1$ ist $v = c$, d. h. gleich der Lichtgeschwindigkeit.

309. Brechung elektrischer Wellen. Brechungsexponent = $\sqrt{\text{Dielektrizitätskonstante}}$. Wie für Lichtwellen, so hat auch für die langen elektromagnetischen Wellen die verschiedene Fortpflanzungsgeschwindigkeit zur Folge, daß an der Grenzfläche zweier Dielektrika eine Strahlenbrechung eintritt. Fig. 234 veranschaulicht unter Benutzung des Huygensschen Prinzips das Zustandekommen der Brechung. Die ebene Welle aa' treffe auf die Grenzschicht ac der Dielektrika 1 und 2 um einen Winkel α gegen dieselbe geneigt. Von dem Moment

des Auftreffens der Welle in a an bildet sich von dort aus eine kugelförmige Elementarwelle aus. In den Punkten b, c geschieht dies etwas später. Die Kugelwelle in a hat sich vom Moment des Auftreffens der ebenen Welle in a bis zum Moment des Auftreffens derselben in c bis zu einem Radius ac' ausgebreitet, welcher zu $a'c$ im Verhältnis der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten steht. Es resultiert aus den einzelnen Kugelwellen, ähnlich wie in § 302, eine ebene Welle, welche sich ins Dielektrikum hinein bewegt, aber mit einem anderen Winkel β gegen die Grenzfläche geneigt. Aus der Figur ist ohne weiteres zu folgern:

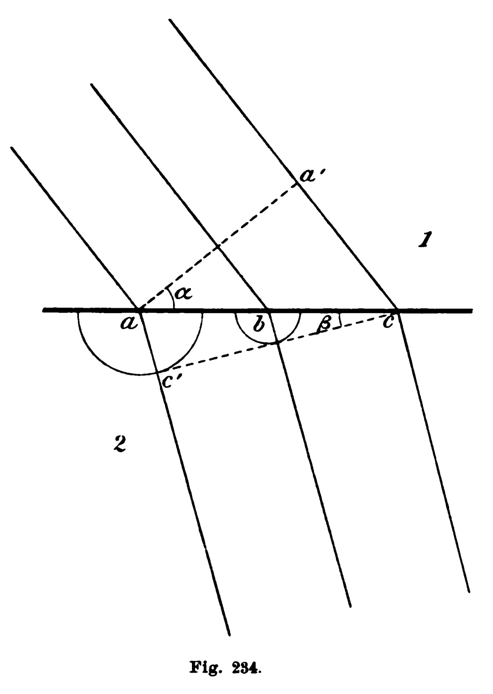


Fig. 234.

$$\sin \alpha = \frac{a'c}{ac}; \quad \sin \beta = \frac{ac'}{ac};$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{a'c}{ac'} = \frac{v_1}{v_2}.$$

Das Verhältnis der Sinus des Einfalls- und Brechungswinkels ist konstant, und zwar gleich dem Verhältnis der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten. Ist das Medium 1 der luftleere Raum, so ist v_1 gleich der Lichtgeschwindigkeit c, und man nennt das Verhältnis den Brechungsexponenten n der Substanz 2 bezogen auf den luftleeren Raum. Es ist also

$$n = \frac{c}{v},$$

d. h. der Brechungsexponent eines Isolators für elektrische Wellen ist gleich dem Verhältnis der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten

im leeren Raum und im Isolator. Richtigkeit des im vorigen Paragraphen ausgesprochenen Satzes vorausgesetzt, ist aber

$$v = \frac{c}{\sqrt{K}},$$

daher

$$n = \sqrt{K},$$

d. h. der Brechungsexponent eines Isolators für elektrische Wellen gleich der Quadratwurzel aus der Dielektrizitätskonstante desselben. Diese Beziehung ist experimentell bestätigt worden. H. Ellinger fand aus der Ablenkung elektrischer Wellen den elektrischen Brechungsexponenten von Wasser zu 8,9, von Alkohol zu 4,9. Die Werte 80 bezw. 24, welche daraus für die Dielektrizitätskonstanten folgen, stimmen mit den nach anderen Methoden gewonnenen Werten überein.

310. Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Drahtwellen in verschiedenen Medien. Bestimmung der Dielektrizitätskonstante mit Drahtwellen. Die einzelnen Abteilungen zwischen den Brücken eines in stehender elektrischer Schwingung begriffenen Lecherschen Drahtsystems können genau wie ein alleinstehender Hertzscher Resonator als selbständige schwingende Systeme angesehen werden, welche einer äußeren Anregung bedürfen, um ihre eigene elektrische Schwingung auszuführen. Die Anregung geschieht durch die Schwingung des Hertzschen Erregers, auf welche sie in Resonanz sind. Die Schwingungsdauer ihrer Eigenschwingung ist nach § 262 proportional der Wurzel aus dem Produkte ihrer Selbstinduktion und Kapazität. Bettet man jetzt einen Teil, z. B. das freie Ende des Lecherschen Drahtsystems von der letzten Brücke an in ein Medium der höheren Dielektrizitätskonste K (Fig. 235), indem man es beispielsweise in Petroleum taucht, so vergrößert man die Kapazität dieses Teiles auf das K-fache, wenn nur dafür gesorgt wird, daß die Einbettung so geschieht, daß die elektrischen Induktionslinien ganz im Dielektrikum verlaufen. Dadurch wird aber die Eigenschwingungsdauer des eingebetteten Teils $\sqrt{K}$-mal größer, und die Resonanz des Lechersystems wird dadurch gestört. Die durch die Brücken herausgegriffene Schwin-

gung, welche bei der Resonanz vor der Einbettung des Endes in Petroleum am freien Ende einen Bauch hatte, ist, da letzteres nicht mehr der Fall ist, unmöglich, und man muß, um wieder

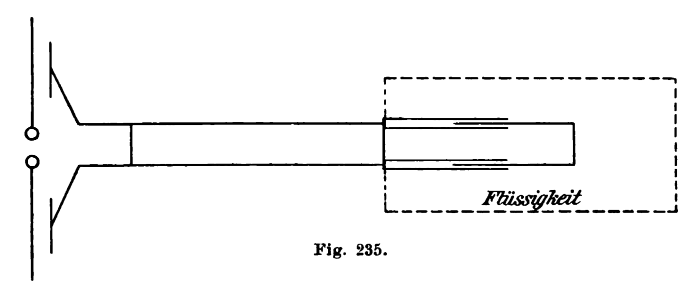


Fig. 235.

Resonanz zu erhalten, das im Dielektrikum befindliche Drahtstück von der letzten Brücke bis zum Ende verkürzen. Damit verkleinert man Kapazität und Selbstinduktion um gleiche Bruchteile. Verkürzt man den Draht um das $\sqrt{K}$-fache, so verkleinert man Kapazität und Selbstinduktion um das je $\sqrt{K}$-fache, also auch die Schwingungsdauer, welche $\sqrt{CL}$ proportional ist, um das $\sqrt{K}$-fache. Man erhält hierdurch also die durch Hinzufügung des Dielektrikums verloren gegangene Resonanz wieder. Da das Stück von der letzten Brücke bis zum freien Ende gleich $\frac{\lambda}{4}$ ist, so bedeutet dies nichts anderes, als daß $\frac{\lambda}{4}$, also auch die Wellenlänge λ selbst und damit die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im Dielektrikum $\sqrt{K}$-mal kleiner sein muß, als in Luft. Es ist dies das gleiche Verhalten, welches die Wellen im freien Raum zeigen. Das Drahtmaterial ist, vorausgesetzt, daß es ein guter Leiter ist, vollständig gleichgültig; nur die Umgebung des Drahtes ist von Einfluß. Um mittels des Lecherschen Drahtsystems Dielektrizitätskonstanten zu messen, hat man also nur die Brückenabstände in Luft und im Dielektrikum zu vergleichen. Das Verhältnis derselben ist die Wurzel aus der Dielektrizitätskonstante. Experimentell ist eine solche Bestimmung folgendermaßen auszuführen: Zuerst wird durch geeignete Brückeneinstellungen das ganze in Luft befindliche Lechersystem zur Resonanz gebracht. Ist das freie Ende überbrückt, so hat die Endabteilung zwischen den beiden letzten Brücken die Länge $\frac{\lambda}{2}$; endigen die Drähte frei, so ist die Länge

von der letzten Brücke bis zum freien Ende gleich $\frac{\lambda}{4}$. Wird die Endabteilung nunmehr mit dem Dielektrikum umgeben, so wird die Resonanz des ganzen Systems gestört. Indem man aber die Endabteilung posaunenartig ausziehbar macht, kann man dieselbe entsprechend verkürzen, bis die Resonanz wieder hergestellt ist. Dann entspricht die Länge der Endabteilung einer halben, bzw. viertel Wellenlänge im Dielektrikum.

Im Grunde genommen die gleiche Methode bleibt es, wenn nicht ein Teil des Drahtsystems in das Dielektrikum eingebettet wird, sondern ein an das Ende desselben befestigter Kondensator. Derselbe wirkt, wie nach den bisherigen Ausführungen leicht ersichtlich ist, wie eine Verlängerung des Drahtsystems, und zwar wie eine um so größere, je größer die Dielektrizitätskonstante des zwischen seinen Platten befindlichen Mediums ist. Ist auf Resonanz eingestellt, während Luft zwischen den Platten sich befindet, und füllt man Petroleum zwischen die Platten, so muß man, um die dadurch verschwundene Resonanz wieder zu erhalten, entweder die Endabteilung des Lechersystems verkürzen oder den Plattenabstand des Kondensators vergrößern. Beides kann in meßbarer Weise geschehen, und man kann den Meßapparat mit Flüssigkeiten bekannter Dielektrizitätskonstante eichen.

311. Einfluß der Einbettung des Erregers in einen Isolator auf die Wellenlänge. Bettet man den Erreger, wie es bei den kleineren immer geschieht, in eine isolierende Flüssigkeit, z. B. Petroleum, der Dielektrizitätskonstante K ein, so wird die Kapazität ver-K-facht, daher die Schwingungsdauer um das $\sqrt{K}$-fache größer. Die Fortpflanzung geschieht aber in der Flüssigkeit um denselben Betrag langsamer, daher ist die Wellenlänge, die der Erreger aussendet, im Petroleum die gleiche, wie sie in Luft ist, wenn der Erreger sich in Luft befindet. Die Wellenlänge in Luft dagegen, welche der in Petroleum befindliche Erreger aussendet, ist um das $\sqrt{K}$-fache länger.

312. Resonatorengitter von Garbasso. Ein Drahtgitter läßt elektrische Wellen nicht hindurchpassieren, wenn die

Drähte der elektrischen Kraft parallel sind. Schneidet man die Drähte in ihrer ganzen Länge in viele gleichlange Stückchen, indem man dabei etwa durch Fäden dafür sorgt, daß die Stückchen ihre Richtung und Lage beibehalten, so wird das Gitter im allgemeinen wirkungslos, da keine Schwingungen mehr durch Induktion in ihm zustande kommen können. Nur für eine bestimmte Wellenlänge ist das Gitter wirksam, nämlich für die Schwingung, welche die einzelnen Stückchen zu Resonanz erregt, deren Halbwelle also der Länge der Drahtstückchen gleich ist. Stellt man daher solch ein aus Drahtstückchen bestehendes Resonatorengitter einem Righischen Erreger gegenüber, so fehlt in dem hindurchgelassenen Wellenzug die Wellenlänge, welche der doppelten Drahtstückchenlänge gleich ist. Diese wird vollkommen reflektiert. Ein hinter dem Resonatorengitter befindlicher Resonator von der Länge der Drahtstückchen wird also nicht ansprechen. Senkt man das Gitter in eine isolierende Flüssigkeit, so muß der Resonator jetzt wieder erregt werden, da das Gitter jetzt nur auf eine um das $\sqrt{K}$-fache langsamere Schwingung wirken kann. Ein anderes Gitter, dessen Drahtstückchen um das $\sqrt{K}$-fache kürzer sind, verhindert dagegen dann das Ansprechen des Resonators. Dies bietet eine Methode, die Dielektrizitätskonstante für äußerst schnelle Schwingungen zu bestimmen.

313. Elektromagnetische Lichttheorie. Die erste Andeutung einer Beziehung zwischen der Lichtbewegung und elektromagnetischen Vorgängen wurde darin gefunden, daß das Verhältnis der elektromagnetischen zur elektrostatischen Stromeinheit eine Größe von der Dimension einer Geschwindigkeit, und daß der Wert dieser Geschwindigkeit derjenigen der Lichtfortpflanzung gleich ist. Maxwell zeigte durch seine im Geiste Faradays durchgeführte mathematische Theorie der elektromagnetischen Erscheinungen, daß das ebengenannte Verhältnis die Geschwindigkeit darstelle, mit welcher eine elektromagnetische Störung sich im freien Raum ausbreiten müsse. Dies theoretische Resultat bildete den Grund und Boden für seine elektromagnetische Lichttheorie, in welcher das Licht als ein periodischer elektromagnetischer Vorgang angesehen wird.

Die Versuche von Hertz, in erster Linie die wirkliche Herstellung schneller elektromagnetischer Schwingungen und der experimentelle Beweis ihrer wellenförmigen Ausbreitung mit einer derjenigen des Lichtes gleichen Geschwindigkeit, fernerhin die weiteren Versuche, welche das in jeder Beziehung gleiche Verhalten von Licht- und elektromagnetischen Wellen zeigten, haben die Faraday-Maxwellschen theoretischen Resultate so überzeugend bewiesen, daß an ihrer Richtigkeit Zweifel nicht mehr möglich sind.

Auch die von Maxwell aufgestellte Beziehung des vorigen Paragraphen:

$$n = \sqrt{K}$$

bietet einen wichtigen Anhaltepunkt für eine Untersuchung der Identität von Licht- und elektromagnetischer Bewegung. Es erhebt sich die Frage: Ist der für die elektromagnetischen Wellen als Wurzel aus der Dielektrizitätskonstante gemessene Brechungsexponent identisch mit demjenigen für Lichtwellen?

314. Dispersion. Streng kann die Beziehung ja auf keinen Fall bestehen. Die Dielektrizitätskonstante hat eine bestimmte Größe, während der Brechungsexponent für alle wägbaren Substanzen mehr oder weniger stark mit der Wellenlänge der Lichtsorte veränderlich ist. Diese Dispersion ist sehr gering bei Gasen. Daher sollte man bei ihnen am ehesten die Bestätigung der Relation erwarten. Dies ist nach Boltzmannschen Messungen auch in der Tat der Fall. Es ist z. B. der für gelbes Licht bestimmte Brechungsexponent sowie $\sqrt{K}$ für

	n	$\sqrt{K}$
Luft	1,000294	1,000295
Kohlensäure	1,000449	1,000473
Wasserstoff	1,000138	1,000132.

Für feste und flüssige Körper, welche sämtlich eine stärkere Dispersion als Gase zeigen, besteht die Beziehung mit wenigen Ausnahmen nicht mehr.

Solche Ausnahmefälle, in denen die Maxwellsche Beziehung $n = \sqrt{K}$ ziemlich genau besteht, bieten z. B.

	n_D	$\sqrt{K}$
Benzol	1,50	1,5
Petroleum	1,39	1,4
Schwefelkohlenstoff	1,63	1,6

wenn man einen mittleren Brechungsexponenten, etwa den für die D-linie wählt.

In der Regel jedoch sind die Werte n_D und $\sqrt{K}$ verschieden und in vielen Fällen sogar um sehr erhebliche Beträge. Z. B.

	n_D	$\sqrt{K}$
Chloroform	1,45	2,3
Alkohol	1,36	5
Wasser	1,33	9.

Man kann deswegen aber die Beziehung nicht falsch nennen. Sie ist vollkommen richtig, sobald die Schwingungen im Dielektrikum rein in der Weise vor sich gehen, wie sie in der Theorie ursprünglich gedacht sind, als elektrische und magnetische Verschiebungen im massenlosen Äther. Dann findet keine Dispersion statt, sondern der Brechungsexponent ist derselbe für langsame und schnelle Schwingungen. Dies ist in allen Körpern für die langen, mit elektrischen Mitteln herzustellenden Wellen der Fall. Hier ist n unabhängig von λ, gleich dem Wert n_∞ für beliebig lange, unendlich lange Wellen, und es ist:

$$n_{\lambda=\infty} = \sqrt{K}.$$

Für die langsamen Schwingungen und auch für die schnellen Schwingungen des Lichtes ist es im massenlosen Raum der Fall. Der freie Raum zeigt keine Dispersion. Sonst müßte uns ein Jupitermond nach Aufhören der Verfinsterung erst gefärbt und dann erst weiß erscheinen, wenn alle Lichtarten auf der Erde angelangt sind. Dies ist nicht der Fall, er erscheint sofort weiß, und es ist daher der Raum im Weltall dispersionsfrei.

Für die schnellen Lichtschwingungen findet aber Dispersion statt in allen wägbaren Körpern. Wir müssen daraus schließen, daß die Dispersion auf einem Einfluß beruht, den die ponderablen Substanzen auf die elektrischen und magnetischen Schwingungen des Äthers ausüben. Es werden durch die wechselnden elektrischen und magnetischen Kräfte elektrisch geladene

kleinste Teilchen, Elektronen, aus denen man sich die Atome der ponderablen Körper zusammengesetzt zu denken hat, zu erzwungenen Schwingungen angeregt. Der Einfluß der schwingenden Elektronen bzw. Elektronenkomplexe ist bei den Wellenlängen am größten, deren Periode mit der Eigenschwingung der Atome übereinstimmt. Bei diesen Wellenlängen muß sich nach Art eines Resonatorengitters (§ 312) die Substanz als undurchlässig erweisen, und es muß Reflexion wie an einer Metallwand, metallische Reflexion, eintreten. Die Reibung der sich bewegenden Atome erklärt den als Wärmeerzeugung stattfindenden Energieumsatz durch Absorption, welcher in den Resonanzgebieten am stärksten ist. Diese Resonanzgebiete sind die Stellen der sog. anomalen Dispersion. An ihnen ist der regelmäßige Verlauf der Dispersionskurve vollkommen gestört.

315. Dispersionsformeln. Im sichtbaren Gebiet läßt sich der Gang des Brechungsexponenten mit der Wellenlänge etwa darstellen durch die Cauchysche Dispersionsformel:

$$n^2 = A + \frac{B}{\lambda^2}.$$

Extrapolation unter der Annahme, daß diese Formel auch für längere Wellen als die des sichtbaren Spektrums bis hinauf zu unendlich langen Wellen gilt, ergibt.

$$n^2_{\lambda=\infty} = A.$$

Nach der Maxwellschen Beziehung sollte daher A die Dielektrizitätskonstante sein. Nun ist aber, wie die Erfahrung zeigt, B für alle Substanzen positiv, da n mit wachsendem λ abnimmt. A ist also noch kleiner als n^2. Wenn also n^2 bereits kleiner ist als die Dielektrizitätskonstante, so ist es A noch mehr. Genügt also n der Maxwellschen Beziehung nicht, so tut es A noch weniger. Extrapolation mit Hilfe der Cauchyschen Formel verbessert also die Übereinstimmung nicht. Es ist dies aber auch nicht zu erwarten, da dieselbe das Wesen der Dispersion nicht berücksichtigt. Anders verhält es sich mit der Ketteler-Helmholtzschen Dispersionsformel. Nach ihr stellt sich der Verlauf des Brechungsexponenten dar durch die Beziehung:

$$n^2 = 1 + \frac{m'\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda'^2}. \tag{1}$$

Hierin bedeutet n den Brechungsexponenten für die Wellenlänge λ; m' und λ' sind Konstante, und zwar bedeutet λ' die Wellenlänge, bei welcher die kleinsten Teilchen der Substanz zum Mitschwingen erregt werden, d. h. also die Stelle metallischer Reflexion und zugleich anomaler Dispersion und Absorption Indem man für eine Substanz an zwei recht weit auseinanderliegenden Stellen des Spektrums n bestimmt, kann man m' und λ' berechnen. Es muß dann, da für $\lambda = \infty$ folgt:

$$n^2_{\lambda=\infty} = 1 + m', \tag{2}$$

die Konstante m' vermehrt um Eins der Dielektrizitätskonstante K der Substanz gleich sein. Dies ist z. B. für Xylol, dessen Dielektrizitätskonstante = 2,2 ist, der Fall. Es ist für diese Substanz $m' = 1{,}17$; $\lambda' = 0{,}1366\ \mu$ berechnet worden. (Martens.)

Die Formel (1) ist theoretisch abgeleitet worden für Substanzen, welche nur einen Bereich des Mitschwingens der Atome zeigen. Besitzt ein Körper dagegen mehrere Sorten schwingungsfähiger Atome, so treten auf die rechte Seite weitere, dem zweiten Gliede analoge Summanden hinzu, und zwar so viele, als die Substanz Streifen metallischer Reflexion, d. h. Eigenschwingungen, besitzt. Die Formel hat dann das Aussehen:

$$n^2 = 1 + \frac{m'\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda'^2} + \frac{m''\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda''^2} + \frac{m'''\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda'''^2} + \cdots\cdots \tag{3}$$

Für Streifen, welche schon weit im Ultravioletten liegen, für welche also das gestrichene λ sehr klein ist, ist ein derartiger Summand konstant und kann zur Eins hinzugezogen werden. Für viele Substanzen ist daher der Verlauf der Dispersion genügend gut dargestellt durch die Formel:

$$n^2 = m + \frac{m'\lambda^2}{\lambda^2 - \lambda'^2} \tag{4}$$

ein Zeichen, daß diese außer dem Streifen λ' noch einen weit im Ultravioletten haben. Für diese Substanzen ist dann:

$$n^2_{\lambda=\infty} = m + m' = K.$$

Für manche Substanzen hingegen sind eine ganze Reihe der Zusatzglieder in Gleichung (3) zur Darstellung des Dispersionsverlaufs erforderlich und selbst diese noch nicht genügend.

Es ist noch zu bemerken, daß eine Reihe von Streifen metallischer Reflexion auch experimentell ermittelt worden

sind. So hat Rubens beispielsweise gefunden, daß Flußspat die Wellenlängen 24^{μ} und $31{,}6^{\mu}$ metallisch reflektiert, ebenso Steinsalz die Wellenlänge $51{,}2^{\mu}$ und Sylvin $61{,}1^{\mu}$. Läßt man ein Bündel von Licht- bezw. Wärmestrahlen daher mehrfach an Sylvinflächen reflektieren, so wird, da alle Wellenlängen bei jeder Reflexion nur teilweise reflektiert werden, und nur die Wellenlänge $61{,}1^{\mu}$ vollständig zurückgeworfen wird, in dem mehrfach reflektierten Strahlenbündel nur noch diese letztere Wellenlänge enthalten sein. Mit diesen langwelligen sog. Reststrahlen des Sylvins sind von den Herren Rubens und Du Bois Versuche angestellt worden, welche bereits ganz das Verhalten elektromagnetischer Wellen zeigen. So konnte z. B. ein erheblicher Unterschied in der Durchlässigkeit eines feinen Drahtgitters beobachtet werden, je nachdem man dieses mit seinen Drähten längs oder senkrecht zur Reflexionsebene stellte. Mit diesen Reststrahlen, für welche sich Quarz schon wieder durchlässig erweist (seine Streifen metallischer Reflexion liegen nach Rubens und Nichols bei $8{,}5^{\mu}$, $9{,}02^{\mu}$ und $20{,}75^{\mu}$), konnte der Brechungsexponent dieser Substanz zu 2,18 bestimmt werden. Sein Quadrat ist mit der Dielektrizitätskonstante 4,55 übereinstimmend, ein direkter Beweis der Richtigkeit der Maxwellschen Beziehung für unendlich lange Wellen mit Hilfe von Wärmestrahlen. Für Quarz befindet man sich bei 60^{μ} bereits weit aus dem Gebiet anomalen Verhaltens heraus.

316. Lichtemission. Zeeman-Effekt. Nach § 314 sieht man die Dispersion als veranlaßt an durch die Resonanz schwingender geladener kleinster Teilchen, aus welchen man sich die Atome der wägbaren Körper zusammengesetzt zu denken hat. Diese Teilchen, welchen man den Namen Elektronen gegeben hat, sind in beständigem Schwingen begriffen und haben ihre Eigenschwingung dabei. Ein schwingendes Elektron sendet dabei elektromagnetische Wellen aus; unter gewissen Umständen, z. B. genügender Erhitzung, erscheinen diese als Wärme- und Lichtwellen. Es ist ohne weiteres verständlich, daß ein Körper diejenige Wellenlänge, auf welche seine Teilchen Resonanz zeigen, welche er also vorwiegend absorbiert, auch am meisten emittiert (Kirchhoffsches Gesetz). Eine Natriumflamme absorbiert

z. B. dieselbe Wellenlänge $589^{\mu\mu}$, die sie selbst aussendet. Einen überaus wichtigen Beweis dafür, daß Leuchten durch schwingende Elektronen bewirkt wird, hat Zeeman erbracht, indem er fand, daß die Lichtschwingungen einer salzgefärbten Flamme beeinflußt werden, wenn man letztere einem starken Magnetfeld aussetzt, und zwar derart

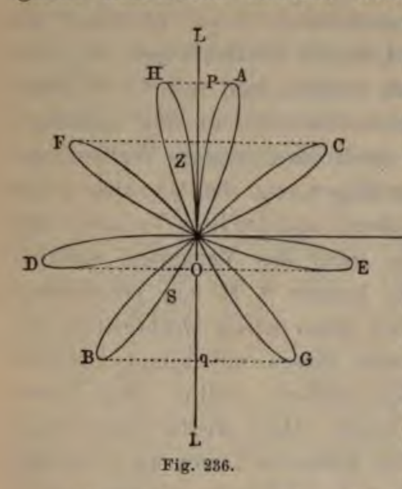


Fig. 236.

beeinflußt, wie man es unter der Annahme, daß bewegte Elektronen das Leuchten verursachen, vorhersagen kann. Dies hat man sich etwa folgendermaßen zu denken: [1])

Ein sich bewegendes Elektron ist einem elektrischen Strom äquivalent, muß daher in einem Magnetfeld eine Ablenkung aus seiner Bewegungsrichtung erfahren (siehe auch § 352). Nehmen wir an, ein negativ geladenes Elektron habe seine Ruhelage in O (Fig. 236) und schwinge längs der geraden Linie LL hin und her. Wir verfolgen jetzt die Bahn des seine Bewegung von O aus nach oben gerade beginnenden Teilchens, wenn es einem Magnetfeld ausgesetzt wird, dessen Richtung senkrecht zur Ebene des Papiers ist. Das Teilchen gelangt auf der nach links konvexen Kurve nach A, von dort aus auf dem anderen Schleifenteil nach O zurück, darüber hinaus nach B, zurück über O nach C usf. nach O, D, O, E, O, F, O, G usw. Die Krümmungen sind weit übertrieben gezeichnet, in Wahrheit wird die Bahn nur wenig von einer geraden Linie abweichen, welche aber fortwährend ihre Lage ändert, indem sie um O sich dreht. Die Lichtschwingungen sind nun rein transversale,

1) Diese Betrachtung sowie die Fig. 236 sind entnommen aus: Sichtbare und unsichtbare Bewegungen. Leichtverständliche Vorträge von H. A. Lorentz. Deutsch von G. Siebert. Verlag von Fr. Vieweg & Sohn, Braunschweig.

einem Beobachter in s wird also als Lichtbewegung nur die auf Os senkrechte Komponente der Bewegung erscheinen, die nach Os gerichtete Komponente der Schwingungsbewegung ist eindruckslos. Das in der Richtung Os vom Elektron ausgestrahlte Licht wird also dasselbe sein, als wenn das Elektron nicht die sternförmige Figur beschriebe, sondern deren Projektion auf LL, also von O nach P, Q, Z, S usf. sich bewegte. Letzteres ist eine in Intensität fortwährend ab- und wieder zunehmende Schwingung, eine Schwingung mit Schwebungen. Nun kann man die Schwebungen als veranlaßt ansehen dadurch, daß nicht eine Schwingung vorhanden ist, sondern zwei Schwingungen etwas verschiedener Periode gleichzeitig bestehen. Wenn man daher das im Magnetfeld beispielsweise von einer Natriumflamme ausgesandte Licht spektral zerlegt, so muß man statt einer Spektrallinie deren zwei, unmittelbar benachbarte erblicken. Da sich in Richtung Os auch Licht ausbreitet, welches durch O senkrecht zur Zeichnungsebene schwingende Teilchen aussendet, das Magnetfeld aber auf diese Bewegung ohne Einfluß ist, so muß in dem Lichtbündel Os auch noch die unbeeinflußte Spektrallinie erscheinen, welche in der Mitte der beiden erstgenannten liegt. Man sieht also ein Linien-Triplet an Stelle der ohne Magnetfeld sich zeigenden einfachen Linie. Diese Erscheinung ist von Zeeman im Laboratorium des Herrn Kamerlingh Onnes in Leyden beobachtet und nach ihm benannt worden.

317. Magnetische Drehung der Polarisationsebene. Verdetsche Konstante. Kerrsches Phänomen. Auch als eine Wirkung des Magnetfeldes auf die Bewegung der Elektronen muß man jedenfalls die von Faraday entdeckte, in allen Körpern mehr oder weniger stark erfolgende Drehung der Polarisationsebene eines Lichtstrahls ansehen, welcher in Richtung der Induktionslinien ein Magnetfeld passiert. Diese Drehung nimmt mit der Brechbarkeit der Strahlen zu (Rotationsdispersion) und ist nach Verdet der magnetischen Feldstärke proportional. Als Verdetsche Konstante bezeichnet man die Drehung, welche in dem magnetischen Feld Eins pro Längeneinheit erfolgt. Die Konstante beträgt für Wasser und Natriumlicht nach Arons 0,01295 Minuten. Verhältnismäßig groß ist die Drehung in

schwerem Glas. Die Drehung in einer Substanz bekannter Verdetscher Konstante bietet ein Mittel, magnetische Feldstärken zu messen. Auch bei der Reflexion an Eisen, Kobalt, Nickel, Glas, welche sich im Magnetfeld befinden, findet eine Drehung der Polarisationsebene statt. Diese Erscheinung ist von Kerr entdeckt.

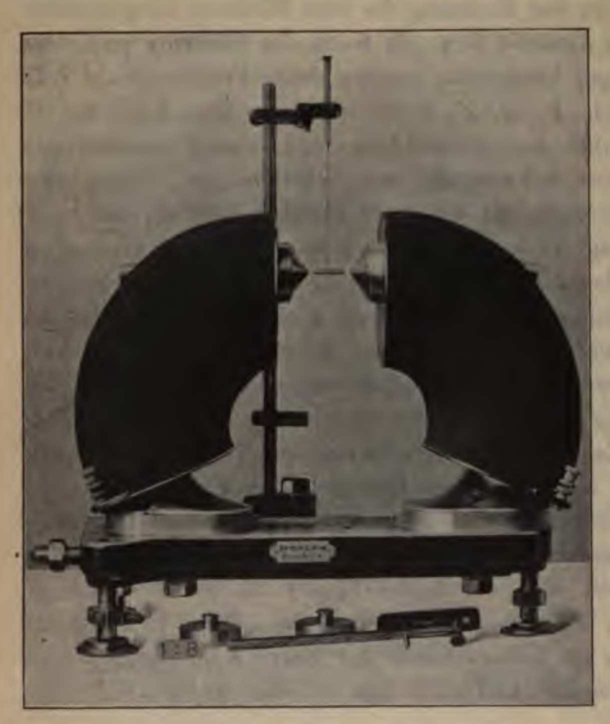


Fig. 237.

Man bedarf für diese Versuche kräftiger Elektromagnete, deren Pole geeignete Durchbohrungen besitzen. Fig. 237 zeigt einen hierfür sehr passenden Halbringelektromagneten nach Dubois (Hartmann & Braun), welcher auch für diamagnetische Versuche verwendet werden kann.

318. Vorteil der elektromagnetischen Lichttheorie vor der elastischen. In der Undulationstheorie des Lichtes wurden die Lichtwellen als durch elastische Schwingungen des Äthers entstanden angesehen. Es entstand für unsere Vorstellungskraft hierbei sofort ein, man kann wohl sagen, unüberwindliches Hindernis. Die Erscheinung der Polarisation des Lichtes zeigte, daß man sich diese elastischen Schwingungen als sicher transversaler Natur vorzustellen hatte. Nun liegt es

aber in der Natur aller elastischen Erscheinungen begründet, daß transversale Schwingungen nur in festen Körpern entstehen können. Damit Schwingungen eines Körpers zustande kommen, muß bei Verrückung desselben aus seiner Gleichgewichtslage eine mit der Verrückung größer werdende Kraft wirken, welche ihn in die Gleichgewichtslage zurückzuführen strebt. Das ist aber bei Flüssigkeiten und Gasen nicht der Fall. Diese setzen einer Verrückung ihrer Teilchen gar keinen Widerstand entgegen. Man mußte folglich den Äther als einen festen Körper ansehen, welcher jedoch der Bewegung der Himmelskörper keinen meßbaren Widerstand entgegensetzt. Dieser Widerspruch fand erst durch die Erkenntnis seine Lösung, daß die Lichtwellen gar nicht elastischer, sondern elektromagnetischer Natur sind. Die Beseitigung dieser Schwierigkeit bildet einen der Hauptvorzüge der elektromagnetischen Lichttheorie.

319. Die Schwingungsrichtung des polarisierten Lichts. Wird ein Lichtstrahl unter einem gewissen Winkel an einer spiegelnden, nichtmetallischen Fläche reflektiert, so erweist er sich als polarisiert, indem er nach der Reflexion Einseitigkeit in seinem Verhalten zeigt. Die Einfallsebene ist dabei eine Symmetrieebene seiner Eigenschaften und wird Polarisationsebene genannt. In der Elastizitätstheorie des Lichtes entspann sich ein Streit über die Frage: Geschehen die Schwingungen der Ätherteilchen in der Polarisationsebene (Fr. Neumann) oder senkrecht dazu (Fresnel)? Diese Frage hat in dieser Form in der elektromagnetischen Theorie des Lichtes keinerlei Bedeutung mehr, da wir wissen, daß Schwingungen in beiden Richtungen stattfinden, nämlich in der einen die Schwingungen elektrischer, in der anderen diejenigen magnetischer Kraft. Es fragt sich nur noch: Geschehen die elektrischen oder die magnetischen Schwingungen in der Polarisationsebene? Diese Frage läßt sich experimentell entscheiden durch folgende Versuche (Klemenčič), welche in sehr anschaulicher Weise einen weiteren Beitrag für den Nachweis der vollständigen Analogie zwischen elektromagnetischen Strahlen und den Strahlen des Lichtes liefern. Wenn natürliches Licht unter dem Polarisationswinkel auf eine Glasplatte fällt, so wird nur der Bestandteil reflektiert, dessen Polarisationsebene in der Ein-

fallsebene liegt. Dieses polarisierte Licht wird von einer zweiten Glasplatte, auf welche es unter dem Polarisationswinkel auffällt, nur dann ganz reflektiert, wenn seine Polarisationsebene wieder mit der Einfallsebene zusammenfällt. Sind die beiden Ebenen dagegen senkrecht zueinander, so wird nichts reflektiert, sondern alles Licht wird in die Glasplatte hineingebrochen.

Dieser letzte Versuch läßt sich leicht mit elektromagnetischen Wellen anstellen. Bringt man zwischen den horizontal stehenden Erreger, welcher also Wellen mit horizontaler elektrischer und vertikaler magnetischer Kraft aussendet, und den Empfänger (beispielsweise die Apparate in Figg. 227, 228) einen Satz von etwa fünf dickeren Glasplatten, welche gegen die Fortpflanzungsrichtung unter dem Polarisationswinkel geneigt sind, so zeigt sich, daß, wenn die elektrische Schwingung in der Einfallsebene geschieht, die Platten also hochkant stehen, nichts reflektiert wird, alles hindurchgeht, der Kohärer also weiter anspricht. Wird der Glasplattensatz um 90° gedreht, so daß die elektrische Kraft der Schwingungen nunmehr senkrecht zur Einfallsebene steht, so wird alles reflektiert, nichts hindurchgelassen, der Kohärer spricht nicht an. Der analoge optische Versuch läßt sich leicht mit einem Glasplattensatz anstellen.

Die Vergleichung des elektrischen und des optischen Experiments zeigt, daß bei polarisierten Lichtwellen die elektrischen Schwingungen senkrecht zur Polarisationsebene, die magnetischen in der Polarisationsebene vor sich gehen.

E) Drahtlose Telegraphie.

320. Energieverlust eines Hertzschen Erregers durch Strahlung. In § 266 haben wir gesehen, daß die Schwingungen in einem Leiterkreis, bestehend aus einer Kapazität und einer Selbstinduktionsspule ohne Ohmschen Widerstand ungedämpft verlaufen, indem kein Energieverbrauch stattfindet, der Strom ein sog. wattloser ist. Spannung und Strom haben die Phasendifferenz von 90°, mithin ist der Energieverbrauch gleich Null.

Tritt ein innerer Widerstand der Spule hinzu, so ändert sich die Phasendifferenz sofort, indem ein Energieverlust in Form von Joulescher Wärme jetzt stattfindet. Ferner werden

die Schwingungen dadurch zu gedämpften. Es muß eine Dämpfung der elektrischen Schwingungen eintreten, sobald dem System überhaupt irgendwie Energie entzogen wird. Dies kann z. B. auch dadurch geschehen, daß man in die Spule Eisen bringt, welches die Erscheinung der Hysteresis zeigt. Auch hier haben die magnetischen Kräfte bei der zyklischen Magnetisierung des Eisens Arbeit zu leisten (§ 183), und das schwingende System ist gezwungen, die dazu nötige Energie herzugeben. Eine weitere wichtige Ursache für die Dämpfung eines schwingenden Systems ist dessen Strahlung. Ein Hertzscher Erreger strahlt fortdauernd Energie in die Unendlichkeit aus in Form elektromagnetischer Wellen. Diese Energieausstrahlung hängt ab von der Form des Erregers. Sie ist groß für lange, gestreckte Oszillatoren, sie ist um so geringer, je mehr der Erreger in seiner Form geschlossen ist. Die Strahlung ist von zu vernachlässigender Größe für einen Kondensator, der sich oszillatorisch durch eine metallische Leitung entladet. Dies aus der Theorie sich ergebende Verhalten eines Erregers bezüglich seines Ausstrahlungsvermögens ist im Zusammenhang mit seiner Streuung von Induktionslinien. Schwingt ein langgestreckter Erreger, so treten an dessen freien Enden große freie Ladungen, verbunden mit großen Schwankungen des elektrischen Feldes auf, dessen Induktionslinien von dem Erreger aus in die Umgebung gestreut werden. Auf einem völlig geschlossenen Leiterkreis treten freie Ladungen überhaupt nicht auf, mithin auch keine Streuung elektrischer Induktionslinien. Dem völlig geschlossenen Leiterkreis ganz nahe stehend ist ein Kreis, bestehend aus Kondensator und einem Draht, der dessen Belegungen verbindet. Wird ein solches System zu elektrischen Schwingungen angeregt, so treten freie Ladungen nur auf den nahe einander gegenüberstehenden Platten auf. Die Induktionslinien verlaufen zwischen den Platten, und es wird ein um so geringerer Bruchteil von ihnen bis ins Unendliche zerstreut, je näher die Platten sich gegenüberstehen, je mehr das System geschlossen ist. Ein solches System zeigt weder Streuung von Induktionslinien noch Strahlung elektromagnetischer Energie.

321. Die ersten Versuche von Marconi. Die Möglich-

keit, drahtlos zu telegraphieren, ist uns durch die Ausbreitung der elektrischen Wellen in den freien Raum gegeben. In den Hertzschen Versuchen ist das Grundprinzip der drahtlosen Telegraphie gegeben. Man hat nur den Empfänger entsprechend einzurichten. Der Kohärer des Empfängers sendet bei dem Auftreffen von elektrischen Wellen einen Stromimpuls in ein Relais. Dieses letztere betätigt einen Morsetelegraphen, sowie einen Klopfer, welcher den Kohärer sogleich wieder in den nichtleitenden Zustand versetzt und ihn zu neuer Zeichengebung bereit macht. Eine solche Vorrichtung kann mit der Hertzschen Spiegelanordnung durch große Hörsäle leicht zu gutem Funktionieren gebracht werden. Für eine Telegraphie sind indessen weitere Entfernungen zu überbrücken, und dies zuerst getan zu haben, ist das Verdienst Marconis. Er erreichte dies erstens dadurch, daß er den Wellenerreger in großen Dimensionen anfertigte, so daß große elektrische Energiemengen in Bewegung gesetzt wurden, dann aber besonders dadurch, daß er dem Erreger eine geeignete Form gab. Die Bedingung welche der Erreger erfüllen muß, damit auf möglichst große Entfernungen noch elektrische Schwingungen nachweisbar werden, ist, daß er ein großes Strahlungsvermögen besitzt. Dies

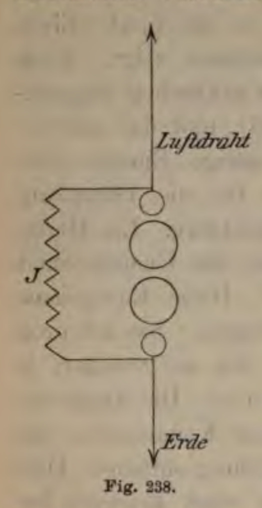
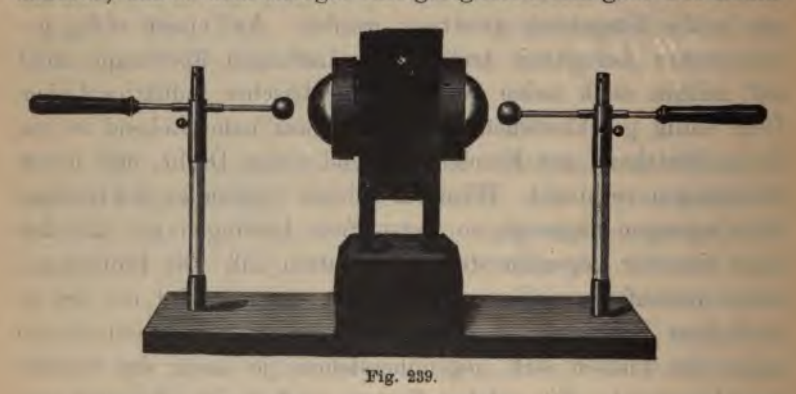


Fig. 238.


Fig. 239.

ist der Fall, wenn der Erreger ein langgestreckter Draht ist. Einen Erreger von großer Ausstrahlung erhält man demnach, wenn man zwei Metallkugeln mit gleich langen, in einer geraden Linie verlaufenden Metalldrähten verbindet. Man hat die Kugeln nur mit den Sekundärpolen eines Ruhmkorffschen Induktors zu verbinden, um die Schwingungen des Erregers zu erzeugen. An der Funkenstrecke befindet sich dann ein Knoten, an den Drahtenden Bäuche der elektrischen Schwingung. Der ganze Erreger schwingt als halbe, jeder einzelne der Drähte als viertel Wellenlänge. Dasselbe erreicht man, zugleich mit größerer Bequemlichkeit der Anordnung, weil die Funkenstrecke dann zu ebener Erde liegt, wenn man nur eine Kugel mit einem Sendedraht verbindet und die andere Kugel zur Erde ableitet. Dies tat Marconi, so daß dessen Geber die Form hatte, wie sie das Schema (Fig. 238) andeutet. Fig. 239 zeigt den Erreger ohne Sende- und Erddraht. Die Kugeln sind durch eine Schicht Petroleum oder Vaselinöl getrennt. Die Stromzufuhr vom Induktor kann durch kleine Funkenstrecken geschehen. Als Empfänger der von diesem Geber ausgesandten Wellen hat ein System zu dienen, welches mit dem Geber in Resonanz steht, also am einfachsten ein gleiches System. Ein gleich langer, in die Luft ragender Draht mit dem einen Ende des Kohärers verbunden, das andere Ende des Kohärers zur Erde geleitet. Ein Element und ein Relais befinden sich im Nebenschluß zum Kohärer, so daß das Relais anspricht, sobald der Kohärer erregt wird. Fig 240 stellt den zuerst von Marconi benutzten Empfänger schematisch dar.

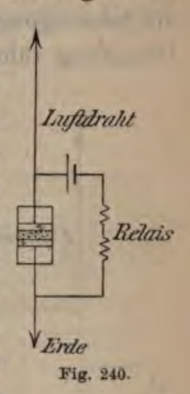


Fig. 240.

322. Der gekuppelte Schwingungskreis von Braun. Marconis ursprüngliche Erreger und Empfänger haben nun mancherlei Nachteile. Zunächst der Erreger. Die Form des Erregers wurde gewählt, um eine große Strahlung desselben zu erreichen. Damit nimmt man aber die unangenehme Eigenschaft in Kauf, daß die Schwingungen desselben infolge des großen Energieverlustes durch die Strahlung sehr schnell abklingen,

sehr stark gedämpft sind. Und dies hat wiederum den Nachteil, daß man nie an eine abgestimmte Telegraphie denken könnte, weil die Resonanzerscheinungen immer schlechter werden, je größer die Dämpfung der erregenden Schwingungen ist. Diesem Übelstand hat Professor Braun in Straßburg abgeholfen durch eine glänzende Verbesserung, welcher die drahtlose Telegraphie ihre weiterhin erfolgten großen Fortschritte ausschließlich zu verdanken hat. Braun kuppelte zwei Schwingungskreise miteinander, den stark strahlenden Marconischen mit einem gar nicht strahlenden gleicher Schwingungsdauer, nämlich einem Kreise, welcher aus einer Kondensatorkapazität und einer Selbstinduktionsspule besteht. Dieser Kreis ist auf die Schwingungsdauer des ausgespannten Drahtes durch Variieren von Kapazität oder Selbstinduktion abzustimmen. Wegen seiner geschlossenen Form strahlt dieser Kreis gar keine Energie aus, die Schwingungen sind fast ungedämpft. Die geringe vorhandene Dämpfung rührt von dem Energieverlust her, welcher erstens durch den immer vorhandenen Ohmschen Widerstand der Induktionsspule veranlaßt ist und in Joulescher Wärme sein Äquivalent findet, sowie auch zweitens zum Teil in der im Funken erzeugten Wärme begründet ist. Der geschlossene Kondensatorkreis hat auch ferner die Eigenschaft, für eine bestimmte Spannungsdifferenz der Funkenstrecke bedeutend größere elektrische Energiequanten in sich aufzunehmen, als der frei ausgespannte Draht. Kuppelt man nun beide Kreise miteinander, so vereinigt man die Vorteile beider. Der ausgespannte Draht strahlt fortdauernd elektromagnetische Energie aus, welche

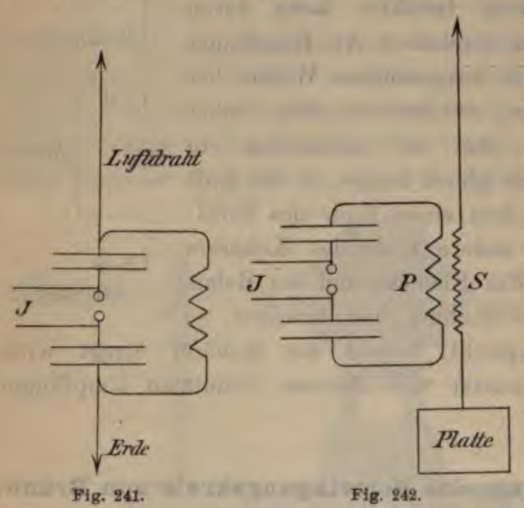


Fig. 241. Fig. 242.

ihm aber stets neu durch den Kondensatorkreis ersetzt wird. Ein so gekuppeltes System vereinigt also starke Strahlung mit geringer Dämpfung. Die Kuppelung kann auf zweierlei Weise geschehen, wobei kein großer Unterschied in der Wirkungsweise sich zeigt. Entweder direkt (Fig. 241) oder indirekt (Fig. 242), wobei die Schwingungen des Kondensatorkreises durch Induktion dem strahlenden Drahte zugeführt werden. In Fig. 241, welche das von Slaby-Arco nach Braun benutzte Gebersystem schematisch zeigt, ist, so wie oben erörtert wurde, der zum Luftdraht symmetrische Erregerdraht durch eine Erdleitung ersetzt. Fig. 242 stellt die von Braun benutzte induktive Schaltung dar; der zum Luftdraht symmetrische Draht ist ersetzt durch eine für die Schwingung gleichwertige Metallplatte. Die Platte muß, damit das System „ausbalanziert" ist, so beschaffen sein, daß von der Mitte der sekundären Induktionsspule aus das Produkt aus Kapazität und Induktion für die beiden Hälften das gleiche ist. Dann liegt der Knoten der Halbschwingung, welche das System ausführt, in der Spulenmitte.

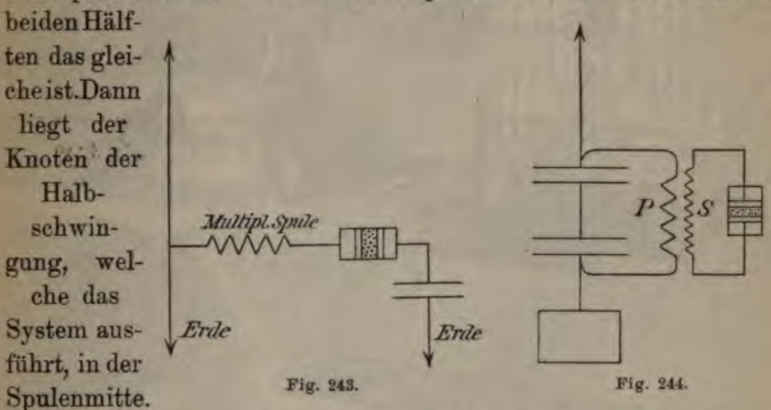


Fig. 243. Fig. 244.

Der Empfänger Marconis (Fig. 240), welcher natürlich auch für die vom Braunschen Geber ausgesandten Wellen dienen kann, hat den Nachteil, daß der Kohärer gerade im Knoten der elektrischen Kraft sich befindet. Dieser Übelstand wurde von Slaby in einem Empfängersystem dadurch vermindert, daß er den Kohärer in einen Nebenkreis mit Kondensator und einer sog. Multiplikatorspule schaltete (Fig. 243). Am geeignetsten erscheint wohl der dem Braunschen Sender entsprechende, ihm vollkommen symmetrische Empfänger, dessen Wirkungsweise aus Fig. 244 ohne weiteres erhellt. Der Slabysche und der



Fig. 245.

Braunsche Empfänger sind in ihrer Wirkungsweise durchaus ähnlich. Fig. 245 zeigt eine von Siemens & Halske in dem Kraftwerk der Berliner Hochbahn eingerichtete funkentelegraphische Station; Fig. 246 ein von der Gesellschaft für drahtlose Telegraphie hergestelltes Modell einer Geber- und einer Empfängerstation System Braun.

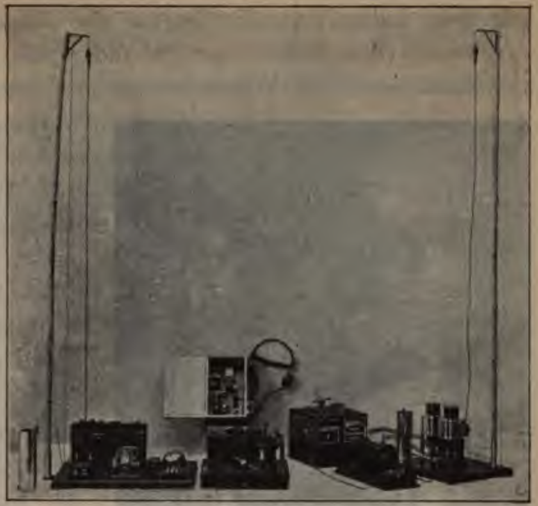


Fig. 246.

323. Versuche von Seibt zur Demonstration der drahtlosen Telegraphie. Ein geschlossener Schwingungskreis, bestehend aus zwei Leidener Flaschen, einer dickdrähtigen Selbstinduktionsspule variabler Länge und einer Funkenstrecke (Fig. 247) wird



Fig. 247

betrieben, indem man die Kugeln der (angeblasenen!) Funkenstrecke mit den Enden der Sekundärspule eines größeren, am zweckmäßigsten mit Wechselstrom gespeisten Funkeninduktors, verbindet. In genau der durch Fig. 241 dargestellten Weise ist eine Belegung einer Flasche geerdet, die symmetrische Belegung der anderen Flasche mit einer langen Spule dünnen Drahtes (an Stelle des Luftdrahtes) verbunden. Durch Variieren der Selbstinduktion im Kondensatorkreis kann man bewirken, daß diese Spule in Resonanz mit demselben steht. Dies ist dann der Fall, wenn sie, wie oben für den Fall des Sendedrahts auseinandergesetzt wurde, als viertel Wellenlänge schwingt. Eine ganz geringe Veränderung von Kapazität oder Selbstinduktion im Kondensatorkreis bringt das im Falle der Resonanz starke Ausstrahlen von langen Funkenbüscheln aus dem freien Ende der Resonanzspule zum Verschwinden. Fig. 248 zeigt zwei an den primären Schwingungskreis angeschlossene Spulen verschiedener Drahtlänge und -stärke. Die eine davon ist in kräftiger Resonanz, während die andere kaum anspricht. Durch Anhängen eines Stanniolblatts am freien Ende der Resonanzspule kann man ihre Kapazität vergrößern und sie dadurch „verstimmen“. Durch Einschalten von mehr Selbstinduktion im Primärkreis erhält man dann die Resonanz wieder. Resonanz findet aber auch statt, wenn die Spule als $\frac{3\lambda}{4}$, $\frac{5\lambda}{4}$ usf. schwingt, nämlich immer

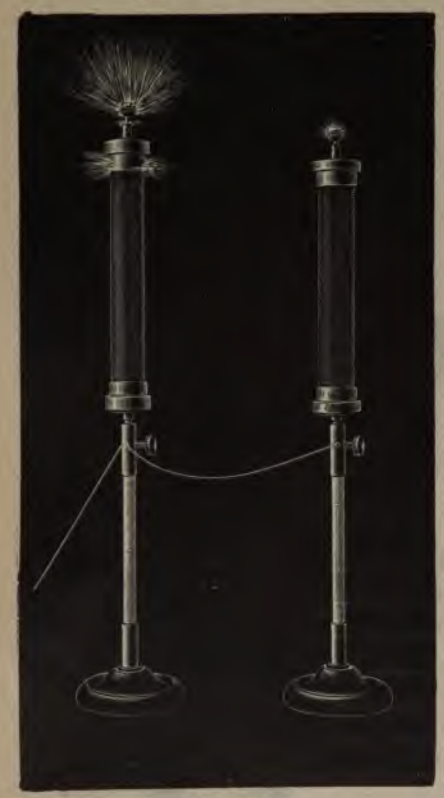


Fig. 248.

dann, wenn sich wie bei dem am Ende offenen Lecherschen Drahtsystem am freien Ende ein Bauch der erzwungenen Schwingung befindet. Es läßt sich diese kurzwelligere Resonanz dadurch herstellen, daß man die Schwingungen im Kondensatorkreis durch sukzessives Verkleinern der Selbstinduktion oder Kapazität desselben immer schneller macht. Spannt man einen erdabgeleiteten dünnen Draht parallel der Achse der langen Spule aus, so sieht man den Schwingungszustand sehr schön an den Büschelentladungen, welche aus ihm gegen die Spule an den Stellen schießen, wo große Potentialschwankungen sind. An den Knoten herrscht Dunkelheit. In Fig. 249 ist die Spule oben freiendigend, sie schwingt als $\frac{\lambda}{4}$ wie in Fig. 248.



Fig. 249.



Fig. 250.

In Fig. 250 ist die Spule oben geerdet, am oberen Ende also ein Knoten; sie schwingt als $\frac{\lambda}{2}$.



Fig. 251.

Würde man die lange Spule nicht durch direkte Kuppelung erregen, sondern induktiv, wie in Fig. 242, wobei ihre beiden Enden frei sind, so würde sie im Falle der Resonanz auf ihre Grundschwingung als halbe Wellenlänge schwingen. Dies wäre nichts anderes als die Anordnung des Tesla-Transformators (Fig. 208). Die Sekundärspule eines Tesla-Transformators schwingt als halbe Wellenlänge vergleichbar den Schwingungen einer beiderseits offenen Luftsäule



Fig. 252.

(Fig. 251); wird das eine Ende geerdet, so schwingt sie als viertel Wellenlänge, also mit doppelter Schwingungsdauer, wie wenn man das eine Ende der Luftsäule schließt (Fig. 252). Für die Seibtschen Versuche ist ein sehr anschauliches akustisches Analogon eine Stimmgabel mit daran befestigter ausgespannter Saite.

324. Der magnetische Detektor. An Stelle des Kohärers benutzt Marconi zum Nachweis der elektrischen Schwingungen im Empfänger auch einen kleinen Apparat, den sog. Detektor. Derselbe besteht (Fig. 253) aus einem Eisenkern E, der mit einer Spule umwickelt ist. Vor dem Eisenkern rotiert langsam ein permanenter Magnet M um die Achse A. Dieser Apparat wird mit dem Empfänger so verbunden, daß die in letzterem entstehenden Schwingungen der Spule des Detektors mitgeteilt werden, beispielsweise so, daß das eine Ende der Spule geerdet, das andere Ende mit dem Auffangedraht verbunden wird. Auf dem Eisenkern des Detektors befindet sich endlich noch eine zweite Spule, welche durch ein Telephon T geschlossen ist. Die Wirkungsweise des Detektors ist folgende: In dem kontinuierlich veränderlichen Magnetfeld des rotierenden Stahlmagneten beschreibt die Magnetisierung des Eisenkerns eine Hysteresiskurve. Wird der Eisenkern jedoch fortdauernd erschüttert oder magnetischen Wechselfeldern ausgesetzt, so wird die Erscheinung der Hysteresis herabgesetzt. Befindet sich demnach der Stahlmagnet in einer Lage, daß der Eisenkreis fast geschlossen ist, das magnetische Feld und die Induktion im Eisen ihr Maximum haben, und wird nunmehr der Stahlmagnet in eine andere Lage gedreht, so sinkt die Induktion im Eisen bis zu einem gewissen Betrag, der durch den Verlauf der Hysteresiskurve gegeben ist. Wird jetzt der Eisenkern erschüttert oder dem magnetischen Wechselfeld einer Empfängerschwingung ausgesetzt, so sinkt plötzlich sprungweise die Induktion auf den Wert, den sie für die Feldstärke bei der betreffenden Lage des Stahlmagneten angenommen haben würde, wenn der Eisenkern keine oder nur wenig Hysteresis zeigte. Durch diese plötzliche Änderung der magnetischen Induktion entsteht in der Sekundärspule ein Induktionsstoß, welcher sich durch ein Knacken der Telephonmembran kenntlich macht.

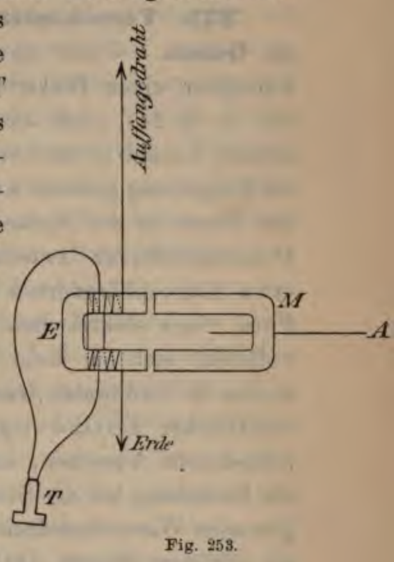


Fig. 253.

Zwölfter Abschnitt.

Elektrizitätsleitung in Gasen.

325. Verschiedene Arten der Elektrizitätsleitung in Gasen. Unter gewissen Bedingungen erhalten Gase die Fähigkeit, einen Elektrizitätstransport zu vermitteln. So sehen wir (s. § 24), daß aus einer feinen Spitze Elektrizität ausströmt, sobald sie auf eine ausreichende Potentialdifferenz gegen die Umgebung geladen wird. Im Dunkeln ist dabei ein Leuchten des Gases an der Spitze wahrzunehmen. Eine gewisse größere Potentialdifferenz zwischen größeren Elektroden in Gas von etwa Atmosphärendruck kann sich durch das Gas plötzlich in Form eines elektrischen Funkens ausgleichen. Dieser Ausgleich vollzieht sich in mehr kontinuierlicher Weise zwischen Elektroden in verdünnten Gasen (Glimmentladung). Diese drei Arten elektrischer Entladungen präsentieren sich in gänzlich verschiedenem Aussehen, sie haben indessen das gemeinsam, daß die Entladung bei der Steigerung der Potentialdifferenz bei einem gewissen Werte derselben plötzlich von selbst einsetzt. Man kann sie mit dem Namen selbständige Entladungen belegen, im Gegensatz zu einer anderen Art von Gasentladungen, den unselbständigen Entladungen. Bei diesen schafft sich das elektrische Feld zwischen den Elektroden nicht selbst die leitende Bahn, sondern das Gas wird durch äußere Mittel leitend gemacht. Die Entladungsarten, welche hierher gehören, haben alle das gemein, daß der Leitungsstrom durch das Gas bei jeder kleinsten Potentialdifferenz der Elektroden entsteht. Die äußeren Mittel, welche Gase in den leitenden Zustand versetzen, sind mannigfacher Art. Erhitzung auf hohe Temperatur, Bestrahlung mit sehr kurzwelligem Licht, mit Kathoden-, Röntgen- oder Becquerelstrahlen machen Gase in hohem Grade leitend. Ebenso

macht sich ein Leitungsvermögen des Gases in der Nähe von glühenden Substanzen oder nahe an gewissen Körpern geltend, welche von kurzwelligen Lichtstrahlen getroffen werden.

326. Vorstellungsweise von der Natur der elektrischen Leitung in Gasen. Ionentheorie. Die neueren Arbeiten, insbesondere von J. J. Thomson (Cambridge) und seinen Schülern, haben gezeigt, daß viele auf den ersten Blick sehr kompliziert aussehende Erscheinungen in verhältnismäßig einfacher Weise ihre Erklärung finden, ja, daß das Ergebnis von vielerlei Experimenten vorauszusehen ist, wenn man die Leitung im Gase als vermittelt ansieht durch die Bewegung positiv und negativ geladener Teilchen, der sogenannten Ionen, wenn man also die auf dem Gebiete der Leitung in Elektrolyten so überaus fruchtbare Ionentheorie auch auf die Gasleitung ausdehnt. Nach der Vorstellungsweise der Ionentheorie hat man sich also beispielsweise den kontinuierlichen Strom zwischen zwei auf eine gewisse Potentialdifferenz aufgeladenen Metallplatten, deren Zwischenraum gleichförmig von Röntgenstrahlen durchleuchtet wird, folgendermaßen vorzustellen. Die Röntgenstrahlen besitzen das Vermögen, dissoziierend zu wirken, d. h. Teilchen irgendwelcher Art im Gase in + und — geladene Ionen zu zerspalten. Und zwar muß man sich dies so vorstellen, daß Röntgenstrahlen einer gewissen Intensität pro Zeiteinheit eine gewisse gleiche Anzahl beider Ionen erzeugen. Diese Teilchen beginnen im elektrischen Feld zwischen den Elektroden zu wandern, die negativen Teilchen nach der Anode, die positiven nach der Kathode. An den Elektroden angelangt, geben sie ihre Ladung ab und vermitteln auf diese Weise den elektrischen Strom.

327. Abhängigkeit der Stromstärke von der elektromotorischen Kraft. Wir betrachten die Veränderlichkeit der Anzahl Ionen in einer Volumeneinheit des zwischen den Platten gelegenen Raums. Sei n die gesamte Anzahl von geladenen Ionen beiderlei Vorzeichens im ccm. Werden insgesamt N Teilchen beiderlei Vorzeichens pro sek und ccm durch die ionisierenden Strahlen erzeugt, so würde deren Anzahl beständig anwachsen, bis alles Gas dissoziiert ist, wenn nicht andere Vor-

gänge eine Entfernung einer gewissen Teilchenzahl pro sek und dadurch die Erreichung eines stationären Zustandes veranlaßten. Solche Vorgänge sind erstens der durch das Gas fließende elektrische Strom, zweitens eine spontane Wiedervereinigung der Ionen. Letztere bewirkt, daß auch ohne ein elektrisches Feld die Dissoziation einen Grenzwert erreicht. Man hat sich vorzustellen, daß die geladenen Teilchen in steter Bewegung im Raume herumfliegen und dabei zusammenprallen. Ein jeder Zusammenstoß eines positiven und negativen Teilchens bewirkt einen Ausgleich ihrer Ladungen, also eine Vernichtung zweier entgegengesetzt geladener Ionen. Wir wollen die Verhältnisse betrachten, wie sie sich zeigen, wenn entweder einer der Vorgänge oder beide die Ionenzahl beeinflussen.

1. Nehmen wir zunächst an, es bestehe zwischen den Elektrodenplatten keine Potentialdifferenz, d. h. es flösse kein Strom, so ist die Zunahme der Gesamtzahl im ccm vorhandener Ionen pro Zeiteinheit gleich der Anzahl N pro sek erzeugter minus der Zahl R durch Rekombination pro sek verloren gehender, also:

$$\frac{dn}{dt} = N - R.$$

Die Zahl von Wiedervereinigungen ist aber der Zahl von Zusammenstößen, diese wiederum der Anzahl von Ionen jedes Vorzeichens, mithin, da gleichviel Ionen der beiden Vorzeichen da sind, dem Quadrat der vorhandenen Ionenzahl proportional. Es ist daher, wenn α eine Konstante:

$$\frac{dn}{dt} = N - \alpha n^2.$$

Im stationären Zustand ist dies gleich Null, d. h. $N = \alpha n^2$, die Zahl erzeugter gleich der Zahl durch Wiedervereinigung verloren gehender Ionen.

2. Besteht zwischen den Elektrodenplatten eine große Potentialdifferenz, so daß wesentlich alle Teilchen durch das elektrische Feld herausbefördert werden, und keine oder nur vernachlässigbar wenige durch Wiedervereinigung verloren gehen, so ist, wenn man die Zahl der pro sek aus dem ccm durch den Strom herausgeschafften Teilchen mit S bezeichnet:

$$\frac{dn}{dt} = N - S.$$

Im stationären Zustand ist $N = S$. Es ist ferner im stationären

Zustand die Stromstärke an jeder Stelle die gleiche, denn sonst müßte eine fortwährende Anstauung von Elektrizität stattfinden. Ist i die Stärke des durch das qcm fließenden Stromes, welchen man durch Einschalten eines Galvanometers in die Leitung zu den Platten messen kann, so ist dieser Strom numerisch gleich der Anzahl aller Teilchen, welche pro sek aus dem Raum zwischen den Platten an die Flächeneinheit beider Platten geschafft werden, multipliziert mit ihrer Ladung. Ist l der Plattenabstand, so werden Sl Teilchen pro sek an die Flächeneinheit der Platten geschafft, der Strom ist daher, wenn man noch mit e die Ladung eines Teilchens bezeichnet:

$$i = Sle,$$

also ist:

$$S = \frac{i}{le},$$

mithin:

$$\frac{dn}{dt} = N - \frac{i}{le}.$$

Im stationären Zustand ist

$$N - \frac{i}{le} = 0.$$

Dies bedeutet folgendes: Ist der das Gas durchfließende Strom so stark, d. h. das elektrische Feld, welchem er seine Entstehung verdankt, so groß, daß die Ionen schneller aus dem Raum herausbefördert werden, als daß Rekombinationen eintreten könnten, so ist der Strom gegeben durch die Gleichung:

$$J = Nle,$$

d. h. er ist unabhängig von der elektromotorischen Kraft, er ist für eine bestimmte Strahlenintensität konstant und gibt bei veränderlicher Intensität der ionisierenden Strahlen ein direktes Maß für die Stärke der Ionisierung, für die Anzahl N pro Sekunde erzeugter Ionen, da er dieser Zahl proportional ist.

3. Besteht zwischen den Elektrodenplatten nur eine kleine Potentialdifferenz, so daß wegen der langsamen Ionenbewegung beides, Strom und Rekombination, die Ionenzahl beeinflussen, so werden die Verhältnisse kompliziert, weil Ungleichmäßigkeit im Potentialverlauf zwischen den Platten und in der Ionenverteilung eintritt. Es sind nicht mehr gleichviel + und − Ionen im ccm enthalten, und die Rekombination kann daher nicht mehr proportional αn^2 gesetzt werden. Wenn indessen der Strom so

schwach ist, daß diese Komplikation nicht eintritt, und man $R = \alpha n^2$ annehmen kann, so besteht die Gleichung:

$$\frac{dn}{dt} = N - \alpha n^2 - \frac{i}{le}.$$

Hierin können wir für n einen anderen Ausdruck einsetzen, wenn wir folgende Hypothese einführen (s. nächsten Paragraphen):

Es soll die Geschwindigkeit der Teilchen in jedem Augenblick proportional der Feldstärke sein.

Bezeichnet man mit $\mathfrak{E}$ die Feldstärke ausgedrückt in $\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$, V die Potentialdifferenz der Platten in Volt, U die Geschwindigkeit der Teilchen, u ihre Beweglichkeit, d. h. ihre Geschwindigkeit für das Potentialgefälle $\frac{1\ \text{Volt}}{\text{cm}}$, so ist der mathematische Ausdruck dieser Hypothese:

$$U = u\mathfrak{E} = \frac{uV}{l}.$$

Sind n Teilchen beider Ionenarten zusammen im ccm und bewegen sich beide mit der Geschwindigkeit U, so gehen nU Teilchen pro sek durch die Flächeneinheit, mithin ist der Strom

$$i = nUe = \frac{nuVe}{l},$$

also:

$$n = \frac{il}{uVe}.$$

Die Gleichung für $\frac{dn}{dt}$ wird daher:

$$\frac{dn}{dt} = N - \frac{\alpha i^2 l^2}{u^2 V^2 e^2} - \frac{i}{le}.$$

Im stationären Zustand ist also:

$$0 = N - \frac{i}{le} - \frac{\alpha l^2}{u^2 e^2} \cdot \frac{i^2}{V^2}.$$

Multipliziert man mit le, so ist, unter Berücksichtigung, daß Nle gleich dem Sättigungsstrom J ist:

$$0 = J - i - \frac{\alpha l^2}{u^2 e^2} \cdot \frac{i^2}{V^2}.$$

Aus dieser Gleichung kann man die Beziehung zwischen Stromstärke i und Potentialdifferenz V der Elektroden für schwache Ströme i ablesen. Fallen Röntgenstrahlen bestimmter

Intensität zwischen die Platten, so ist J eine gewisse konstante Größe; ist i klein gegen J, so folgt aus der letzten Gleichung:

$$\frac{i^2}{V^2} = \text{Konst.},$$

d. h. die Stromstärke ist proportional der elektromotorischen Kraft, wenn diese klein ist. Das Ohmsche Gesetz ist für schwache Ströme erfüllt.

Läßt man also die Potentialdifferenz der Elektroden von Null an wachsen, so steigt erst die Stromstärke mit ihr proportional an, um dann aber für höhere elektromotorische Kräfte sich einem konstanten Grenzwert, dem Werte des Sättigungsstromes, zu nähern. Der Sättigungsstrom tritt, wie oben erörtert, dann ein, wenn alle erzeugten Ionen zur Stromleitung verwandt werden, keine mehr durch Rekombination verloren gehen. Fig. 254 zeigt diesen Verlauf der Stromstärke graphisch, die Kurve beginnt geradlinig, um bei a umzubiegen und horizontal weiter zu verlaufen, was dem Sättigungszustand entspricht.

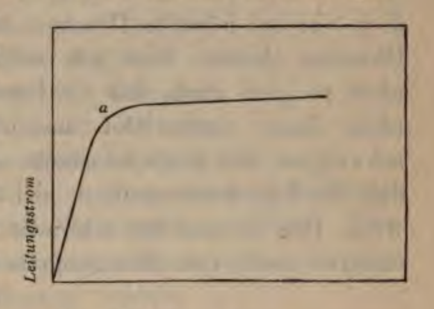


Fig. 254.

328. Bedeutung der Proportionalität von Ionengeschwindigkeit und Feldstärke. Das geladene Ion erfährt im elektrischen Felde eine Antriebskraft, welche dem Produkt aus seiner Ladung und der Feldintensität gleich ist. Seine Bewegung sollte demnach eine gleichförmig beschleunigte sein, wie diejenige eines frei im Schwerkraftsfeld der Erde fallenden Körpers. Das Ion erfährt indessen in dem Gase durch Reibung einen großen Widerstand gegen seine Bewegung. Es ist einem kleinen Körper vergleichbar, welcher in einer zähen Flüssigkeit zu Boden sinkt oder einem in Luft frei fallenden Nebelbläschen. Ein solches nimmt sehr schnell eine gleichförmige Geschwindigkeit an, welche der Kraft, welche auf dasselbe wirkt, proportional ist. So auch ein Ion. Wenn der Druck des Gases nicht zu gering ist, so ist auch hier die Reibung so groß, daß eine

Beschleunigung nicht auftritt. Bei sehr kleinen Gasdrucken ist dies indessen nicht mehr der Fall, und die Betrachtungen des vorigen Paragraphen verlieren dann, soweit sie an die Annahme einer Proportionalität zwischen Geschwindigkeit und Feldstärke geknüpft sind, ihre Gültigkeit. Nur bei höheren Gasdrucken (etwa Atmosphärendruck) gilt daher die Beziehung des vorigen Paragraphen:

$$i = \frac{nue}{l} V = \text{Konst. } V,$$

d. h. nur bei höheren Drucken besteht für die Gasleitung das Ohmsche Gesetz. Dies gilt auch nur, solange die Feldstärke nicht so groß wird, daß die Ionengeschwindigkeit zur Bildung neuer Ionen durch Stoß ausreicht (§ 340). Auch war stillschweigend hier n als Konstante angenommen, d. h. angenommen, daß die Ionenkonzentration nicht durch den Strom beeinflußt wird. Dies ist nur für schwache Ströme der Fall, welche weit entfernt noch vom Sättigungsstrom sind (s. vor. Paragraphen).

329. Verteilung der Ionen und damit der räumlichen Dichte freier Elektrizität im leitenden Gas. Der Umstand, daß die Ionen des leitenden Gases im elektrischen Feld eine erhebliche Geschwindigkeit besitzen und die Zahl pro Sekunde erzeugter Ionen nicht sehr groß ist, bewirkt, daß der Sättigungsstrom bereits bei relativ niedrigen elektromotorischen Kräften eintritt und keine sehr große Intensität besitzt. Die Stromstärke ist ja von Fall zu Fall sehr verschieden, ihre Größenordnung ist aber insoweit anzugeben, als es zu seiner Messung immer eines empfindlichen Galvanometers bedarf. In Elektrolyten ist die Erscheinung des Sättigungsstromes nicht beobachtet, ihre Leitung folgt dem Ohmschen Gesetz, wie die Leitung schwacher Ströme in Gasen. Die Ionenmenge pro ccm, der Dissoziationsgrad ist konstant. Dies rührt, abgesehen von einer anderen Entstehungsweise der elektrolytischen Ionen, zum Teil auch von der äußerst geringen Beweglichkeit der Ionen her. Sättigungsstrom könnte erst bei sehr hohen Potentialdifferenzen erfolgen. Dann wären aber wegen der ungeheuren Ionendichte die Ströme außerordentlich groß. Man muß sich den Strom in flüssigen Elektrolyten wie einen sich langsam dahinwälzenden Strom unge-

heuer vieler Teilchen, den Strom in Gasen wie eine kleine Anzahl schnell dahinfliegender Teilchen vorstellen. Aus der schnellen Bewegung der Teilchen folgt nun eine ungleichmäßige Verteilung der Ionen im Raume zwischen den Elektroden, wie man sich leicht in folgender Weise klar machen kann. Nehmen wir den Fall, daß eine zur Erzeugung des Sättigungsstromes ausreichende Potentialdifferenz der Platten bestehe. Durch eine Volumeneinheit, welche beliebig, z. B. näher der — geladenen Platte A gelegen ist (Fig. 255), wandern dann in der gleichen Zeit sämtliche in dem punktierten Zylinder rechts erzeugten + Ionen nach links und alle in dem Zylinder links erzeugten — Ionen nach rechts hindurch. Es müssen daher mehr + als — Ionen in einem Volumenteil sich befinden, welcher sich nahe der negativen Platte A befindet, und umgekehrt ein Überschuß — Teilchen an der positiven Platte B. In einer dünnen Schicht zwischen den Platten werden gleichviel + und — Ionen sich befinden, in ihr ist die räumliche Dichte freier Elektrizität gleich Null. Diese Schicht wird bei gleicher Geschwindigkeit der Teilchen in der Mitte zwischen den Platten liegen, bei ungleicher Geschwindigkeit dagegen unsymmetrisch, nämlich, wie man sich leicht klar machen kann, näher an der + Platte, wenn die Geschwindigkeit der — Teilchen die größere und umgekehrt. Die Schichten freier positiver und negativer Elektrizität an der negativ bzw. positiv geladenen Platte müssen nun bewirken, daß das Potentialgefälle an beiden Platten steiler verläuft als im nichtleitenden Zustand oder im Fall gleichförmiger Ionenverteilung. Der Potentialverlauf im leitenden Gase muß demnach die Form der in Fig. 256 dargestellten Kurve haben.

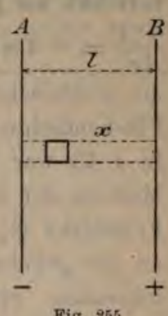
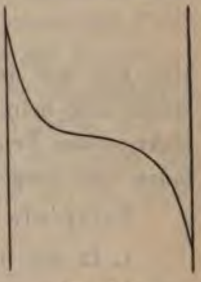


Fig. 255.


Fig. 256.

Der geschilderte Einfluß freier Elektrizität auf den Potentialverlauf ergibt sich streng aus dem im nächsten Paragraphen bewiesenen, allgemeingültigen Satz.

330. In einem elektrischen Felde, dessen Induktionslinien sämtlich parallel verlaufen, sind das Potential und die räumliche Dichte etwa vorhandener freier Elektrizität an jeder Stelle verbunden durch die Beziehung $\frac{d^2 V}{d x^2} = -4\pi\varrho$. In § 25 war der Satz aufgestellt worden, daß die elektrische Kraft $\mathfrak{E}$ bei dem Durchgang durch eine mit der Flächendichte σ geladene Fläche springt um den Betrag $-4\pi\sigma$. In § 45 war weiter gezeigt, daß, sobald der Raum mit einem Medium der Dielektrizitätskonstante K ausgefüllt ist, nicht die Feldstärke $\mathfrak{E}$, sondern die Induktion $K\mathfrak{E}$ um den Betrag $4\pi\sigma$ an der geladenen Fläche springt. Ganz allgemein gilt danach folgendes: Springt bei dem Durchgang durch eine Fläche von der Seite 1 nach der anderen Seite 2 in Richtung der Induktionslinien die elektrische Induktion, so daß sie auf der ersten Seite der Fläche den Wert $[K\mathfrak{E}]_1$, an der anderen Seite der Fläche den Wert $[K\mathfrak{E}]_2$ hat, so ist die Fläche geladen mit einer Flächendichte

$$\sigma = \frac{[K\mathfrak{E}]_2 - [K\mathfrak{E}]_1}{4\pi}.$$

Hat $K\mathfrak{E}$ auf der Seite 2 den größeren Wert, d. h. nimmt die Größe $K\mathfrak{E}$ beim Durchschreiten der Fläche in der Richtung des elektrischen Feldes zu, so ist σ positiv, die Fläche positiv geladen und umgekehrt.

Beispiele für diesen Satz:

1. In ein homogenes elektrisches Feld (Medium 1) sei eingebettet eine Schicht eines Mediums 2 anderer Dielektrizitätskonstante, deren Hauptbegrenzungsflächen senkrecht zu den Induktionslinien liegen. Nach § 49 hat die Induktion innen und außen den gleichen Wert, es ist also

$$[K\mathfrak{E}]_1 = [K\mathfrak{E}]_2,$$
$$K_1\mathfrak{E}_1 = K_2\mathfrak{E}_2,$$

mithin $\sigma = 0$. Die Grenzfläche ist ungeladen. Die Feldstärke $\mathfrak{E}$ jedoch, d. h. das Potentialgefälle pro cm, springt an der Fläche. Die Fläche verhält sich so, als ob sie in homogenem Medium sich befände und mit der Dichte $\sigma = \frac{\mathfrak{E}_2 - \mathfrak{E}_1}{4\pi}$ geladen wäre. Man spricht daher von scheinbarer Ladung derselben (s. § 51).

Der Potentialverlauf ist etwa so, wie er in Fig. 257 dargestellt ist, wenn das eingebettete Medium 2 die größere Dielektrizitätskonstante hat.

2. Ein homogenes elektrisches Feld sei erfüllt von einem Medium mit einem gewissen Leitvermögen $\varkappa_1$. In dieses sei in gleicher Weise wie im vorigen Beispiel eingebettet ein anderes Medium vom Leitvermögen $\varkappa_2$. Man kann sich dies Beispiel verifiziert denken, z. B. dadurch, daß ein Eisendraht, welcher die Klemmen eines galvanischen Elementes verbindet, unterbrochen ist durch ein Stück gleich dicken Kupferdrahtes.

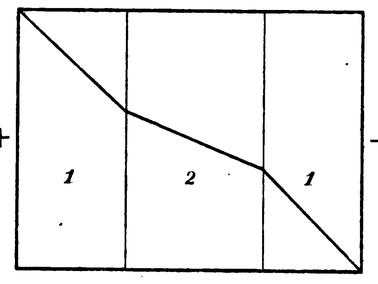


Fig. 257.

Das System von Leitern wird von einem Strom durchflossen; wir betrachten den stationären Zustand. Nach dem Ohmschen Gesetz müssen zwischen den Begrenzungsschichten der einzelnen Leiterabteile, da diese alle vom nämlichen Strom durchflossen sind, Potentialdifferenzen bestehen, welche den Widerständen der Abteile proportional sind. Das Potentialgefälle pro cm, d. h. die elektrische Feldstärke, muß sich also in den einzelnen Abteilen wie die Widerstände pro cm derselben, d. h. umgekehrt wie deren Leitfähigkeiten, verhalten, d. h. für die Feldstärken in den beiden Medien muß die Beziehung bestehen:

$$\mathfrak{E}_1 : \mathfrak{E}_2 = \varkappa_2 : \varkappa_1 .$$

Hat das eingebettete Medium 2 z. B. größere Leitfähigkeit als das umgebende Medium 2, wie es in dem genannten Beispiel der Fall, so ist der Potentialverlauf derselbe, wie Fig. 257 es andeutet. An den beiden Grenzschichten springt also die Feldstärke, und zwar an der linken um den Betrag:

$$\mathfrak{E}_2 - \mathfrak{E}_1 = \mathfrak{E}_1 \cdot \frac{\varkappa_1 - \varkappa_2}{\varkappa_2} = \mathfrak{E}_2 \cdot \frac{\varkappa_1 - \varkappa_2}{\varkappa_1} .$$

Ist die Dielektrizitätskonstante der beiden Medien gleich, so springt die Induktion an der linken Grenzfläche um den Betrag $K\mathfrak{E}_1 \frac{\varkappa_1 - \varkappa_2}{\varkappa_2}$. Die Flächendichte wirklicher freier Ladung ist durch den 4π-ten Teil dieses Sprunges gegeben, also

$$\sigma = \frac{K}{4\pi} \mathfrak{E}_1 \frac{\varkappa_1 - \varkappa_2}{\varkappa_2}.$$

An der anderen Grenzfläche haben Sprung der Feldstärke und Induktion, sowie die Flächendichte die entgegengesetzt gleiche Größe. Ist $\varkappa_2 > \varkappa_1$, so ist σ negativ für die Fläche, an welcher das Potential den höheren Wert hat, positiv auf der anderen Fläche.

Man kann sich nun leicht den Fall konstruiert denken, daß die Leitfähigkeit nicht plötzlich springt, sondern allmählich von einem Wert in den anderen übergeht. Man kann sich dann aber den Raum, in welchem diese Änderung von $\varkappa$ stattfindet, zerlegt denken in eine große Anzahl sehr dünner Schichten, in deren jeder $\varkappa$ einen gewissen Wert hat, welcher aber von Schicht zu Schicht etwas springt. Die Folge davon ist, daß alle Grenzflächen dieser Schichten mit einer gewissen Flächendichte geladen erscheinen. Dieselbe Elektrizitätsmenge, welche vorher als Flächenbelegung auf der Grenzfläche auftrat, erscheint jetzt räumlich verteilt in dem Raume, in welchem $\varkappa$ sich ändert. Ändert sich pro cm das Potentialgefälle, d. h. die Feldstärke, um einen gewissen Betrag, so ist in diesem Raum von 1 cm Länge dieselbe Elektrizitätsmenge als räumliche Ladung enthalten, welche auf einer seiner seitlichen Begrenzungsflächen als Flächenladung sich befinden würde, wenn an dieser die Feldstärke um denselben Betrag springen würde. Die Flächenladung σ auf einem qcm geht über in eine räumliche Ladung in einem ccm. Ändert sich die Feldstärke $\mathfrak{E}$ auf einer Strecke dx um den Betrag $d\mathfrak{E}$, so ist $\frac{d\mathfrak{E}}{dx}$ ihre Änderung pro Längeneinheit. Die räumliche Dichte ϱ freier Elektrizität in dem Raum, wo $\mathfrak{E}$ variabel, ist daher:

$$\varrho = \frac{1}{4\pi} \frac{d\mathfrak{E}}{dx}.$$

Sie ist, wie die Flächenladung, positiv, wenn die Feldstärke beim Durchgang durch das Volumenelement in Richtung des elektrischen Feldes zunimmt, also $\frac{d\mathfrak{E}}{dx}$ positiv ist. $\mathfrak{E}$ ist die Änderung des Potentials V pro Längeneinheit, und zwar nimmt V in der positiven Feldrichtung ab, es ist daher

$$\mathfrak{E} = -\frac{dV}{dx}.$$

Folglich ist:

$$\varrho = -\frac{1}{4\pi}\frac{d\left(\frac{dV}{dx}\right)}{dx} = -\frac{1}{4\pi}\frac{d^2V}{dx^2},$$

oder

$$\frac{d^2V}{dx^2} = -4\pi\varrho.$$

Diese Gleichung ist ein Spezialfall der allgemeineren Poissonschen Gleichung der Potentialtheorie, welche lautet:

$$\frac{d^2V}{dx^2} + \frac{d^2V}{dy^2} + \frac{d^2V}{dz^2} = -4\pi\varrho,$$

wofür man abgekürzt

$$\Delta V = -4\pi\varrho$$

schreibt. Die Poissonsche Gleichung reduziert sich auf unsere Gleichung für den Fall eines geradlinigen Feldes. Dann ist V nur von einer Koordinate abhängig, und zwei Glieder der linken Seite verschwinden.

Die Gleichung zeigt, daß, wenn an einer Stelle eines elektrischen Feldes, dessen Induktionslinien parallel verlaufen, räumliche Ladungen sich befinden, die Feldstärke nicht konstant, der Potentialverlauf daher kein geradliniger sein kann. Die V-Kurve in Fig. 256 zeigt an der Anodenplatte großes negatives Gefälle, weiter nach der Mitte ein kleineres, dann wieder nach der Kathodenplatte zu ein größeres negatives Gefälle. $\frac{d^2V}{dx^2}$ ist an der Anode also positiv, an der Kathode negativ, die räumliche Dichte freier Elektrizität mithin an der Anode negativ, an der Kathode positiv.

331. Berechnung der Ionenverteilung und des Potentialverlaufs. Der Rahmen des Buches verbietet, diese Rechnung genauer durchzuführen. Sie soll indessen angedeutet werden, weil sich an ihr Resultat, welches ohne Rechnung aus freier Anschauung heraus bereits in § 329 entwickelt wurde, mancherlei wichtigere Folgerungen knüpfen lassen. Zwischen den Platten A und B der Fig. 255 fließe der Sättigungsstrom. Durch die Querschnittseinheit eines kleinen Volumenelements, welches in der Entfernung x von der positiven Platte B, also

in der Entfernung $l - x$ von der Platte A sich befindet, fließt ein Strom i_p positiver Teilchen nach links, dessen Stärke gegeben ist durch die Ladung aller Teilchen, welche pro Sekunde in dem Zylinder rechts vom Volumenelement erzeugt werden. Die Zahl dieser Teilchen ist gleich Nx. Andererseits ist der Strom positiver Teilchen wie in § 327 bestimmt durch die räumliche Dichte n_p der positiven Ionen, ihre Geschwindigkeit, welche gleich ihrer Beweglichkeit v_p mal dem Potentialgefälle $\frac{dV}{dx}$ an der Stelle des Volumenelementes ist, und ihre Ladung. Es ist also

$$i_p = Nex = n_p v_p \frac{dV}{dx} e,$$

und entsprechend für die negativen Ionen:

$$i_n = Ne(l - x) = n_n v_n \frac{dV}{dx} e.$$

Daher die Zahl positiver bzw. negativer Ionen pro Volumeneinheit an der Stelle des Raumelements:

$$n_p = \frac{Nx}{v_p \frac{dV}{dx}}; \quad n_n = \frac{N(l - x)}{v_n \frac{dV}{dx}},$$

und das Verhältnis derselben:

$$\frac{n_p}{n_n} = \frac{x}{l - x} \cdot \frac{v_n}{v_p}.$$

Hieraus ersieht man bereits das in § 329 entwickelte Resultat:

Ist die Geschwindigkeit im Einheitsgefälle für beide Ionenarten gleich ($v_p = v_n$), so ist die Zahl positiver Ionen pro ccm größer als diejenige negativer für $x > l - x$, d. h. für $x > \frac{l}{2}$.

Für $x = \frac{l}{2}$ ist $n_p = n_n$, für $x < \frac{l}{2}$ ist $n_p < n_n$. Der Punkt, wo $n_p = n_n$, d. h. keine freie Elektrizität sich befindet, rückt um so mehr nach kleineren x, also näher an die positive Platte B, je mehr die Geschwindigkeit v_n der negativen Teilchen diejenige der positiven übertrifft.

Um das Potentialgefälle im ganzen Raum zu berechnen, hat man nur die Differenz $n_p - n_n$ zu bilden. Der Überschuß der positiven Teilchen, welchen diese Differenz darstellt, multi-

pliziert mit ihrer Ladung e ist gleich der räumlichen Dichte ϱ freier Elektrizität an der betreffenden Stelle. Diese wiederum nach § 330 gleich $-\frac{1}{4\pi}\frac{d^2 V}{dx^2}$. Man erhält so folgende Gleichung:

$$n_p - n_n = \frac{Nx\,(v_p + v_n) - Nl\,v_p}{v_p\,v_n\,\frac{dV}{dx}} = -\frac{1}{4\pi e}\frac{d^2 V}{dx^2}.$$

Dies ist eine Differentialgleichung, deren Lösung den Potentialverlauf wiedergibt. Sie ist ganz leicht nach $\frac{dV}{dx}$ zu lösen. Eine kleine Umformung ergibt die Gleichung:

$$-\frac{1}{8\pi e}\,\frac{d\left(\frac{dV}{dx}\right)^2}{dx} = \frac{N(v_p + v_n)}{v_p\,v_n}\,x - \frac{Nl}{v_n}.$$

Die Lösung hiervon ergibt für das Potentialgefälle eine Gleichung von der Form:

$$\left(\frac{dV}{dx}\right)^2 = Cx^2 - C'x.$$

Dies ist die Gleichung einer Hyperbel. Trägt man also in ein Koordinatensystem die Größe des Potentialgradienten als Funktion des Orts auf, so erhält man als Kurve eine Hyperbel. Diese Hyperbel hat an der Stelle $x = \frac{C'}{C}$ ihren Scheitelpunkt. Die Einsetzung der Größe der Konstanten ergibt für diese Stelle die Beziehung:

$$\frac{x}{l - x} = \frac{v_p}{v_n}.$$

Es ist also die Stelle, wo gleich viel positive und negative Teilchen sich befinden. Dort hat das Potentialgefälle sein Minimum.

332. Experimentelle Beweise des Vorigen. Die Richtigkeit der in den letzten Paragraphen aus der Ionentheorie gezogenen Folgerungen ist auch experimentell bestätigt worden. Thomson und Rutherford ermittelten die Kurve, welche die Abhängigkeit der Stromstärke von der elektromotorischen Kraft in röntgenbestrahltem Gase darstellt, in der Form der Fig. 254; C. D. Child bestimmte mittels Tropfelektroden (§ 27) den Potentialverlauf zwischen zwei geladenen Platten in röntgendurch-

strahltem Gas und fand für ihn eine Kurve nach Art von Fig. 256. Aus der der Anode näheren Lage des Wendepunktes ergibt sich eine etwas größere Geschwindigkeit des negativen Ions.

Der Strom zwischen zwei Platten, in deren Zwischenraum Röntgenstrahlen fallen, ist mit einem empfindlichen Galvanometer leicht zu demonstrieren, ebenso die Existenz des Sättigungsstromes.

Der Ausdruck für den Sättigungsstrom in § 327:

$$J = Nle$$

zeigt, daß cet. par. die Stromstärke proportional dem Plattenabstand ist. Dies auf den ersten Blick paradox erscheinende Resultat, daß die Stromstärke mit wachsendem Elektrodenabstand zunimmt, ist, vom Standpunkt der Ionentheorie betrachtet, vollständig plausibel. Bei größerem Plattenabstand werden in dem Leitungsraum eben mehr Ionen erzeugt. Man kann diese Erscheinung leicht und sehr auffallend demonstrieren, indem man zwei Metallplatten (etwa 20 cm Durchm.) einander gegenüberstellt, die eine mit einer Leidener Flasche oder Hochspannungsbatterie auf einige Tausend Volt aufladet und die andere mit einem Elektroskop verbindet. Macht man die Luft im Zwischenraum der Platten mit Röntgen- oder Becquerelstrahlen leitend, so zeigt es sich, daß bei kleinem (einige mm) Plattenabstand die Aufladung des Elektroskops sehr langsam, dagegen immer schneller erfolgt, je mehr man den Plattenabstand vergrößert. Die Röntgenröhre ist dabei zwecks elektrostatischen Schutzes der Anordnung metallisch abzuschirmen.

333. Elektrizitätsleitung in der Flamme. Unipolare Leitung. Die Gase in dem Flammenkegel z. B. eines Bunsenbrenners zeigen eine außerordentlich starke Leitfähigkeit. Mit Galvanometern von mäßiger Empfindlichkeit kann ein Strom zwischen zwei in die Flamme eingeführten Elektroden, welche sich auf einigen Volt Spannungsdifferenz befinden, nachgewiesen werden. Sehr stark, bis aufs ca. 1000fache vergrößert wird der Strom durch Einführung von Salzen, besonders Kaliumsalz, in die Flamme.

Die Leitung in der Flamme zeichnet sich aus durch eine sehr viel größere Beweglichkeit des negativen Ions. Dies hat zur Folge, daß das Potentialgefälle im wesentlichen an der Kathode auftritt. Im übrigen Flammenraum und an der Anode besteht so gut wie gar kein Gefälle. Während also in unmittelbarer Nähe der Kathode die Ionen sich sehr schnell bewegen, ist ihre Bewegung im übrigen Flammenraum relativ langsam, daher die Ionendichte dort groß, an der Kathode klein. Die in dem Flammenteil in unmittelbarer Nähe der Kathode erzeugten Ionen werden daher sämtlich zur Leitung verwendet werden, während den in der übrigen Flamme erzeugten Ionen hinlänglich Gelegenheit zur Wiedervereinigung gegeben ist. Der Hauptwiderstand der Flamme liegt an der Kathode, im sonstigen Teil ist er nur gering. Dies erklärt manches merkwürdige Verhalten der Flamme bezüglich ihrer Elektrizitätsleitung. Vor allem, daß der Widerstand der Flamme so gut wie unabhängig vom Elektrodenabstand ist; ferner, daß eine künstliche Vermehrung der Flammenionen durch Verdampfen einer Salzperle nur dann den Widerstand der Flamme bedeutend herabsetzt, wenn der Salzdampf an die Kathode gelangt, und daß endlich es auf Größe und Glühzustand der Anode gar nicht ankommt, während dieselben Dinge bei der Kathode wesentlich die Stromstärke bestimmen. Die Flamme verhält sich bezüglich der Elektrizitätsleitung wie eine Leiterkombination, bestehend aus einem Stückchen feinen Drahtes von hohem spez. Widerstand in Hintereinanderschaltung mit einem dicken Kupferdraht. Den drei eben genannten elektrischen Eigenschaften der Flamme entspricht das Verhalten dieser Leiterkombination: Unabhängigkeit ihres Widerstandes von der Länge des Kupferdrahtes, ferner davon, ob man den Kupferdraht durch ein noch besser leitendes Metall, etwa Silber, ersetzt, endlich davon, ob man den Querschnitt des dicken Drahtes vervielfacht. Der Hauptwiderstand liegt eben in dem dünnen Drahtstückchen. Die gleichen Änderungen mit ihm vorgenommen beeinflussen die Stromstärke beträchtlich.

Der Unterschied im Verhalten von Kathode und Anode bedingt es, daß, sobald nur irgend eine Unsymmetrie vorhanden ist, sei es bezüglich Größe oder Temperatur der Elektroden oder in der Salzkonzentration oder Temperatur der einzelnen Flammen-

teile, man einen Unterschied der Stromstärke je nach der Richtung des Stromes erhalten muß. Diese lange bekannte und bei der Flamme besonders ausgeprägte Erscheinung heißt unipolare Leitung. Sie verdankt bei der Flamme ihre Entstehung also der durch verschiedene Ionenbeweglichkeit entstehenden Unsymmetrie im Potentialverlauf.

334. Weitere Fälle von Elektrizitätsleitung in Gasen. Ionenerzeugung an der Oberfläche der Elektroden. In den bisherigen Fällen fand die Ionenerzeugung im ganzen Volumen des Gases statt. Es gibt weitere Fälle, wo die Ionenerzeugung nur an der Oberfläche einer Elektrode vor sich geht. Es versteht sich von selbst, daß nur das Ion des Vorzeichens der Elektrode, an welcher es entsteht, die Leitung durch das Gas übernimmt. Das entsprechende Ion des anderen Vorzeichens gibt seine Ladung an die Elektrode gleich ab. Die verschiedene Leichtigkeit, mit welcher die beiden Ionenarten sich aus der Elektrodenoberfläche loslösen, bedingen auch hier Unipolarität der Leitung, d. h. Abhängigkeit des Stromes von der Feldrichtung.

335. Elektrizitätsleitung an glühenden Körpern. Ein rotglühender Platindraht in Luft gibt positive Ionen ab, und zwar um so mehr, auf je höherem Potential er sich gegen seine Umgebung befindet. Dies erklärt ohne weiteres folgende Versuche: Der rotglühende Draht entladet negativ geladene Körper in seiner Nähe, nicht dagegen positiv geladene. Er selbst verliert eine ihm mitgeteilte positive Ladung, behält aber negative Ladung (unipolare Leitung). Diese Erscheinung ist vom Drahtmaterial und vom Gase abhängig. In Wasserstoff beispielsweise dreht sich das Vorzeichen der Erscheinungen um.

Glüht der Draht weiß, so kann er positive und negative Ionen abgeben, verliert und zerstreut eigene bzw. fremde Ladungen beider Vorzeichen.

Im Gase bewegt sich in jedem Falle nur das Ion eines Vorzeichens. Es ist daher im ganzen Zwischenraum der Elektroden nur räumliche Dichte freier Elektrizität eines Vorzeichens vorhanden. Der Potentialgradient nimmt daher von der Anode

zur Kathode hin stetig zu oder ab und hat kein Minimum. Er ist am kleinsten an der glühenden Elektrode.

Die Ionen der leitenden Gase, z. B. die von einem + geladenen, rotglühenden Draht herrührenden Ionen, können mit einem Luftstrom durch Röhren fortgeführt werden. Sie geben ihre Ladung aber bei dem Durchgang der Luft durch einen Pfropfen von Watte, Glaswolle oder dergl. ab, ein mit demselben verbundenes Elektroskop aufladend. Durch geeignetes Blasen kann man leicht die Entladung eines Elektroskops durch einen nahe befindlichen glühenden Draht (oder radioaktiven Körper) verhindern.

336. Photoelektrischer Strom. Metalle sind mehr oder weniger, besonders in poliertem Zustand, fähig, wenn sie von ultravioletten Lichtstrahlen getroffen werden, negative Ionen abzugeben. Dies tun sie schon in ungeladenem Zustand und laden sich dadurch selbst schwach positiv auf, bis ihre positive Ladung eine weitere Abgabe negativer Teilchen verhindert; jedoch erfolgt die Abgabe negativer Ionen in steigendem Maße, wenn die Metalle mehr und mehr negativ aufgeladen, d. h. auf ein tieferes Potential als die Umgebung gebracht werden.[1]) Folge davon ist, daß ultraviolett bestrahlte Metalle eigene negative Ladung sowie positive Ladung in der Nähe befindlicher Körper zu zerstreuen vermögen.

Quantitative Untersuchungen haben gezeigt, daß dieser sog. Hallwachs-Effekt um so stärker ist, je elektropositiver das Metall ist. Gleichzeitig rückt das Maximum der Wirkung im Lichtspektrum mehr nach den längeren Wellen.

Eine frisch geputzte oder besser noch amalgamierte Zinkplatte verliert schnell negative Ladung im ultravioletten Licht einer Bogenlampe. Eine eingeschaltete Glasplatte zerstört die Wirkung. Natrium, Kalium, Rubidium verlieren nach Elster und Geitel negative Ladung, wenn sie Strahlen des sichtbaren Lichts ausgesetzt werden. Natrium schnell in blauem, sehr langsam in rotem Licht. Rubidium in blauem Licht bereits langsamer als in gelbem. Für die Stärke der photoelektrischen Wirkung maßgebend ist die Absorption des Lichtes in dem wirksamen Material. Flüssigkeiten sind auch photoelektrisch

1) Ein positives Aufladen der Umgebung bewirkt dasselbe.

wirksam. Hallwachs zeigte, daß bei wirksamen Flüssigkeiten immer starke Absorption stattfindet. Dagegen sind nicht alle absorbierenden Flüssigkeiten wirksam. Wasser absorbiert ultraviolette Strahlen nur schwach und ist photoelektrisch daher unwirksam, es kann durch Zusatz absorbierender Substanzen, z. B. Anilinfarbstoffen, aber aktiv gemacht werden.

Man stellt sich die Wirkung des Lichtes so vor, daß durch die elektrischen Schwingungen im Lichtstrahl das bewegliche negative Ion im bestrahlten Körper in Schwingungen versetzt wird, welche so heftig werden können, daß es sich aus dem Körper losreißt. Dies Losreißen wird nach dieser Anschauungsweise dann besonders erfolgen können, wenn die Schwingungen der elektrischen Kraft senkrecht zur Grenzfläche des festen Körpers erfolgen. Dies ist auch wirklich der Fall. Elster und Geitel haben gezeigt, daß bei schiefer Inzidenz von polarisiertem Licht auf eine Kalium-Natriumlegierung die photoelektrische Wirkung etwa zwölfmal stärker war, wenn die Polarisationsebene des Lichtes senkrecht zur Einfallsebene war, als wenn sie in derselben lag. Dies bedeutet nach § 319, daß bei der stärkeren Wirkung die elektrische Kraft in der Einfallsebene liegt, d. h. eine Komponente senkrecht zur Metallfläche hat.

Die negativen Ionen, welche sich im Photostrom bewegen, entstammen also dem Metall. Das umgebende Gas hat auf die Ionenerzeugung daher nie den Einfluß, wie z. B. im Falle des glühenden Drahtes, daß ein Zeichenwechsel des Effekts eintritt. Der Strom hat in verschiedenen Gasen verschiedene Stärke, weil die Beweglichkeit der Ionen mit der Natur des Gases variiert, und auch wohl, weil die negativen Ionen mit verschiedener Leichtigkeit aus dem Metall in einzelne Gase übergehen. Elster und Geitel fanden z. B., daß der Photostrom durch Kohlensäure besonders groß ist. Mit von Null an steigender elektromotorischer Kraft wächst der Photostrom erst mit ihr proportional, dann immer langsamer, ähnlich wie in Fig. 254. Der letzte geradlinige Teil der Stromkurve ist aber nicht der Abszissenachse parallel, sondern etwas gegen sie geneigt. Der Photostrom nimmt dauernd zu. Dies liegt daran, daß mit wachsendem elektrischen Feld immer mehr negative Ionen erzeugt werden.

Bei sehr hohen Potentialdifferenzen, welche nahe dem Funken-

potential liegen, biegt die Kurve wieder steil nach oben um; es findet ein äußerst rapides Ansteigen des Photostromes dort statt (Kreusler). Er hat dann für alle Metalle beträchtliche Größe, während bei kleinen Potentialdifferenzen die vom Zink aus auf der elektronegativen Seite der Spannungsreihe stehenden Metalle photoelektrisch recht unempfindlich sind. Das starke Ansteigen des photoelektrischen Stromes in starken elektrischen Feldern hat seinen Grund in dem in § 340 besprochenen Verhalten der Ionen, oberhalb einer gewissen Geschwindigkeit durch Stoß neue Ionen zu erzeugen.

Der photoelektrische Effekt findet auch im äußersten erreichbaren Vakuum statt. Die negativen Ionen erlangen dann wegen der fehlenden Reibung große Geschwindigkeit. Lenard hat gezeigt, daß sie dann alle Eigenschaften der Kathodenstrahlen zeigen, Phosphoreszenz erregen, magnetisch ablenkbar sind usw. Die negativen Ionen des photoelektrischen Effekts sind also mit den Elektronen der Kathodenstrahlen identisch. Es sind dies dieselben Elektronen, welche zur Erklärung der Dispersion, des Zeeman-Effekts usw. herangezogen wurden (§§ 314, 316).

337. Kondensation von Wasserdampf durch Ionen. In vollständig staubfreiem Gas kann Wasserdampf unterkühlt werden, d. h. unter seine Kondensationstemperatur abgekühlt werden. Sind dagegen Staubteilchen vorhanden, so bilden diese Kondensationskerne, an welchen sich die Teilchen flüssigen Wassers bilden. Indem man eine mit Wasserdampf gesättigte Gasmenge plötzlich auf ein größeres Volumen bringt, sinkt infolge der adiabatischen Expansion deren Temperatur. Solange Staub vorhanden, findet Kondensation an den Staubteilchen statt; diese sinken mit den Nebelbläschen behaftet zu Boden, und es wird durch mehrfach wiederholte Expansion der Gasraum staubfrei gemacht. Ist das erreicht, so tritt Kondensation nicht mehr ein. Läßt man nun Röntgen- oder Becquerelstrahlen in den Raum fallen, so tritt jetzt bei Expansion sofort wieder Kondensation ein, indem die erzeugten Ionen genau so Kondensationskerne bilden wie Staubteilchen. Jedes Ion behaftet sich mit einem Nebelbläschen und sinkt zu Boden. Die negativen Ionen

erzeugen leichter Kondensation als die positiven. Bei kleiner Expansion werden daher zuerst sich Nebelbläschen nur um die negativen Ionen bilden. Diese sinken zu Boden, und es bleiben die positiven Ionen im Gas.

Ist r der Radius eines Nebeltröpfchens, μ der Reibungskoeffizient des Gases, so ist die Grenzgeschwindigkeit v des fallenden Tröpfchens durch folgende, theoretisch abzuleitende Formel gegeben:

$$v = \frac{2}{9} \frac{g r^2}{\mu}.$$

Die Masse des Teilchens ist $m = \frac{4}{3} \pi r^3$. Der Reibungskoeffizient ist für Luft von Atmosphärendruck $\mu = 1{,}8 \cdot 10^{-4}$. Daraus folgt:

$$m = 3{,}1 \cdot 10^{-9} \cdot v^{\frac{3}{2}}.$$

Hieraus kann man die Masse eines fallenden Tröpfchens aus der Fallgeschwindigkeit desselben bestimmen.

Ein aus einer Spitze austretender Dampfstrahl wird durch Kondensation weiß, undurchsichtig, wenn in seiner Nähe starke Ionenerzeugung stattfindet durch kräftige Becquerelstrahlen, Spitzenentladung (R. Helmholtz) oder dergleichen mehr.

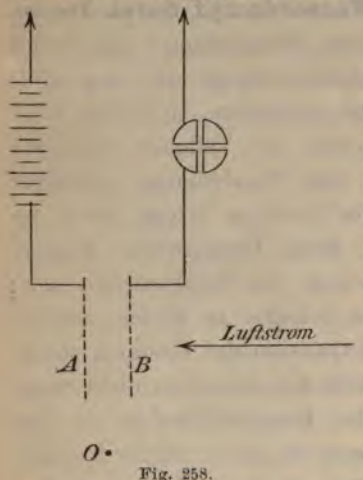


Fig. 258.

338. Bestimmung der Beweglichkeit von Ionen. Je nachdem beide Arten von Ionen oder nur die Ionen eines Vorzeichens im leitenden Raum vorhanden sind, sind die zu wählenden Messungsmethoden verschiedene. Es mögen zwei Beispiele Erwähnung finden.

1. Geschwindigkeit der positiven und negativen Ionen in röntgenbestrahltem Gas. Seien (Fig. 258) A und B die beiden plattenförmigen Elektroden aus Drahtnetz. A wird mit einer Batterie aufgeladen, B mit einem Elektrometer verbunden und zuerst geerdet; in einem bestimmten Zeit-

moment wird die Erdleitung unterbrochen. Die Platte B ladet sich dann allmählich auf, sobald Röntgenstrahlen von O aus in den Zwischenraum zwischen den Platten fallen. Die Zunahme des Potentials von B pro Zeiteinheit gibt ein Maß für den zwischen den Platten fließenden Strom. Ist A positiv geladen, so bewegen sich die positiven Ionen gegen B. Bläst man jetzt einen Luftstrom von B nach A, so verlangsamt dies die Ionenbewegung. Hat der Luftstrom die gleiche Geschwindigkeit wie die ohne Luftstrom im elektrischen Felde wandernden Ionen, so wird die Bewegung der positiven Ionen vollständig vernichtet, und es findet keine Aufladung der Platte B statt. Man hat also zur Messung nur entweder den Luftstrom so lange zu regulieren oder die Potentialdifferenz der Platten A und B so lange zu ändern, bis das Elektrometer keine Aufladung anzeigt, und die Geschwindigkeit des Luftstroms zu messen. Sie gibt direkt die Geschwindigkeit der positiven Ionen, falls A positiv, der negativen Ionen, falls A negativ geladen ist. Die Beweglichkeit, d. h. die Geschwindigkeit im Feld 1, erhält man durch Division mit der Feldintensität.

Die Geschwindigkeit der negativen Ionen ergibt sich stets etwas größer. Die Beweglichkeiten sind in verschiedenen Gasen verschieden groß, z. B.

	v_n	v_p
Luft	1,87	1,36
Kohlensäure	0,81	0,76
Wasserstoff	7,95	6,70.

Anwesenheit von Wasserdampf setzt die Beweglichkeit herab.

2. Geschwindigkeit der negativen, lichtelektrisch zerstreuten Ionen. Ladet man die Platte A (diese sei jetzt eine polierte oder amalgamierte Zinkplatte) mit einer sinusförmig veränderlichen Wechselspannung auf, so werden bei ultravioletter Belichtung von A durch das Drahtnetz B hindurch immer nur während einer halben Periode negative Ionen aus A frei und bewegen sich während dieser halben Periode gegen B hin, um in der nächsten halben Periode wieder sämtlich umzukehren, falls in der ersten Periodenhälfte nicht ein Teil von ihnen bereits die Platte B erreicht und an diese ihre Ladung abgegeben hat.

Ist V_0 der Maximalwert der sinusförmig verlaufenden Spannungsdifferenz, d der Plattenabstand, so ist $\frac{V_0}{d}$ der Maximalwert der Feldstärke und nach § 220 der Mittelwert der Feldstärke

$$\mathfrak{E} = \frac{2}{\pi} \frac{V_0}{d}.$$

Ist v_n die Beweglichkeit der negativen Ionen, so legen dieselben in der Zeit $\frac{T}{2}$ einer halben Periode in dem Feld, dessen Mittelwert $\mathfrak{E}$ ist, den Weg zurück:

$$a = \frac{2 V_0 v_n}{\pi d} \cdot \frac{T}{2}.$$

Die Platten A und B seien zunächst weit voneinander entfernt. Alle Ionen, welche sich von A während einer Periodenhälfte fortbewegen, kommen in der nächsten Hälfte zurück. Nähert man jetzt die Platten, so werden, sobald der Abstand d derselben gleich a wird, die negativen Ionen die Platte B erreichen und ihre Ladung an sie abgeben, was am Elektrometer erkannt wird. Dann ist:

$$a = \frac{2 V_0 v_n}{\pi a} \frac{T}{2}$$

oder:

$$v_n = \frac{\pi a^2}{V_0 T}.$$

Durch Messung dieses Plattenabstandes a, der maximalen Potentialdifferenz V_0 und der Periode T des Wechselstroms ist v_n bestimmt.

Diese von Rutherford angegebene, an Genauigkeit bei weitem voranstehende Methode läßt sich leicht demonstrieren. Als Elektrometer genügt hierfür ein Exnersches Goldblattelektroskop. Hat der Wechselstrom beispielsweise eine Maximalspannung von 150 Volt und eine Periodenzahl 50 pro sek, so beträgt der Abstand a, bei welchem das Drahtnetz B sich negativ aufzuladen beginnt, etwa 1,25 cm.

339. Bestimmung der Ladung eines Ions. Zwischen zwei horizontalen Platten A und B werden Ionen und durch schwache Expansion Nebelbläschen erzeugt, welche sich an die negativen Ionen heften. Auf jedes Tröpfchen wirkt die Schwerkraft mg, unter deren Wirkung es mit einer meßbaren

Geschwindigkeit v_1 fällt. Wird nun ein elektrisches Feld $\mathfrak{E}$ zwischen den Platten erzeugt, so gerichtet, daß es die Geschwindigkeit der negativen Teilchen erhöht, d. h. untere Platte positiv, so ist jetzt die auf das negative Teilchen wirkende Kraft gleich $mg + \mathfrak{E}e$ und die Geschwindigkeit v_2 im Verhältnis der Kräfte größer, d. h.

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{mg}{mg + \mathfrak{E}e}.$$

Da nach § 337 die Masse eines unter Wirkung der Schwerkraft fallenden Tröpfchens gegeben ist durch

$$m = 3{,}1 \cdot 10^{-9} \cdot v_1^{\frac{3}{2}},$$

so folgt:

$$e = 3{,}1 \cdot 10^{-9} \cdot \frac{g}{\mathfrak{E}} (v_2 - v_1) v_1^{\frac{1}{2}}.$$

Diese Methode, die Ladung e zu bestimmen, rührt von H. A. Wilson her. Nach einer ähnlichen, nicht ganz so vollkommenen Methode hat bereits vorher J. J. Thomson die Bestimmung ausgeführt. Es ergab sich die Ladung eines negativen Ions als etwa

$$e = 3 \cdot 10^{-10}$$

elektrostatische Einheiten der Elektrizitätsmenge.

340. Selbständige Elektrizitätsleitung durch Gase. Ionenstoß. Die bisher besprochenen Arten von Elektrizitätsleitung durch Gase hatten wir in den ersten Paragraphen dieses Abschnitts in einer Gruppe zusammengefaßt, welche die Fälle unselbständiger Elektrizitätsleitung enthält, unselbständig, weil äußere Mittel die Gase erst in leitenden Zustand versetzen müssen, damit ein Elektrizitätstransport im Gase stattfinden kann. Nun gibt es aber, wie bereits erwähnt, auch Fälle, in denen das elektrische Feld selbst die für einen Elektrizitätsfluß erforderliche Leitfähigkeit des Gases schafft; ja diese Fälle zeichnen sich sogar vor den bisherigen dadurch aus, daß die Ströme in der Regel ungleich kräftigere sind. In § 273 haben wir bereits gesehen, daß im Entladungsfunken eines Kondensators während allerdings sehr kurzer Zeit ungeheure Ströme, Ströme von vielen Tausenden von Ampère fließen können. Es fragt sich nun, wie können wir uns das spontane Eintreten eines Stromes bei Erreichung einer gewissen Intensität des elektrischen Feldes und die Ent-

stehung so großer Stromstärken nach der Ionentheorie vorstellen? Unsere bisherigen Betrachtungen reichen dazu nicht aus; denn sie setzen ja das Vorhandensein der für den Strom notwendigen Ionenmengen voraus. Es muß hier eine neue Hypothese helfend eingreifen. J. J. Thomson hat eine solche aufgestellt. Sie lautet:

Jedes Ion ist fähig, wenn es eine bestimmte Geschwindigkeit erlangt, durch Zusammenprall mit einem Gasteilchen dasselbe in neue Ionen zu zerspalten.

Es ist zur Trennung des positiven und negativen Bestandteils eines neutralen Teilchens ein gewisser Energiebetrag nötig. Sobald die kinetische Energie eines Ions genügende Größe hat, kann das Ion durch Verlust derselben bei einem Zusammenstoß mit einem neutralen Teilchen dasselbe in seine Ionen zerspalten.

Nehmen wir nun an, es seien zwischen zwei Elektroden einige freie Ionen zerstreut. Sobald wir nun ein starkes elektrisches Feld zwischen den Elektroden erzeugen, erhalten die Ionen in sehr kurzer Zeit eine sehr große Geschwindigkeit. Sobald eins auf ein Gasmolekül stößt, entstehen daraus zwei neue Ionen, welche sogleich Geschwindigkeit erlangen und neue Ionen ihrerseits erzeugen, und so geht dies fort; in sehr kurzer Zeit wird die Dichtigkeit der Ionen und die Stromstärke sehr groß. Auf diese Weise erklären sich z. B. die großen Stromstärken, welche bei der Funkenentladung auftreten, sowie die Tatsache, daß es unter bestimmten äußeren Bedingungen immer der gleichen Potentialdifferenz zwischen zwei Kugeln oder zwischen einer Spitze und einer gegenüberstehenden Platte bedarf, um Funken- bezw. Spitzenentladung eintreten zu lassen.

341. Gase besitzen immer eine geringe Leitfähigkeit. Schon Coulomb beobachtete, daß die Elektroden seiner elektrostatischen Drehwage Elektrizitätsverluste zeigten, welche nicht durch Leitung längs der festen Stützen erklärt werden konnten. Ein solcher Elektrizitätsverlust geladener Körper in Gasen, in freier Luft wie auch in abgeschlossenen Räumen, ist neuerdings von Linß, sowie von Elster und Geitel näherer Untersuchung unterzogen worden. Es zeigte sich, daß Gase immer ein geringes Leitungsvermögen besitzen, d. h. daß immer eine

Anzahl freier Ionen sich in ihnen befinden. Der Nachweis wurde in der Weise geführt, daß ein vollständig in einem fast allseitig geschlossenen, mit Trockenmitteln versehenen Gefäß befindliches Elektroskop geladen wurde. Die Isolation kann so gut gemacht werden, daß sich die Ladung beliebig lange hält. Wurde dann aber auf das Elektroskop ein Metallzylinder, ein sog. Zerstreuungskörper, derartig gesetzt, daß er ohne eine Berührung des Gefäßes durch dessen obere Öffnung herausragt, dann zeigte sich ein Ladungsverlust, welcher je nach äußeren Umständen sehr verschiedene Größe hat. Er zeigt sich auch in völlig geschlossenen Räumen. Er kann nicht herrühren von Staubteilchen oder Wasserbläschen, welche angezogen und abgestoßen werden; denn er ist im Gegenteil um so größer, je staub- und dunstfreier das umgebende Gas ist. In der Atmosphäre schrieb man zuerst diese Ionisierung der Luft der Wirkung der Sonnenstrahlen zu. Es hat sich jedoch weiterhin gezeigt, daß auch in dunklen abgeschlossenen Räumen die Zerstreuung groß ist. Man hat letzthin gefunden, daß die Ionisierung der Luft von einer Radioaktivität aller Körper und der Luft selbst herrührt. Luftteilchen sind schwach radioaktiv, und auf diese Weise kann die Luft sich selbst ionisieren (siehe § 374).

342. Verzögerung der Funkenentladung. Zum Eintritt jeder selbständigen Entladung ist nach der Thomsonschen Anschauung wenigstens ein ursprünglich im elektrischen Feld vorhandenes Ion erforderlich. Durch „Ionenstoß“ erzeugt es sich selbst die zum Eintritt der Entladung nötige Ionenmenge. Die Bedingung des Vorhandenseins einiger Ionen ist aber, wie im vorigen Paragraphen gezeigt, stets erfüllt. Es ist nun anzunehmen, daß die Ionen eine gewisse Zeit zur Erzeugung einer großen Zahl neuer Ionen brauchen werden; diese Zeit wird um so länger sein, je weniger Ionen ursprünglich vorhanden sind. Eine Erscheinung, welche vielleicht hierin ihren Grund hat, ist die Verzögerung der Funkenentladung. Sie besteht in folgendem: Wenn man an zwei Kugeln eine zur Entladung ausreichende Potentialdifferenz anlegt, so tritt in der Regel die Entladung nicht sofort ein, sondern erst nach einer gewissen Zeit, welche man die Verzögerungsperiode nennt. Dieselbe ist von ganz

unregelmäßiger Dauer, kann bei einem Versuch einen Bruchteil einer Sekunde, bei dem nächsten Anlegen einer selbst größeren Potentialdifferenz viele Sekunden, ja selbst mehrere Minuten dauern. Sie ist besonders groß in sehr trockenem Gas und läßt sich daher an einer in abgeschlossenem Gefäß befindlichen Funkenstrecke besonders leicht demonstrieren. Legt man die Potentialdifferenz mit Hilfe eines Momentankontakts nur ganz kurze Zeit, etwa $\frac{1}{100}$ Sekunde, an die Kugeln, so kann sie mehrere Male so groß sein als die bei genügendem Warten zur Entladung ausreichende Potentialdifferenz, ohne daß Entladung eintritt. Sobald man dagegen auf irgend eine Weise Ionen an der Funkenstrecke erzeugt, indem man die Kathode ultraviolett belichtet, Röntgenstrahlen nahe der Funkenstrecke erzeugt oder in die Nähe derselben eine Flamme, einen glühenden oder radioaktiven Körper bringt, hört jede Verzögerung auf. Es tritt stets bei derselben Potentialdifferenz sofort Entladung ein. Die so gemessene Entladungs-Potentialdifferenz ist dieselbe, ob man das elektrische Feld langsam oder sehr schnell erzeugt.

343. Versuch von H. Hertz über die Wirkung des ultravioletten Lichts. Falsche und richtige Auffassung desselben. Macht man die Entfernung der blankgeputzten Kugeln eines Funkenmikrometers (Fig. 259) so groß, daß etwa 1 cm lange Funken eines mittelgroßen Induktoriums gerade nicht mehr überspringen, so tritt sofort ein Funkenübergang ein, sobald man die Funkenstrecke mit ultraviolettem Licht bestrahlt.

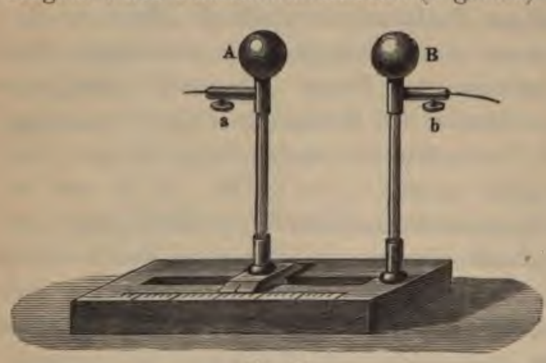


Fig. 259.

Diese von H. Hertz gelegentlich seiner Versuche mit elektrischen Wellen an Resonatorfünkchen entdeckte Erscheinung wurde meist als eine Erniedrigung des Entladungspotentials aufgefaßt. E. Wiedemann und H.

Ebert fanden, daß die Wirkung der Bestrahlung auf die Kathode beschränkt ist. Die richtige Erklärung des Versuchs ist im vorigen Paragraphen enthalten. Die Verzögerung verhindert den Funkenübergang, die Ionenerzeugung an der negativen Elektrode durch das ultraviolette Licht beseitigt die Verzögerung, setzt aber nicht das Entladungspotential herab. Diese Aufklärung der Wirkung des ultravioletten Lichts rührt von E. Warburg her.

344. Funkenpotential. Elektrische Festigkeit eines Gases. Sobald die Verzögerung durch Belichtung aufgehoben wird, erweist sich die zur Erzeugung der Funkenentladung nötige Potentialdifferenz für eine gegebene Funkenstrecke in einem gegebenen Gas als völlig konstant und unabhängig von der Geschwindigkeit, mit welcher die Potentialdifferenz erzeugt wird. Nach neueren Messungen sind zum Eintritt der Funkenentladung in Luft, Kohlensäure und Wasserstoff von 75 cm Druck zwischen Kugeln von 1,25 cm Radius bei ein und fünf Millimeter Schlagweite folgende Potentialdifferenzen nötig:

	Schlagweite 0,1 cm	Schlagweite 0,5 cm
Luft	15,22	58,18
CO_2	14,54	52,44
H	9,22	32,86.

Die Funkenpotentiale sind in absoluten elektrostatischen Einheiten ausgedrückt. Die Voltzahl erhält man durch Multiplikation mit 300 (§ 94).

Maxwell nannte die Intensität des elektrischen Feldes, bei welcher Zerreißung des Gases durch den Funken stattfindet, elektrische Festigkeit desselben. Bei großen Kugeln und geringem Abstand δ derselben ist die Feldintensität durch den Quotienten $\frac{V}{\delta}$ gegeben, wenn V das Funkenpotential für die Entfernung δ ist. Dieser Quotient ist indessen für verschiedene Abstände nicht derselbe, sondern wächst stark an, je kleiner δ wird. Dies erklärt sich auf folgende Weise: Die Kurven, welche die Abhängigkeit des Funkenpotentials von δ darstellen, zielen nicht auf den Nullpunkt des Koordinatensystems, sondern schneiden die Ordinatenachse bei etwa dem Wert 300 Volt. Dies bedeutet, daß für $\delta = 0$ das Funkenpotential nicht Null ist, sondern noch

den Wert 300 Volt hat, daß also ein Übergangswiderstand an der Elektrodenoberfläche existiert. Das Funkenpotential A in einem Gas setzt sich demnach aus der für die Durchbrechung des Übergangswiderstandes nötigen Potentialdifferenz α und der eigentlichen Entladungs-Potentialdifferenz a der Gasstrecke zusammen. Es ist also:

$$A = a + \alpha.$$

Ist für die gleiche Funkenstrecke in Luft das Funkenpotential B, so ist dies entsprechend

$$B = b + \beta.$$

Der Quotient $k = \frac{a}{b} = \frac{A - \alpha}{B - \beta}$ ist die Zahl, die uns angibt, wieviel mal größer das Entladungspotential der Gasstrecke als das der Luftstrecke ist, unabhängig vom Übergangswiderstand. Diese Größe nennt man spezifische elektrische Festigkeit eines Gases bezogen auf Luft. Um k zu bestimmen, bedarf es nur der Bestimmungen der Funkenpotentiale für zwei Schlagweiten in Gas und in Luft. Sind dieselben A_1, A_2 bzw. B_1, B_2, so ist:

$$k(B_1 - \beta) = A_1 - \alpha$$
$$k(B_2 - \beta) = A_2 - \alpha$$

also:

$$k(B_2 - B_1) = A_2 - A_1$$

oder

$$k = \frac{A_2 - A_1}{B_2 - B_1}.$$

Diese Größe hat sich für alle Gase als in weiten Grenzen von Schlagweite und Druck unabhängig erwiesen, kann daher als eine für ein Gas charakteristische Konstante angesehen werden. Sie ist für obengenannte drei Gase (Orgler):

Luft	1
Wasserstoff . .	0,563
Kohlensäure . .	0,888.

Der Übergangswiderstand liegt höchst wahrscheinlich an der Kathode und ist dem Kathodengefälle der Glimmentladung (§ 347) analog. Ein Funke, in welchem sich nicht zu große Elektrizitätsmengen, etwa einer Leidener Flasche, entladen, bringt in seinem Aussehen diese Analogie zur Schau. Von der Anoden-

oberfläche an ist er ein rötliches Lichtband bis dicht vor die Kathode (positives Licht), an der Kathode bildet er einen hellen blauen Lichtpunkt (negatives Glimmlicht). Beide Lichterscheinungen sind durch einen kleinen dunklen Raum (Faradaysche dunkle Raum) getrennt.

345. Spitzenentladung. Eine Metallspitze steht einer großen Platte gegenüber, welche durch ein Galvanometer zur Erde geleitet ist. Bei einem gewissen Potential der Spitze fängt ein Strom an, von derselben zur Platte zu fließen. Das Galvanometer zeigt die Stärke des Stromes an. In freier Luft zeigt sich dabei kein bedeutender Unterschied mit dem Vorzeichen der Spitzenladung. In Gasen, welche vollständig von Sauerstoff befreit sind, ist dagegen eine große Verschiedenheit im Verhalten zu bemerken, indem bei negativer Spitze die Stromstärke bei Entfernung der letzten Spuren von Sauerstoff außerordentlich ansteigt, und das zur Entladung erforderliche Potential der Spitze erheblich sinkt, während die positive Leitung nicht durch Anwesenheit von Sauerstoff beeinflußt wird.

Das Potential, bei welchem eine Spitzenentladung einsetzt, ist in der Regel verschieden von demjenigen, bei welchem eine bestehende Spitzenentladung aufhört. Letzteres liegt dann tiefer und heißt Minimumpotential. Sauerstoff wird durch Spitzenentladung teilweise in Ozon verwandelt, ebenso Ozon teilweise in Sauerstoff. Beides geht für eine bestimmte Entladungsstromstärke bis zu einem gewissen Grenzwerte, welcher dann erreicht ist, wenn die ozonisierende und desozonisierende Wirkung der Entladung sich das Gleichgewicht halten. Die desozonisierende Wirkung nimmt mit sinkender Temperatur ab, daher bei tiefer Temperatur mehr Ozon erzeugt wird (Warburg).

346. Glimmentladung. Bei Atmosphärendruck kann man zwischen den kugelförmigen Polen einer Influenzmaschine unter Umständen einen stillen Elektrizitätsübergang beobachten, welcher im Zwischenraum der Kugeln von keiner weiteren Lichtentwicklung begleitet ist, als daß die Kathode von einer Lichthaut überzogen erscheint. Diese Entladung, welche einen durchaus kontinuierlichen Charakter hat, heißt Glimmentladung. Die-

selbe ist sehr viel augenfälliger zwischen Elektroden in Röhren mit verdünntem Gase. Verbindet man zwei Elektroden, welche in die Enden eines zylindrischen Glasrohrs eingeschmolzen sind, mit den Enden der Sekundärspule eines Induktors, so ist zunächst bei gewöhnlichem Gasdruck eine hohe Potentialdifferenz erforderlich, um Entladung in Form von Funken zu erhalten. Pumpt man nun das Rohr mit Hilfe einer Quecksilberluftpumpe allmählich aus, so sinkt die für die Entladung erforderliche Potentialdifferenz schnell. Der Funken wird dabei immer breiter, seine Konturen verwaschener. Ferner beobachtet man bald, daß dicht vor der Kathode das Funkenband plötzlich aussetzt, und sich ein dunkler Raum, der sog. Faradaysche dunkle Raum, ausbildet. Die Kathode selbst überzieht sich dabei mit einer, wenn das Gas Luft ist, blauen Schicht, dem sog. negativen Glimmlicht. Dasselbe sitzt jedoch nicht unmittelbar an der Kathodenoberfläche auf, sondern es folgt nach ihm erst noch ein weiterer lichtloser Teil, der sog. Crookessche dunkle Raum, und dann erst, dicht auf der Oberfläche sitzend, eine gelblich rot leuchtende Schicht, die sog. erste Kathodenschicht. Je weiter man auspumpt, desto mehr wird die Kathode von der aus drei Teilen bestehenden Lichthaut überzogen, gleichzeitig dehnt sich der Faradaysche dunkle Raum weiter aus, und das Funkenband wird, sich gleichzeitig immer mehr zurückziehend, als das sog. positive Licht breiter, bald den ganzen Röhrenquerschnitt erfüllend. Die Dicke der Lichthaut an der Kathode bleibt unverändert mit abnehmendem Druck die gleiche, bis die ganze Kathode von Glimmlicht bedeckt ist; dann breitet es sich immer mehr in die Röhre hinein aus. Wenn es die Glaswand berührt, erregt es dieselbe zu hellgrüner Fluoreszenz.

347. Potentialverlauf bei der Glimmentladung. Der Potentialverlauf längs eines vom Glimmstrom durchflossenen Rohres hat Ähnlichkeit mit dem in § 329 besprochenen in röntgenbestrahltem Gas. An beiden Elektroden größere Potentialgefälle, im Raume zwischen den Elektroden ein kleinerer Potentialgradient, welcher aber in den verschiedenen Regionen noch Verschiedenheiten aufweist. So ist z. B. im positiven Licht der Gradient relativ groß im Verhältnis zu demjenigen im Faraday-

schen dunklen Raum und im negativen Glimmlicht, in welch letzteren Bereichen er nur ganz gering ist. Am größten ist das Gefälle in unmittelbarer Umgebung der Kathode. Die Potentialdifferenz zwischen Kathode und einem Punkte im negativen Glimmlicht oder im Faradayraum, das sog. Kathodengefälle, ist für ein bestimmtes Metall in bestimmtem Gas eine ganz bestimmte von Druck- und Stromstärke unabhängige Größe, solange das Glimmlicht die Kathode noch nicht ganz bedeckt. Dies sogenannte normale Kathodengefälle beträgt beispielsweise für:

	in Stickstoff,	in Wasserstoff,	in Helium,	in Sauerstoff
Platin	232	300	160	369
	in Stickstoff,	in Wasserstoff,	in Helium,	in Sauerstoff
Magnesium	207	168	125	310
	in Stickstoff,	in Wasserstoff,	in Helium	
Natrium	178	185	80	
	in Stickstoff,	in Wasserstoff,	in Helium	
Kalium	170	172	69.	

(Die Zahlen stammen aus Untersuchungen von Warburg, Capstick, May, Defregger.)

Aus den Zahlen ist ersichtlich, daß in Sauerstoff das Gefälle, also der Widerstand der Gasstrecke an der Kathode groß ist. Diese Vergrößerung des Kathodenwiderstandes bewirken bereits Spuren von Sauerstoff. Sobald spurenweise Sauerstoff dem Stickstoff beigemengt wird, steigt das Gefälle an der Kathode, z. B. an Platin in Stickstoff von 232 bis 410. Dies Ansteigen wird aber verhindert durch gleichzeitige Anwesenheit von Wasserdampf. Bezüglich des Sauerstoffeinflusses hat die Glimmentladung große Ähnlichkeit mit der Spitzenentladung aus negativer Spitze (s. § 345). An Alkalimetallen ist das Kathodengefälle sehr gering, besonders im Helium. Dies bedingt, daß man schon mit sehr geringen elektromotorischen Kräften, z. B. mit 110 Volt der städtischen Zentralenleitung in Berlin, durch ein Heliumrohr mit Natrium- oder noch besser Kaliumkathode Glimmentladung erhalten kann.

Auch unmittelbar an der Anode findet ein, wenn auch viel geringeres Potentialgefälle statt. Das Anodengefälle ist in

der Regel kleiner für das Metall, welches das größere Kathodengefälle hat (Skinner). Es ist unabhängig von Stromdichtigkeit, was für das Kathodengefälle nur gilt, solange es das „normale" ist. Fig. 260 zeigt den ungefähren Potentialverlauf in den verschiedenen Bereichen des Entladungsraumes. a = erste Kathodenschicht, b = Crookesscher dunkler Raum, c = negatives Glimmlicht, d = Faradayscher dunkler Raum, e = positives Licht.

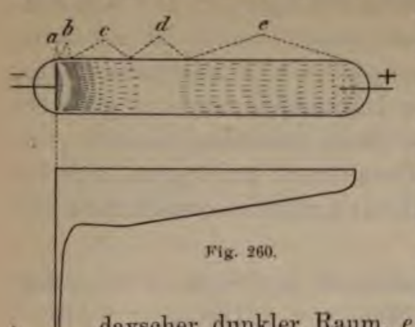
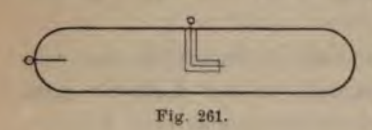


Fig. 260.

348. Das negative Glimmlicht und das positive Licht. Die beiden Leuchterscheinungen, welche von den Elektroden der Glimmentladung ausgehen, haben ganz verschiedenen Charakter. Das positive Licht ist mit dem Stromverlauf durch das Rohr auf das engste verbunden und folgt überall den Stromlinien. Das negative Glimmlicht ist von ihnen vollkommen unabhängig. Dies erkennt man in sehr augenfälliger Weise an einem Rohr, dessen Form Crookes angegeben hat (Fig. 261). Ist die in der Mitte des Rohrs befindliche, bis auf eine kleine freie Spitze mit Glasrohr umgebene Elektrode Anode, so biegt dicht an ihr das positive Licht um, nach der Kathode seinen Weg nehmend. Ist sie Kathode, so dehnt sich das blaue negative Glimmlicht in den elektroden- und stromlosen Teil der Röhre aus.


Fig. 261.

349. Entstehung des negativen Glimmlichtes. Wie bei dem photoelektrischen Effekt, werden aus der Kathode während der Entladung negative Elektronen frei. Während aber bei Atmosphärendruck die Geschwindigkeit ihrer Bewegung im elektrischen Felde proportional der Stärke des letzteren ist, findet hier bei den niedrigeren Drucken eine Beschleunigung der Teilchen statt. Die Elektronen behalten ihre einmal erlangte Geschwindigkeit auf um so größere Wegstrecken bei, je

weiter der Druck sinkt. Das negative Glimmlicht hat man nun vermutlich als durch den Zusammenstoß der schnellbewegten negativen Elektronen mit Gasteilchen entstanden anzusehen, durch welchen Dissoziierung der Teilchen zu Ionen eintritt. Auch die Rekombination dieser Ionen mag das Leuchten hervorbringen. Das Glimmlicht dehnt sich daher um so weiter aus, je weiter die Ionen eine größere Geschwindigkeit beibehalten. Wird der Gasdruck sehr gering, so findet keine Reibung, d. h. kein häufiges Zusammenstoßen mit Gasmolekülen mehr statt. Die ganze potentielle Energie der Elektronen im elektrischen Feld der Kathode wird in kinetische Energie verwandelt, die Elektronen behalten als sog. Kathodenstrahlen ihre Geschwindigkeit auf weite Wegstrecken bei, bis sie auf dichtere Körper treffen, in welchen sie ihre Geschwindigkeit verlieren. Über die Entstehung des Crookesschen dunklen Raumes an der Kathode hat man auch noch keine sichere Anschauung. Die Erklärung mag folgende sein: Das Leuchten des negativen Glimmlichts wird da besonders groß sein, wo die Ionendichte groß ist, da dort die Zahl der Zusammenstöße der Ionen mit Gasteilchen oder untereinander besonders zahlreich ist. Dort wo das Gefälle groß ist, also in unmittelbarer Nachbarschaft der Kathode, ist aber, weil dort die Geschwindigkeit der Ionen groß ist, ihre Anzahl pro ccm sehr klein, daher wird dort das Leuchten nur gering sein.

350. Kathodenstrahlen. Von einem gewissen kleinen Druck an verlieren die negativen Teilchen also keine Geschwindigkeit durch Reibung mehr, sondern bewegen sich mit ihrer vollen, im elektrischen Feld an der Kathode erlangten Geschwindigkeit durch weite Wegstrecken. Die Fortpflanzung der Teilchen findet dabei geradlinig, strahlenartig statt. Da, wo die Teilchen auf die Glaswand treffen, erregen sie helle — bei gewöhnlichem Biegeglas gelbgrüne — Fluoreszenz. Wegen ihrer geradlinigen Ausbreitung entwerfen sie von einem ihnen in den Weg gestellten Körper einen entsprechend geformten Schatten (Fig. 262). Während bei hohem Gasdruck die Teilchen ihre Geschwindigkeit gleich nahe an der Kathode an das Gas abgeben und dort eine leicht mit einem an die Glaswand gehaltenen

Thermometer nachzuweisende Erwärmung erzeugen, findet die Umwandlung der kinetischen Energie der Teilchen in Wärme jetzt erst an der Glaswand statt, welche sich stark erwärmt. Durch jeden Querschnitt des Kathodenstrahlenbündels geht in der Strahlenrichtung eine gewisse negative Elektrizitätsmenge pro Zeiteinheit hindurch, ein Kathodenstrahlenbündel verhält sich in jeder Beziehung wie ein biegsamer, beweglicher Leiter, durch welchen ein Strom entgegengesetzt der Strahlenrichtung fließt. Ein Kathodenstrahlenbündel wird demnach im Magnetfeld aus seiner Richtung abgelenkt. Die Ablenkbarkeit wird um so kleiner, die Strahlen um so steifer, je weiter man den Druck in der Röhre abnehmen



Fig. 262.



Fig. 263.

läßt. Fig. 263 zeigt ein Rohr, in welchem ein mittels Diaphragma ausgeblendetes Kathodenstrahlenbündel an einem Fluoreszenzschirm (etwa Kreidepulver, welches rot leuchtet) entlang streicht. Mittels eines kleinen Ansatzrohres, in welchem sich etwas Ätzkali befindet, kann man den Gasdruck im Rohr regulieren. Durch Erwärmen der Substanz erhöht man den Druck, wobei das magnetisch beeinflußte Kathodenstrahlenbündel sich mehr umbiegt. Da die Kathodenstrahlteilchen diskrete negative Ladungen darstellen, so sind sie einer Ablenkung auch im elektrischen Felde unterworfen. Die Ladung, welche die Kathodenstrahlen mit sich führen, kann man mit einem Rohr, wie es Fig. 264 zeigt, leicht nachweisen. Dabei leitet man die durchlöcherte Anode zur Erde. Die Entladung findet nur in



Fig. 264.

der einen Rohrhälfte statt; ein Galvanometer, durch welches hindurch man die Metallelektrode der anderen Hälfte erdet, zeigt aber negativen Strom an, welcher von der negativen Ladung der Kathodenstrahlen herrührt.

351. Fluoreszenz- und chemische Wirkungen der Kathodenstrahlen. Sehr viele Körper werden von Kathodenstrahlen zu mehr oder weniger heller Phosphoreszenz angeregt. Glas der gewöhnlichen Glasröhren phosphoresziert grün, andere Glassorten blau. Durch besondere Helligkeit zeichnet sich die Phosphoreszenz des Kalziumsulfids (grün und stark nachleuchtend) sowie des Kalziumwolframats (blau, sehr wenig nachleuchtend) aus. Fast alle Substanzen zeigen Ermüdung, indem sie, eine Weile bestrahlt, weniger gut phosphoreszieren. Diese Erscheinung läßt sich schön an Glas demonstrieren mittels der Röhre Fig. 262, in welcher sich ein umklappbarer schattenwerfender Gegenstand, z. B. ein Metallkreuz, befindet. Das Kreuz erscheint auf der Glaswand erst als schwarzer Schatten auf grün phosphoreszierendem Grund, nach seiner Entfernung aus der Strahlenbahn dagegen heller auf weniger hellem Grund, weil jetzt die vorher nicht bestrahlten Stellen heller leuchten. Ein Teil dieser Erscheinung ist der Erwärmung des Glases zuzuschreiben, indem warmes Glas weniger hell phosphoresziert. Ein anderer Teil bleibt indessen dauernd bestehen und ist wohl durch chemische Veränderungen des Glases zu erklären. Kathodenstrahlen sind überhaupt fähig, chemische Reaktionen einzuleiten. Lichtempfindliche Stoffe werden auch durch Kathodenstrahlen beeinflußt. Auch die Färbung von Salzen, wie z. B. die intensive Blaufärbung von Steinsalz, gehört hierher. Sauerstoff wird durch Kathodenstrahlen ozonisiert.

352. Magnetische Ablenkung der Kathodenstrahlen. Bestimmung von $\frac{mv}{e}$. Zur Demonstration der magnetischen Ablenkung eignet sich die Braunsche Röhre (Fig. auf S. 250). Von einer ebenen Kathode aus gehen die Kathodenstrahlen durch ein enges Diaphragma hindurch in den weiteren Teil des Rohrs, in welchem ihnen ein Fluoreszenzschirm (Glimmerschirm, mit

Kalziumsulfid bestrichen) in den Weg gestellt ist. Der hellgrüne Fluoreszenzfleck verschiebt sich bei Annäherung eines Stahlmagneten.

Tritt der Kathodenstrahl in ein senkrecht zu seiner Bahn gerichtetes homogenes magnetisches Feld der Feldstärke $\mathfrak{H}$, welches durch ein Solenoid hergestellt werden kann, ein, so wird auf das mit der Geschwindigkeit v bewegte, mit der Elektrizitätsmenge e geladene Teilchen, welches eine Stromstärke $i = ve$ repräsentiert, in jedem Augenblick eine senkrecht zu seiner Bewegungsrichtung gerichtete bewegende Kraft ausgeübt, welche durch das Produkt $\mathfrak{F} = \mathfrak{H} i = \mathfrak{H} ve$ gegeben ist. Das Teilchen muß demnach einen Kreis beschreiben. Bei einer Kreisbewegung einer Masse m ist aber die nach dem Zentrum gerichtete Zentripetalkraft gegeben als

$$\mathfrak{F} = \frac{mv^2}{\varrho}.$$

Es folgt daher:

$$\frac{mv^2}{\varrho} = \mathfrak{H} ve$$

oder

$$\frac{mv}{e} = \mathfrak{H} \varrho .$$

Das experimentell aus der Bahn des Strahles und der Stromstärke im Solenoid, sowie den Dimensionen des letzteren zu ermittelnde Produkt $\mathfrak{H}\varrho$ ist demnach gleich dem Quotienten aus Geschwindigkeit des Teilchens und der Größe $\frac{e}{m}$, d. h. der Ladung pro Masseneinheit desselben.

353. Elektrostatische Ablenkung der Kathodenstrahlen. Bestimmung von $\frac{mv^2}{e}$. Bringt man die Braunsche Röhre zwischen die Platten eines Luftkondensators, so kann man dieselben auf eine beliebig hohe Potentialdifferenz aufladen, ohne daß eine Ablenkung der Kathodenstrahlen eintritt. Man hielt dies lange Zeit für einen Beweis des Fehlens einer elektrischen Ablenkung. Dem ist indessen nicht so. Es liegt das negative Ergebnis des Versuchs vielmehr daran, daß die Kathodenstrahlen das Gas in der Röhre leitend machen. Es kann daher kein elektrisches Feld in der Röhre bestehen,

jede Potentialdifferenz gleicht sich vielmehr sofort aus; es bilden sich an den seitlichen Wänden des Glasrohrs Influenzladungen aus, welche das Feld der äußeren Kondensatorplatten im Inneren des Rohres aufheben. Um eine elektrische Ablenkung der Kathodenstrahlen zu erhalten, muß man also suchen, die Strahlen zwischen Platten hindurchgehen zu lassen, in deren Zwischenraum ein elektrisches Feld besteht. Und dies gelingt, wenn man die Kondensatorplatten in das Rohr hinein verlegt und das letztere sehr weit auspumpt. In diesem Fall ist die Leitungsfähigkeit des Raumes wegen der geringen überhaupt vorhandenen Gasmenge sehr gering, und man kann zwischen größeren Platten ein angenähert homogenes elektrisches Feld erzeugen. So kann man starke elektrische Ablenkungen erhalten. Diese Erfahrung ist in der Braunschen Röhre für elektrostatische Ablenkung (Fig. 168 auf S. 250) benutzt, bei welcher der Ablenkungskondensator im Röhreninneren liegt. Ist der Gasdruck nicht sehr niedrig, so findet zwischen den Kondensatorplatten, wenn man sie mit einer Batterie von Elementen auf eine konstante Spannungsdifferenz auflädet, ein kontinuierlicher Elektrizitätsübergang statt. Die Verteilung des Potentialgefälles wird dann eine von der normalen gänzlich abweichende. Wie in § 347 ausgeführt, sind nur an den Elektroden größere Feldstärken vorhanden, während im mittleren Zwischenraum der Potentialgradient nur sehr gering ist. An der Kathode ist das Potentialgefälle weitaus am stärksten. Passiert daher das Kathodenstrahlenbündel mitten zwischen den Platten, so findet so gut wie gar keine elektrische Ablenkung statt, eine große Ablenkung dagegen, wenn das Bündel nahe an der negativen Platte vorbeigeht. Diese Erscheinung ist von Goldstein entdeckt und mit dem Namen Deflexion belegt worden.

Ein negativ geladenes Kathodenstrahlteilchen, welches sich senkrecht zu den Kraftlinien eines homogenen elektrischen Feldes bewegt, ist einer in der Feldrichtung wirkenden ablenkenden Kraft unterworfen, wie ein Stein, welcher im homogenen Erdfeld horizontal abgeworfen wird. Die Bahn, welche das Teilchen im elektrischen Felde beschreibt, ist daher eine Parabel. Die Strecke y, um welche der Fluoreszenzfleck auf dem Schirm Fig. 265 abgelenkt wird, entspricht der Fallhöhe. Dieselbe ist

durch die Fallgesetze, wenn t die Zeit der Bewegung ist, gegeben als

$$y = \frac{1}{2} g t^2,$$

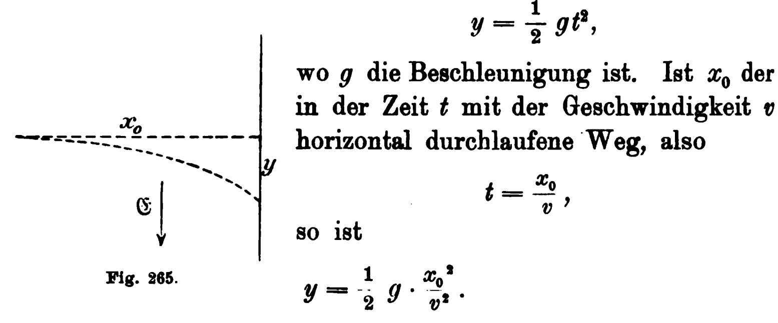


Fig. 265.

wo g die Beschleunigung ist. Ist x_0 der in der Zeit t mit der Geschwindigkeit v horizontal durchlaufene Weg, also

$$t = \frac{x_0}{v},$$

so ist

$$y = \frac{1}{2} g \cdot \frac{x_0^2}{v^2}.$$

Die Kraft $\mathfrak{F}$, welche das Teilchen mit der elektrischen Ladung e im elektrischen Feld $\mathfrak{E}$ erfährt, ist

$$\mathfrak{F} = \mathfrak{E} e,$$

mithin die Beschleunigung in diesem Fall:

$$g = \mathfrak{E} \cdot \frac{e}{m}.$$

Einsetzung dieses Wertes von g in die Gleichung für die elektrische Ablenkung y ergibt:

$$y = \frac{1}{2} \mathfrak{E} \cdot \frac{e}{m v^2} x_0^2,$$

mithin ist:

$$\frac{m v^2}{e} = \frac{2 y}{\mathfrak{E} x_0^2}.$$

Aus der längs einer Wegstrecke x_0 in einem bekannten elektrischen Feld $\mathfrak{E}$ erfolgenden elektrostatischen Ablenkung kann man daher die Größe $\frac{m v^2}{e}$, d. h. den Quotienten aus dem Quadrat der Geschwindigkeit und der Ladung pro Masseneinheit für die im Kathodenstrahl bewegten Teilchen bestimmen.

354. Wärmewirkung der Kathodenstrahlen. Bestimmung von $\frac{m v^2}{e}$. Fallen Kathodenstrahlen auf feste Körper, so geben sie ihre Energie an diese ab, und es findet Wärmeerzeugung statt; die festen Körper können sich dabei auf sehr hohe Temperaturen, bis zur hellsten Weißglut erwärmen (Fig. 266). Platin und Iridium können leicht geschmolzen werden. Gleich-

zeitig geben die Kathodenstrahlteilchen ihre Ladung an den Körper ab. Ist derselbe ein Leiter und durch ein Galvanometer geerdet, so zeigt das letztere einen negativen Strom an.

Die kinetische Energie eines Teilchens ist $\frac{1}{2} m v^2$. Fallen pro Sekunde n Teilchen auf den Körper, so ist die durch sie erzeugte Wärmemenge gleich dem Verlust ihrer kinetischen Energie, also



Fig. 266.

$$W = \frac{1}{2} n m v^2,$$

wenn alle Teilchen ihre Geschwindigkeit verlieren.

Die Stromstärke, welche man bei Erdung des Körpers in der Erdleitung erhält, ist

$$i = n e,$$

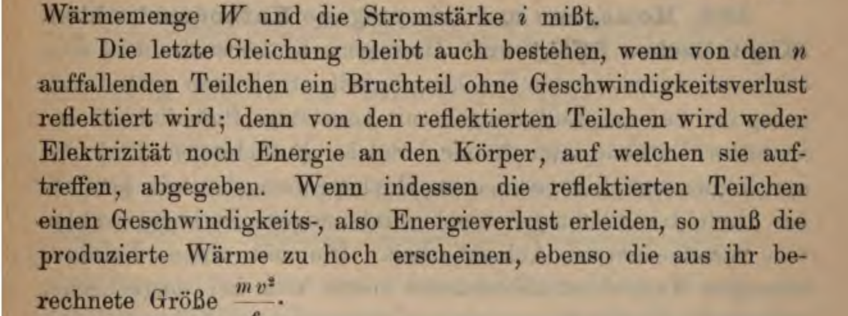
also:

$$W = \frac{i}{2} \frac{m v^2}{e},$$

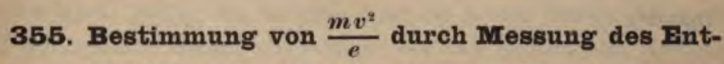
oder:

$$\frac{m v^2}{e} = \frac{2 W}{i}.$$

Man kann also die Größe $\frac{m v^2}{e}$ bestimmen, indem man die erzeugte Wärmemenge W und die Stromstärke i mißt.



Die letzte Gleichung bleibt auch bestehen, wenn von den n auffallenden Teilchen ein Bruchteil ohne Geschwindigkeitsverlust reflektiert wird; denn von den reflektierten Teilchen wird weder Elektrizität noch Energie an den Körper, auf welchen sie auftreffen, abgegeben. Wenn indessen die reflektierten Teilchen einen Geschwindigkeits-, also Energieverlust erleiden, so muß die produzierte Wärme zu hoch erscheinen, ebenso die aus ihr berechnete Größe $\frac{m v^2}{e}$.



355. Bestimmung von $\frac{m v^2}{e}$ durch Messung des Entladungspotentials. An der Kathodenoberfläche besitzt ein Teilchen, wenn V das Potential der Kathode ist, die potentielle Energie $e V$. Dieselbe wird, wie in § 349 erörtert, bei genügend niedrigem Gasdruck völlig in kinetische Energie des Teilchens verwandelt. Es ist also

$$eV = \frac{1}{2} mv^2,$$

oder

$$\frac{mv^2}{e} = 2V.$$

Die Größe $\frac{mv^2}{e}$ ist also numerisch gleich dem doppelten, in absoluten Einheiten gemessenen Entladungspotential.

Masse und Ladung sind Konstante des Teilchens, es ist daher aus der letzten Gleichung zu folgern: Die Geschwindigkeit der Kathodenstrahlen ist der Quadratwurzel aus dem Entladungspotential proportional.

Die letzte Gleichung in § 352 zeigt, daß der Krümmungsradius der Bahn eines ein homogenes Magnetfeld durchfliegenden Teilchens der Geschwindigkeit proportional, die magnetische Ablenkung ihr also umgekehrt proportional ist. Mithin ist die magnetische Ablenkung der Kathodenstrahlen der Quadratwurzel aus dem Entladungspotential umgekehrt proportional.

Dieser Satz ist zuerst von J. J. Thomson und von Kaufmann experimentell bestätigt worden.

356. Homogene und inhomogene Kathodenstrahlen. Magnetisches Spektrum. Homogene Kathodenstrahlen, d. h. solche einer bestimmten Geschwindigkeit, erhält man nach Letztgesagtem nur aus Entladungen mit konstanter Potentialdifferenz zwischen Kathode und Anode. Solche Entladungen sind mit der Influenzmaschine oder einer Hochspannungsbatterie herstellbar. Induktorentladungen ergeben inhomogene Kathodenstrahlen von verschiedenerlei Ablenkbarkeit. Ein mit einem Induktor erzeugtes Kathodenstrahlenbündel breitet sich bei magnetischer Ablenkung fächerartig zu einem „magnetischen Spektrum" auseinander.

357. Die Größe $\frac{e}{m}$ und die Geschwindigkeit v der Kathodenstrahlen. Durch Beobachtung der magnetischen Ablenkung in Verbindung mit einer Bestimmung entweder der elektrostatischen Ablenkbarkeit oder der Wärmeerzeugung oder

endlich des Entladungspotentials findet man die Größen $\frac{mv}{e}$ und $\frac{mv^2}{e}$, mithin die Größen $\frac{e}{m}$ und v einzeln. Solcherlei Bestimmungen sind mehrfach sehr genau ausgeführt worden. Alle Methoden haben nahe übereinstimmende Werte für die konstante Größe $\frac{e}{m}$ ergeben, und zwar ist nach den besten Bestimmungen als Mittel der Wert

$$\frac{e}{m} = 1{,}865 \cdot 10^7$$

anzunehmen.

Wir wollen diese Größe mit der entsprechenden für elektrolytische Ionen vergleichen. Das zweite Faradaysche Gesetz besagt, daß ein und derselbe Strom aus verschiedenen Elektrolyten chemisch äquivalente Mengen ausscheidet. So scheidet z. B. der Strom 1 Amp. pro Sekunde 0,00001046 g Wasserstoff und 108mal so viel Silber, d. h. 0,0011180 g Silber aus. An diesen Mengen von H bzw. Ag haftet die Elektrizitätsmenge, welche ein Ampère pro Sekunde befördert, d. i. ein Coulomb $= \frac{1}{10}$ abs. Einh. in elektromagnetischem Maß. Ein Gramm Wasserstoff ist daher geladen mit einer Elektrizitätsmenge

$\frac{1}{0{,}0001046}$ = etwa 10^4 absol. elektromagn. Einh. d. Elektrizitätsmenge,

d. h. es ist $\frac{e}{m} = 10^4$ für Wasserstoff (§ 111).

Für Silber ist $\frac{e}{m} = \frac{1}{108} \cdot 10^4$. Es hat $\frac{e}{m}$ für Wasserstoff, welcher das kleinste Äquivalentgewicht (Eins) hat, seinen größten Wert. Für die negativen Teilchen der Kathodenstrahlen hat $\frac{e}{m}$ aber einen noch über tausendmal größeren Wert. Nimmt man daher an, daß das Faradaysche Gesetz auch für die Kathodenstrahlteilchen gültig ist, so muß man die einem Gramm Wasserstoff äquivalente Menge als weniger als ein Tausendstel Gramm, die negativen Teilchen der Kathodenstrahlen über tausendmal kleiner an Masse als die Wasserstoffatome annehmen. Diese kleinen Teilchen, in welchen man wohl mit Recht die Urquanten der Materie vermutet, hat man Elektronen genannt. Die Materie hat man sich als zusammengesetzt aus positiven und negativen

Elektronen zu denken. Die Kathodenstrahlteilchen und die negativen Teilchen des photoelektrischen Stromes sind abgespaltene negative Elektronen (§ 336; vgl. auch §§ 314, 316).

Der Wert der Geschwindigkeit der Kathodenstrahlen in seiner Abhängigkeit vom Entladungspotential V ergibt sich nach § 355 zu:

$$v = \sqrt{2 \frac{e}{m} V}.$$

Für ein Entladungspotential von 10000 Volt $= 10^{12}$ e. m. Einh. berechnet sich die Geschwindigkeit zu $0{,}61 \cdot 10^{10}$ cm/sek, d. h. zu etwa ein Fünftel Lichtgeschwindigkeit.

358. Reflexion der Kathodenstrahlen. Fallen Kathodenstrahlen auf ein Metallblech, so wird ein Teil davon nach allen Seiten zurückgeworfen. Die Kleinheit der Elektronen macht es verständlich, daß die Reflexion eine diffuse ist (Goldstein). Die Größe des reflektierten Bruchteils kann man dadurch messen, daß man mittels einer Anordnung, wie sie Fig. 267 andeutet, alle reflektierten Strahlen in einem Metallzylinder C auffängt, den man durch ein Galvanometer zur Erde leitet. Mißt man den so erhaltenen Strom i_1, wie auch den Strom i_2, welcher bei Ableitung des Reflektors R durch ein Galvanometer entsteht, so ist

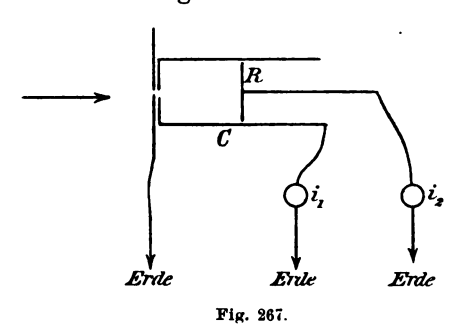


Fig. 267.

$$k = \frac{i_1}{i_1 + i_2}$$

der Reflexionskoeffizient. Dieser ist für verschiedene Metalle sehr verschieden. Es werden beispielsweise an Aluminium 25%, an Kupfer 45%, an Platin 72% aller auffallenden Strahlen reflektiert, wenn ein Kathodenstrahlenbündel senkrecht auffällt. Die Größe der Reflexion ändert sich nicht mit der Geschwindigkeit der Strahlen (Starke).

Bei der Reflexion findet ein Geschwindigkeitsverlust eines Teils der Strahlen statt. Dies ist dadurch konstatiert worden,

daß ein aus den reflektierten Strahlen herausgegriffenes Bündel bei magnetischer Ablenkung ein „Spektrum“ zeigt (§ 356), auch wenn die auffallenden Strahlen homogen sind (Gehrke).

359. Durchgang der Kathodenstrahlen durch Metallfolie. Die Kleinheit der Elektronen macht es ebenfalls verständlich, daß Kathodenstrahlen durch dünne Metallblättchen hindurchzudringen vermögen (Lenard). Dies geschieht um so besser, je dünner das Blättchen ist, und je spezifisch leichter das Metall ist, aus welchem es hergestellt ist. Das Durchdringungsvermögen wächst auch stark an mit der Geschwindigkeit der auffallenden Strahlen. Für solche Versuche hat man also hohe Entladungspotentiale anzuwenden. Die Kathodenstrahlen haben nach dem Durchgang durch ein Metallblättchen an Geschwindigkeit eingebüßt (Leithäuser), und zwar so, daß ein vorher homogenes Bündel inhomogen wird, was man auch, wie bei den reflektierten Strahlen, an der Bildung eines magnetischen Spektrums erkennt.

Der Durchgang der Kathodenstrahlen durch dünne Schichten fester Körper ermöglicht es, dieselben aus dem Entladungsraum, in welchem sie entstehen, in die freie Luft gelangen zu lassen (Lenard). Sehr leicht gelingen diese Versuche, wenn man für die Entladungen einen Teslatransformator benutzt, welcher hohe Entladungspotentiale ohne allzu niedrigen Gasdruck erreichen läßt (Des Coudres). Die Kathodenstrahlen werden in der dichten äußeren Luft in unmittelbarer Nähe des Blättchens, durch welches hindurch sie austreten, absorbiert und verlaufen dort ganz diffus.

360. Kanalstrahlen. Ist die scheibenförmige Kathode eines Entladungsrohres mit einem Loch versehen, so tritt nach rückwärts durch das Loch hindurch in den entladungsfreien Rohrteil ein diffus verlaufendes Strahlenbündel (Fig. 268), welches das Gas in der Röhre zum Leuchten bringt

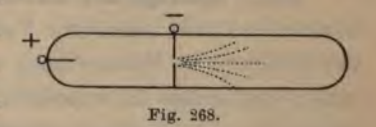


Fig. 268.

und daher deutlich zu sehen ist (Goldstein). In Luft, welche nicht durch Kohlenwasserstoffe verunreinigt ist, hat das Bündel rötlich gelbe Farbe. Es ist auch magnetischer und elektrostatischer Ab-

lenkung unterworfen, welche aber so erfolgen, daß sie auf eine Bewegung positiv geladener Teilchen in der Strahlenrichtung schließen lassen. Diese positive Ladung ist mit einem Galvanometer oder Elektroskop und der Röhre Fig. 264 (S. 386) auch leicht nachzuweisen. Man hat dazu die siebförmige mittlere Elektrode zur Kathode zu machen. Die Strahlen, welche den Namen Kanalstrahlen erhalten haben, sind, auch wenn die Entladung bei einem bestimmten Entladungspotential vor sich geht, inhomogen, das die Kathode verlassende Bündel breitet sich bei Ablenkung fächerartig auseinander. Zur magnetischen Ablenkung sind starke Magnetfelder erforderlich. In dem Kanalstrahlenbündel sind auch gar nicht ablenkbare Strahlen enthalten. Die Bestimmung von $\frac{e}{m}$ und v durch magnetische und elektrische Ablenkung (W. Wien) hat ergeben, daß die Geschwindigkeit aller in dem Bündel enthaltenen Kanalstrahlenarten etwa die gleiche, dagegen $\frac{e}{m}$ sehr veränderlich ist. Die stärkst ablenkbaren Strahlen zeichnen sich dadurch aus, daß sie das Gas kaum zum Leuchten bringen, dagegen grüne Fluoreszenz des Glases bei ihrem Auftreffen erzeugen. Diese Strahlen treten ganz besonders stark in sehr reinem Wasserstoff auf. $\frac{e}{m}$ hat für sie auch etwa den Wert 10^4, wie ihn Wasserstoff besitzt. Es sind darnach vielleicht die positiv geladenen, elektrolytischen Wasserstoffionen die Träger der Kanalstrahlen. Für die weniger magnetisch abgelenkten Strahlen ist die Geschwindigkeit die gleiche, daher $\frac{e}{m}$ kleiner, vermutlich wird durch Aufnahme negativer Teilchen die Ladung kleiner oder auch die Masse größer.

361. Röntgenstrahlen. Bei der Absorption der Kathodenstrahlen tritt außer der Verwandlung der kinetischen Energie der Teilchen in Wärme noch eine teilweise Umwandlung in eine neue, eigenartige Energieform auf. Röntgen fand, daß bei dem Auftreffen von Kathodenstrahlen auf feste Körper von der getroffenen Stelle diffus nach allen Seiten eine neue Strahlenart mit merkwürdigen Eigenschaften ausgeht. Diese Strahlen haben nach ihrem Entdecker — von ihm selbst zuerst X-Strahlen ge-

nannt — den Namen Röntgenstrahlen erhalten. Die Energie dieser Strahlung ist sehr gering, indem eine Erwärmung eines Körpers, auf welchen sie auftreffen, nur mit den allerfeinsten Hilfsmitteln der modernen Meßtechnik nachgewiesen werden kann. Das was diese Strahlenart vor allen anderen bis dahin bekannten Strahlen auszeichnet, ist ihr außerordentliches Durchdringungsvermögen. Durch dicke Holzmassen, auch noch durch Metallschichten hindurch vermag man ihre Wirkungen wahrzunehmen. Man kann ihr Vorhandensein leicht nachweisen mit Hilfe eines Fluoreszenzschirmes von Bariumplatinzyanür, welches unter ihrem Einfluß grün leuchtet, oder durch ihre Wirkung auf eine in lichtdichtes Papier eingewickelte photographische Platte. Auf Schirm und Platte entwerfen sie von zwischengestellten Körpern je nach deren Durchlässigkeit mehr oder weniger dunkle Schatten. Im allgemeinen absorbieren verschiedene Körper die Strahlen um so mehr, je spezifisch schwerer sie sind. Da Fleisch im Verhältnis zu den Knochen sehr durchlässig ist, so ist es möglich, Teile des menschlichen Körpers zu durchleuchten und ein Abbild des Knochengerüstes vom lebenden Körper zu erhalten. Dies ist insbesondere für medizinische Zwecke äußerst wertvoll. Metallische Fremdkörper sind wegen ihres verhältnismäßig großen Absorptionsvermögens leicht aufzufinden.

Die Strahlen sind nicht magnetisch ablenkbar. Die optischen Erscheinungen der regelmäßigen Reflexion, der Brechung, Beugung, Polarisation sind nicht nachgewiesen worden.

362. Emissionsvermögen verschiedener Substanzen für Röntgenstrahlen. Röntgenröhre. Die Fähigkeit, für eine gewisse auffallende Kathodenstrahlenquantität Röntgenstrahlen zu emittieren, geht für die verschiedenen Körper mit ihrem Absorptionsvermögen Hand in Hand. Je stärker ein Körper Röntgenstrahlen absorbiert, desto größer ist sein Emissionsvermögen für dieselben. Deshalb wählt man als Körper, an welchem die Erzeugung von Röntgenstrahlen stattfinden soll, als sog. Antikathode, einen möglichst dichten, und zwar in der Regel Platin. Fig. 269 zeigt schematisch die Wirkungsweise einer Röntgenröhre von der Form, wie sie jetzt meist angewendet wird. Eine

hohlspiegelförmige Kathode sendet ein konvergentes Kathodenstrahlenbündel auf eine unter ca. 45° geneigte Platinplatte, die

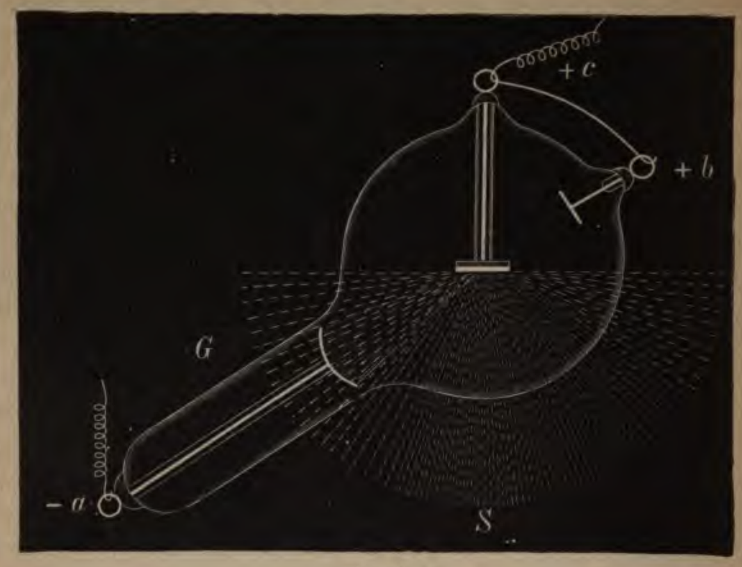


Fig. 269.

Antikathode. Dieselbe sendet die Röntgenstrahlen nach allen Seiten aus.

Die Glaswände der Röhre, sowie die Elektroden geben nach der Herstellung der Röhre zunächst viel Gas ab; um dies okklu-

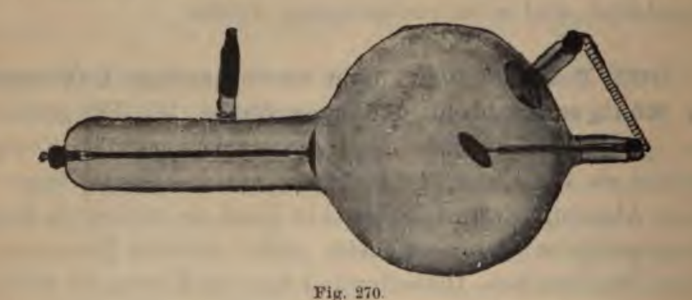


Fig. 270.

dierte Gas energisch zu entfernen, werden die Röhren bei dem Auspumpen stark erhitzt und kräftige Entladungen durch sie hindurchgeschickt. Dabei benutzt man aber nicht die leicht zer-

stäubende Platin-Antikathode als Elektrode, sondern eine weitere eingeschmolzene Elektrode *b* aus Aluminium. Fig. 270 zeigt eine Röntgenröhre der gewöhnlich benutzten Form. Häufig wird eine solche Röhre mit kühlbarer Antikathode versehen, um die starke Erhitzung bei längerem Gebrauch zu vermeiden.

363. Harte und weiche Röntgenstrahlen. Das Durchdringungsvermögen der Röntgenstrahlen nimmt mit wachsender Geschwindigkeit der sie erzeugenden Kathodenstrahlen zu. Um dichte Körper zu durchdringen, muß man daher schnelle Kathodenstrahlen erzeugen, d. h. die Röntgenröhre sehr weit auspumpen, so daß das Entladungspotential ein hohes wird. Für medizinische Zwecke muß man einen gewissen mittleren „Härtegrad“ der Röntgenröhre anwenden, die Röhre muß Strahlen aussenden, welche vom Fleisch nicht sehr absorbiert werden, aber durch die Knochen auch wiederum nicht in wesentlichem Betrage durchdringen. Ist ersteres der Fall, so ist die Röhre, wie man sagt, zu weich, im letzteren Fall zu hart. Sehr erwünscht ist es natürlich, Röhren von veränderlichem Härtegrad zu haben. Dies um so mehr, als eine Röntgenröhre durch längeren Gebrauch allmählich immer härter wird, weil das durch die Entladungen zerstäubte Elektrodenmetall Gas in sich aufnimmt und dadurch das Vakuum erhöht. Man muß daher darauf sehen, durch Zufuhr geringer Gasmengen den Druck im Inneren der Röhre wie-

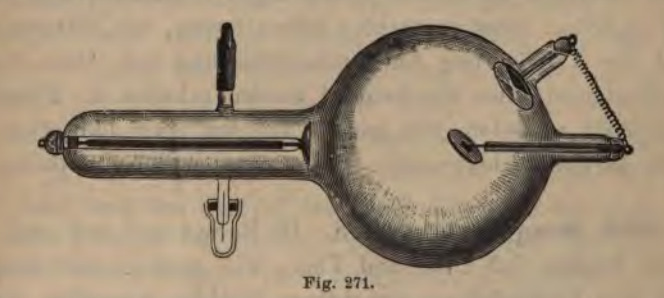


Fig. 271.

der größer machen zu können. Dies geschieht in den Röntgenröhren mit regulierbarem Vakuum auf verschiedene Weise. Gut bewährt es sich, in einem kleinen Seitenansatz eine Substanz unterzubringen, welche bei Anwärmen etwas Gas abgibt. Be-

quem ist als Regulator auch ein in die Glaswand eingeschmolzener Palladiumdraht. Bei Erwärmen desselben mit einer Flamme diffundiert Wasserstoffgas in die Röhre (Fig. 271).

364. Vorstellung von der Natur der Röntgenstrahlen. Das Wesen der Röntgenstrahlen ist noch nicht aufgeklärt. Man sieht sie an als die elektromagnetischen Impulse, welche durch den Aufprall der Elektronen auf die Antikathode erzeugt werden. Der Aufprall eines Elektrons bedeutet das plötzliche Verschwinden eines elektrischen Stromes, welches eine elektromagnetische Induktionswirkung haben muß. Danach besitzen die Röntgenstrahlen keine bestimmte Wellenlänge. Man hat auch vermutet, in den Röntgenstrahlen sehr kurzwelliges ultraviolettes Licht vor sich zu haben. Wie sich aus der Kettelerschen Dispersionsformel (§ 315) für $\lambda = 0$ ergibt, ist für solches Licht der Brechungsexponent 1, d. h. ein Fehlen von Brechung zu erwarten, und auch Beugung könnte nur schwer beobachtet werden.

365. Einige weitere Eigenschaften der Röntgenstrahlen. Fallen Röntgenstrahlen auf einen festen Körper, so sendet derselbe seinerseits diffus sekundäre Röntgenstrahlen (Sagnac) aus, welche leichter absorbierbar sind als die primären. Ferner gehen von dem getroffenen Körper Kathodenstrahlen (Curie) aus, ähnlich wie von einem photoelektrisch empfindlichen Metall, wenn es von kurzwelligen Lichtstrahlen getroffen wird (§ 336). Röntgenstrahlen heben ferner, wie ultraviolettes Licht, die Verzögerung der Funkenentladung auf. Gase, welche von Röntgenstrahlen durchstrahlt werden, erhalten die Fähigkeit, Elektrizität zu leiten, was nach § 326 auf einer Ionisation derselben beruht. Elektrisierte Körper werden daher entladen.

366. Becquerelstrahlen. H. Becquerel und nach ihm andere fanden, daß Uran und Thor, wie auch in schwächerem Maße ihre Verbindungen unsichtbare Strahlen aussenden, welche lichtundurchlässige Körper, selbst Metalle, zu durchdringen vermögen. Andere Beobachter, insbesondere das Ehepaar Curie, stellten eine solche Radioaktivität in noch größerem Betrage am Uranpecherz fest, woraus zu folgern ist, daß in demselben

mindestens eine noch stärker als Uran strahlende Substanz enthalten sein muß. Es gelang Herrn und Frau Curie späterhin durch chemische Prozesse aus dem Uranpecherz zwei Substanzen immer mehr und mehr für sich zu isolieren, welche tausend- und mehrmal stärker strahlen als das reine Uran, und zwar Präparate zweierlei Art, welche chemisch und in der Art der ausgesandten Strahlung gänzlich verschieden sind. Die erst gefundene Substanz gewinnt man auf dem Wege der Wismutisolierung mit dem Wismut auf das engste verbunden, von ihm chemisch nicht zu trennen. Das aus dem Pecherz abgeschiedene Wismut erweist sich als sehr stark radioaktiv, ein Zeichen, daß es noch mit einem chemisch nahe verwandten Element verbunden ist. Dieses Element wurde Polonium genannt. Aus dem im chemischen Isolierungsprozeß gewonnenen Gemisch der Sulfate von Wismut und Polonium. kann man durch mehrfaches Sublimieren des Gemisches noch Produkte erhalten, welche prozentisch immer mehr Polonium enthalten, da das aktive Sulfat des Poloniums leichter sich verflüchtigt als das inaktive Wismutsulfat. Etwa ein halbes Jahr später konnten P. und S. Curie und G. Bémont aus dem Uranpecherz eine zweite, sehr stark radioaktive Substanz abscheiden, welche chemisch ganz nahe dem Barium verwandt ist und bei der Isolierung des Bariums mit demselben zusammen gewonnen wird. Vom Barium kann dies neue Element vermöge der Eigenschaft getrennt werden, daß sein Chlorid in Alkoholwassergemischen etwas schwerer löslich ist, als das des Bariums. Wenn man daher eine wässerige Lösung der Chloridgemische mit etwas Alkohol versetzt, so fällt zuerst das aktive Chlorid aus, und die gefällte Substanz ist sehr viel stärker radioaktiv als das gelöste Gemisch. Durch genügend häufiges Wiederholen kann man das Chlorid des neuen Elements fast isolieren. Das neue Element ist Radium genannt worden. Es sind so Präparate von Polonium- und Radiumsalz hergestellt worden, welche einen Bariumplatincyanürschirm dauernd zu hellem Fluoreszenzleuchten bringen. Die Poloniumstrahlen wirken besser auf einen Leuchtschirm aus Zinksulfid. Noch ein drittes radioaktives Element, „Actinium", ist aus der Pechblende von Debierne ausgeschieden worden, welches in seinen Eigenschaften dem

Titan gleichkommt. Ferner ist von Marckwald eine weitere Substanz aufgefunden worden, welche dem Tellur nahe steht und wie Polonium strahlt. Marckwald nennt sie „Radiotellur“. Radium ist bisher als einzige der Substanzen sicher als ein neues Element erkannt worden, indem Démarçay in seinem Spektrum neue Linien entdeckte, welche Barium nicht zeigt. So z. B. besonders eine bei $\lambda = 381{,}5\ \mu\mu$. Frau S. Curie hat Atomgewichtsbestimmungen durch Ermittelung des in einer gewogenen Menge Chlorid enthaltenen Chlors ausgeführt und mit wachsendem Prozentgehalt an Radium größer werdende Zahlen dafür erhalten. Das stärkst strahlende Präparat, welches kaum mehr Barium enthalten hat, ergab das Atomgewicht 225, während das des Bariums nur 138 beträgt.

367. Radium- und Poloniumstrahlen. Die Strahlung der beiden neu entdeckten Substanzen ist eine sehr verschiedenartige. Die Strahlung des Poloniums wird sehr leicht absorbiert. Durch dünnstes Seidenpapier oder Aluminiumfolie wird sie fast völlig aufgehalten. Radium sendet auch diese leicht absorbierbare Strahlung aus, außerdem aber in beträchtlichem Maße eine andere von äußerst großem Durchdringungsvermögen. Diese Strahlen geringer Absorbierbarkeit hat man β-Strahlen, im Gegensatz zu den stark absorbierbaren α-Strahlen, genannt. Die β-Strahlung des Radiums wirkt noch durch mehrere Millimeter dicke Bleiplatten hindurch auf den Bariumplatincyanürschirm. α-Strahlung des Radiums und die Strahlung des Poloniums sind in ihrem physikalischen Verhalten identisch.

368. Magnetische und elektrische Ablenkung der Radium- und Poloniumstrahlen. Während die Strahlung radioaktiver Körper mit der einer Röntgenröhre einerseits große Ähnlichkeiten hat, indem beide Strahlenarten photographisch und phosphoreszenzerregend wirken, Gase ionisieren, Funkenverzögerung aufheben und lichtundurchlässige Körper zu durchdringen vermögen, genügt andererseits ein einziger fundamentaler Unterschied, um eine Wesensgleichheit der beiden Strahlenarten auszuschließen. Dieser ist damit gefunden worden, daß die Becquerelstrahlen magnetisch abgelenkt werden. Auch bezüglich

ihrer magnetischen Ablenkung unterscheiden sich die α- und β-Strahlen grundsätzlich. Die α-Strahlen werden so abgelenkt, als ob sie aus einem Strom positiver Teilchen beständen. Sie verhalten sich wie Kanalstrahlen. Die β-Strahlen dagegen sind in ihrem Verhalten identisch mit den Kathodenstrahlen und werden im umgekehrten Sinn sowohl elektrisch wie magnetisch abgelenkt. Einige Angaben über das quantitative Verhalten mögen folgen.

α-Strahlen. Die α-Strahlung des Radiums und Poloniums ist nicht sehr inhomogen. Es sind sehr starke Felder für die magnetische und elektrische Ablenkung erforderlich. Durch Kombination beider Ablenkungen hat man wie in § 357 $\frac{e}{m}$ und v für die α-Strahlung bestimmt und gefunden:

$$\frac{e}{m} = 6 \cdot 10^3;\ v = \text{ca. } 2 \cdot 10^9 \text{ cm/sek.}$$

Diese Werte sind etwa die gleichen wie die entsprechenden für Kanalstrahlen.

β-Strahlen. Die β-Strahlen sind wesentlich leichter ablenkbar. Sie zerfallen bei Ablenkung in ein Spektrum, ein Zeichen, daß die Strahlung inhomogen ist. Bestimmung von $\frac{e}{m}$ und v, welche sehr genau von Kaufmann ausgeführt worden ist, hat das interessante Resultat ergeben, daß sowohl v als auch $\frac{e}{m}$ für die verschiedenen Bestandteile der Gesamtstrahlung verschieden ist. Die von Kaufmann beobachtete kleinste Geschwindigkeit ist $v = 2{,}36 \cdot 10^{10}$ cm/sek; für diese Strahlen ist $\frac{e}{m} = 1{,}31 \cdot 10^7$. Die größte Geschwindigkeit ist $v = 2{,}83 \cdot 10^{10}$ cm/sek; für diese Strahlen, deren Geschwindigkeit nahe an die des Lichtes heranreicht, hat $\frac{e}{m}$ den Wert $0{,}63 \cdot 10^7$, ist also wesentlich kleiner.

369. Kaufmannsche Methode der $\frac{e}{m}$-Bestimmung. Da bei der magnetischen wie bei der elektrischen Ablenkung ein in unabgelenkter Lage scharfes Strahlenbündel fächerartig ausgebreitet wird, ist es nicht möglich, durch aufeinanderfolgende Bestimmungen der beiden Ablenkungen zusammengehörige Werte-

paare derselben zu ermitteln. Diese Schwierigkeit umgeht man durch gleichzeitige elektrische und magnetische Ablenkung in zueinander senkrechten Richtungen. Der unabgelenkt scharfe Phosphoreszenzfleck oder Eindruck auf der photographischen Platte wird, elektrisch und magnetisch abgelenkt, in einen Kurvenast auseinander gezogen, aus dessen Verlauf zusammengehörige Werte der Ablenkungen sofort zu ersehen sind.

370. Elektrodynamische Masse. Die Radiumstrahlen sind also negativ geladene Teilchen, welche mit einer Geschwindigkeit fliegen, welche nahe an die des Lichtes herankommt. Die genauen Messungen haben gezeigt, daß $\frac{e}{m}$ bei diesen großen Geschwindigkeiten variabel ist, daß also, da die elektrische Ladung als eine Konstante angesehen werden muß, die Masse als eine Funktion der Geschwindigkeit erscheint. Neuerdings ist durch Searle, dann von Abraham eine Theorie aufgestellt worden, nach welcher die Teilchen überhaupt keine mechanische Masse besitzen sollen, sondern vielmehr nur eine „scheinbare", welche das bewegte Teilchen vermöge seiner Ladung besitzt. Man hat sich dies so vorzustellen: Um einem Massenteilchen eine Geschwindigkeit zu erteilen, habe ich ihm Energie zuzuführen, welche es dann in Form von kinetischer Energie besitzt. Hat man ein massenloses, aber mit einem gewissen Elektrizitätsquantum geladenes Teilchen vor sich, welches sich bewegt, so besitzt dieses Teilchen auch Energie, nämlich elektromagnetische Energie, weil es ein elektromagnetisches Feld um sich erzeugt. Um einem geladenen Teilchen eine Geschwindigkeit zu erteilen, muß man ihm also, auch wenn es massenlos ist, einen gewissen Energiebetrag zuführen, ebenso als ob es eine gewisse Masse hätte. Das Teilchen besitzt „elektromagnetische oder elektrodynamische Trägheit", Selbstinduktion. Diese vorgetäuschte Masse heißt „elektrodynamische Masse". In der Theorie von Abraham ist nun diese elektrodynamische Masse als Funktion der Geschwindigkeit berechnet worden. Das Resultat der Theorie ist, daß für kleinere Geschwindigkeiten und noch bis hinauf zu den Geschwindigkeiten der Kathodenstrahlen ($^1/_5$ Lichtgeschwindigkeit) die elektrodynamische Masse als eine

Konstante, als unabhängig von der Geschwindigkeit erscheinen muß. Bei größeren Geschwindigkeiten, welche sich derjenigen des Lichtes nähern, beginnt die elektrodynamische Masse zu wachsen, um für die Lichtgeschwindigkeit selbst unendlich groß zu werden. Nun ist für Kathodenstrahlen der Wert $\frac{e}{m}$ wirklich als konstant, zu $\left(\frac{e}{m}\right)_0 = 1{,}86$ unabhängig von ihrer Geschwindigkeit gefunden worden. Unter Zugrundelegung dieses Wertes kann man nun nach der Abrahamschen Theorie den Wert $\frac{e}{m}$ für jede Strahlgeschwindigkeit berechnen, indem die Werte $\frac{e}{m}$ und $\left(\frac{e}{m}\right)_0$ sich umgekehrt wie die aus der Theorie sich ergebenden elektrodynamischen Massen verhalten müssen. Dabei zeigt sich Übereinstimmung der für die gemessenen Geschwindigkeiten der Radiumstrahlen berechneten Werte mit den beobachteten. Es ist hieraus zu folgern: Die Elektronen der Kathoden- und der Radiumstrahlen haben nur elektrodynamische Masse. Auch für die schnellsten kontinuierlich zu erzeugenden Kathodenstrahlen ist vom Verfasser die zu erwartende kleine Änderung von $\frac{e}{m}$ gefunden worden.

371. Sekundärstrahlen. Induzierte Radioaktivität. Emanation des Radiums. Fallen Becquerelstrahlen auf einen festen oder flüssigen Körper, so sendet dieser seinerseits Becquerelstrahlen aus. Zum Unterschied von dem gleichen Verhalten bezüglich der Röntgenstrahlen bleibt diese sekundäre Strahlung bestehen, auch wenn die primäre zu wirken aufgehört hat, und kann längere Zeit bestehen bleiben, langsam schwächer werdend. Der bestrahlte Körper ist induziert radioaktiv geworden. Auch Gase können induzierte Radioaktivität zeigen.

Radium gibt ein radioaktives Gas ab, welches durch Diffusion sich in die Umgebung zerstreut und an Leuchtwirkungen erkannt wird. Hat man z. B. ein Radiumpräparat in einem Glasgefäß eingeschlossen, welches durch ein längeres Rohr mit einem zweiten Glasgefäß verbunden ist, in dem sich etwas Bariumplatincyanür befindet, so leuchtet das letztere. Die induzierte

Radioaktivität ist wohl zum Teil durch ein Festhaften dieser Emanation an dem induziert aktiven Körper zu erklären.

372. Selbstaufladung einer radioaktiven Substanz. Da eine in einem geschlossenen Gefäß befindliche radioaktive Substanz fortdauernd negativ geladene Teilchen aussendet, welche die Gefäßwand durchdringen, während die ausgesandten positiven Teilchen von der Wand zurückgehalten werden, so muß sich die Innenseite des Gefäßes allmählich stark positiv aufladen. Dies ist auch in der Tat beobachtet. Die Selbstaufladung wird allmählich so stark, daß dünnere Glasgefäße vom Funken durchschlagen werden. Schneidet man ein Gefäß, in welchem sich seit längerer Zeit ein radioaktiver Körper befindet, mit einem Glasmesser durch, so erhält man an der Schnittstelle einen elektrischen Funken.

373. Wärmeabgabe des Radiums. Eine radioaktive Substanz verliert fortdauernd Energie in Form der ausgesandten Strahlung. Letztere ist fähig, einen Körper, auf welchen sie auftrifft, zu erwärmen. Precht tat 34,1 mg Radiumbromid in ein Eiskalorimeter und erhielt einen dauernden Rückgang des Quecksilberfadens, welcher eine Wärmeabgabe von 2,085 kal in der Stunde anzeigte. Danach würde 1 g Bromradium 61,15 kal pro Stunde abgeben, und unter Zugrundelegung des Atomgewichts 225 für die Wärmeabgabe eines Grammes reinen Radiums pro Stunde die Zahl 113,3 kal sich berechnen. Demnach würden etwa $5\frac{1}{2}$ Kilo Radium dauernd die einer Pferdekraft entsprechende Wärmemenge liefern.

374. Atmosphärische Elektrizität.[1]) Es ist durch zahlreiche Beobachtungen an Orten, die über den ganzen Erdball zerstreut sind, nachgewiesen worden, daß normalerweise bei

---

1) Siehe hierüber besonders F. Exner, Über die Ursache und die Gesetze der atmosphärischen Elektrizität (Wiener Berichte **93**, 222. 1886), und H. Geitel, Über die Anwendung der Lehre von den Gasionen auf die Erscheinungen der atmosphärischen Elektrizität. Vortrag geh. auf d. 73. Vers. Deutsch. Naturf. u. Ärzte in Hamburg (Braunschweig, Verlag Fr. Vieweg & Sohn, 1901).

heiterem Wetter ein elektrisches Feld über der Erdoberfläche besteht, dessen Niveauflächen der letzteren parallel laufen, und in dem die Potentialwerte mit steigender Höhe selbst zunehmen. Die leitende Oberfläche der Erde verhält sich also wie ein negativ geladener Körper. Beobachtungen im Ballon haben gezeigt, daß die Atmosphäre freie positive Elektrizität enthält, und zwar scheinen die Mengen positiver Elektrizität in der Atmosphäre und negativer Elektrizität auf der Erdoberfläche sich zu kompensieren, so daß nach außen die Erde sich wie ein ungeladener Körper verhält. Nach § 341 hat die Luft stets ein gewisses Leitungsvermögen, es wird demnach das elektrische Feld der Erde sich durch die leitende Luft auszugleichen suchen. Die Erfahrung zeigt aber, daß es dennoch sich aufrecht erhält, trotz des unausgesetzten Elektrizitätsflusses. Unsere bisherigen Kenntnisse von der Natur des Leitungsvermögens im Gase gestatten uns, sowohl hierfür eine befriedigende Erklärung zu geben als auch gleichzeitig für eine Reihe weiterer Erscheinungen, welche das atmosphärische elektrische Feld zeigt.

Die Leitfähigkeit der Luft rührt her von einer schwachen Radioaktivität, die sie selbst sowohl als auch, wie es scheint, die meisten der Körper, welche in Berührung mit ihr sind, besitzen. Die Luft ionisiert sich selbst. Die größere Beweglichkeit der negativen Ionen, welche sich mehr oder weniger in allen Fällen von Gasleitung zeigt, verursacht es, daß ein fester Körper mehr von negativen als von positiven Ionen getroffen wird, und daß derselbe sich infolge hiervon schwach negativ aufladet. Dies tut er so lange, bis ein weiteres Überwiegen der Aufnahme negativer über die Aufnahme positiver Teilchen durch die negative Ladung verhindert wird. So geht es mit der Erdoberfläche. Dieselbe ladet sich, besonders bei Abnahme des barometrischen Druckes durch die aus den obersten Schichten dann ausströmende, schwach ionisierte Luft, infolge der Mehraufnahme negativer Ionen negativ auf. Diese Aufnahme negativer Elektrizität wird ganz besonders da erfolgen, wo das Feld der Erdladung klein ist, d. h. in Hohlräumen, wie z. B. in tiefen Tälern, oder im Inneren von Wäldern. An Bergspitzen ist das elektrische Feld der Erde natürlich groß; dort erfolgt keine Aufnahme negativer Teilchen. Es werden dort vielmehr die positiven Ionen stark

angezogen und kompensieren die negative Ladung der Erde. Der atmosphärische Vorgang ist also folgender: Die radioaktive Luft erzeugt aus sich selbst fortwährend Ionen. Die negativen Ionen treten in Tälern und Wäldern in den Erdboden ein; der letztere leitet die negative Elektrizität nach den Bergen hin, wo nach den Verteilungsgesetzen die Dichte der Elektrizität besonders groß sein muß (§ 24). Das an den Bergspitzen befindliche starke Feld wirkt bewegend auf die positiven Ionen, welche schnell gegen die Berge hin wandern. Hieraus erklärt sich das Vorhandensein positiv geladener Massen in der Luft um Bergspitzen.

Die Ionen haben die Eigenschaft, Kondensationskerne zu bilden. Bildet sich Nebel, so wird jedes Ion mit einem Nebelbläschen behaftet. Ebenso haften sich Ionen, wenn sie sich in Nebel hineinbewegen, an die Wasserteilchen. Sie erfahren dadurch eine bedeutende Vergrößerung ihrer Masse und damit eine erhebliche Verkleinerung ihrer Beweglichkeit. Bilden sich daher nahe der Erdoberfläche Bodennebel, so hält dieser alle nach der Erde hin sich bewegenden positiven Teilchen auf, die Luft zwischen Erdoberfläche und Nebel wird ionenarm, ihre Leitfähigkeit gering. Die positiv geladene Wolkenschicht verursacht ein erhebliches Steigen des Potentialgefälles über der Erdoberfläche. Es ist dies eine stets beobachtete Erscheinung. Hiermit in Zusammenhang steht der Umstand, daß überhaupt die Leitfähigkeit der atmosphärischen Luft um so größer ist, je klarer sie ist, d. h. je weniger suspendierte Nebel- oder Staubteilchen sich in ihr befinden.

Die Ursache der Entstehung von Ionen beiderlei Vorzeichens in der freien Luft ist, wie oben gesagt, auf eine Radioaktivität derselben zurückzuführen. Daß es nicht z. B. das ultraviolette Licht der Sonne sein kann, beweist der Umstand, daß in abgeschlossenen Räumen, wie z. B. in Kellern, die Luft stets ein bei weitem größeres Leitungsvermögen besitzt als außen.

Die großen, bei einem Gewitter auftretenden Spannungen sind dadurch zu erklären, daß sich sehr viele geladene Nebelbläschen zu einem Tropfen vereinigen, wodurch die auf ihnen enthaltene Elektrizität plötzlich auf eine sehr kleine Oberfläche gedrängt wird.

375. Der elektrische Lichtbogen. Verbindet man die Endpunkte einer ca. 60voltigen Dynamomaschine oder Akkumulatorenbatterie kleinen inneren Widerstands mit zwei Kohlestiften, so erwärmen sich die Enden dieser Stifte sehr stark, wenn man sie zur Berührung bringt. Zieht man die Kohlen dann auseinander, so entsteht der hellglänzende Lichtbogen. Derselbe bildet eine Entladung großer Elektrizitätsmengen durch das Gas, welches sich außerordentlich stark erhitzt. Ebenso erhitzen sich die Enden der Kohlestifte bedeutend, und zwar die positive Kohle höher (ca. 3500°) als die negative (ca. 2700°). Das Ende der positiven Kohle insbesondere ist es, welches das helle Bogenlicht ausstrahlt. Durch Imprägnierung der Kohlen mit Salzen kann man den Lichtbogen färben und ihn auch zu starker Lichtemission bringen. Dies geschieht in den jetzt vielfach angewendeten Bremerlampen. Die positive Kohle höhlt sich kraterförmig aus, während die negative Kohle zugespitzt bleibt. Die Vorgänge im Lichtbogen sind sehr komplizierter Natur, zeigen aber viele Ähnlichkeiten mit den Erscheinungen bei anderen Arten von Gasentladungen. So ist z. B. der Potentialverlauf von ganz ähnlichem Charakter. Dicht an beiden Kohlen sind große Potentialgefälle, jedoch an der positiven Kohle hier das größere. Im sonstigen Raum zwischen den Elektroden ist das Gefälle klein.

Dreizehnter Abschnitt.

Thermoelektrizität. Thermo- und galvanomagnetische Effekte. Pyro- und Piëzoelektrizität.

376. Der Peltiereffekt. Lötet man einen Wismut- und einen Antimonstab mit je einem ihrer Enden zusammen und schickt durch den zusammengesetzten Stab einen elektrischen Strom, so tritt Abkühlung oder Erwärmung der Lötstelle ein, je nachdem der Strom vom Wismut zum Antimon oder umgekehrt gerichtet ist. Diese Temperaturänderung an der Vereinigungsstelle zweier verschiedener Metalle wird nach ihrem Entdecker Peltiereffekt genannt. Der Peltiereffekt ist besonders stark für eine Antimon-Wismutvereinigung. Man kann ihn direkt mit einem Luftthermometer nachweisen. Um frei zu sein von der Wirkung der Jouleschen Wärme wendet man dabei zweckmäßig ein Differentialinstrument an (Fig. 272).

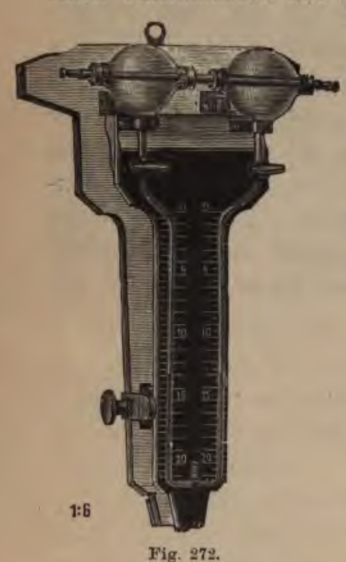


Fig. 272.

Die beiden Kugeln desselben enthalten je einen gleichen Wismut-Antimonstab; man schaltet diese Stäbe in einander entgegengesetzter Richtung in einen Stromkreis, so daß sich die eine Lötstelle abkühlt, die andere erwärmt.

377. Der Thermostrom. Hat man die in Figur 273 gezeichnete Zusammenstellung eines zweimal umgebogenen Wismut- und eines geraden Antimonstabes und erwärmt die eine

Verbindungsstelle, so zeigt eine Magnetnadel einen Strom an, welcher an der erhitzten Stelle vom Wismut zum Antimon fließt. Dies ist der von Seebeck entdeckte Thermostrom. In einem Kreis aus einem Wismut- und einem Antimonstab hat die bei 1° Temperaturdifferenz der Lötstellen erzeugte thermoelektromotorische Kraft einen Wert von etwa 0,0001 Volt.



Fig. 273.

Der Thermostrom ist stets so gerichtet, daß der durch ihn erzeugte Peltiereffekt die Temperaturdifferenz der Lötstellen auszugleichen sucht. Wird die eine Lötstelle also erwärmt, so sucht der Thermostrom diese Lötstelle abzukühlen. Diese Regel hat viel Ähnlichkeit mit dem Lenzschen Gesetz (§ 155) und ist, wie dieses, durch das Prinzip von der Erhaltung der Energie gegeben. Denn wäre der Thermostrom entgegengesetzt, so müßte eine erzeugte kleine Temperaturdifferenz durch den Thermostrom und dessen Peltiereffekt sich von selbst immer mehr vergrößern. Bei Konstanthaltung der Temperatur einer Lötstelle würde also durch eine einmalige kleine, sei es elektrische oder thermische Erregung fortwährend Wärme — d. h. Energieerzeugung aus nichts, ein perpetuum mobile entstehen.

Durch den Thermostrom findet also an der erwärmten Lötstelle eine Wärmeabsorption, an der kälteren Lötstelle eine Wärmeproduktion statt. Letztere ist stets kleiner als erstere. Insgesamt findet also ein Wärmeverbrauch statt. Dieser Energieverlust findet in der Energie des Thermostromes sein Äquivalent.

Zwei Drähte aus verschiedenen Metallen, welche an einem Ende verbunden sind, bilden ein Thermoelement und werden zu Temperaturmessungen benutzt. Je nach der gewünschten Empfindlichkeit und der Höhe der zu messenden Temperatur nimmt man Drähte verschiedenen Materials. Für hohe Temperaturen (bis 1500°) benutzt man das Thermoelement von Le Chatelier,

bestehend aus einem Platindraht und einem Draht aus einer Legierung von Platin und Rhodium. Viel Verwendung finden Thermoelemente aus Eisen- und Konstantandraht. Diese haben für 1° Temperaturdifferenz der Lötstellen eine e. m. K. gleich 0,000053 Volt = 53 Mikrovolt.

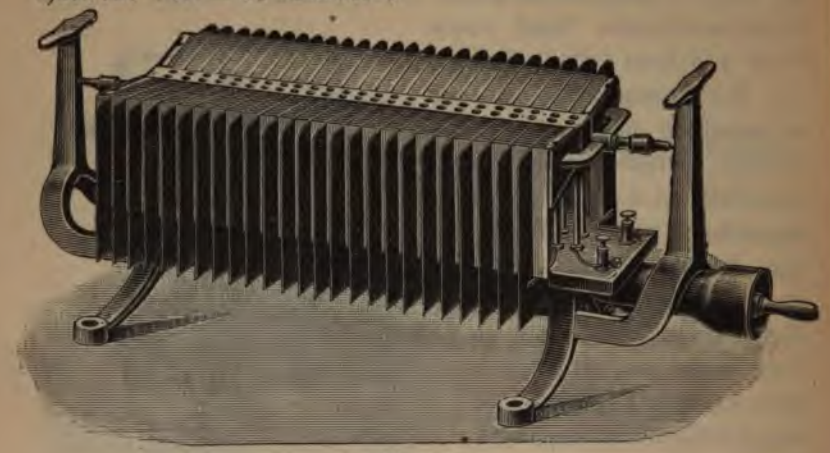


Fig. 274.

Die gesamte thermoelektromotorische Kraft an den Enden eines zusammengesetzten Leiters ist gleich der Summe aller einzelnen elektromotorischen Kräfte an den Verbindungsstellen. Man kann infolgedessen mehrere Thermoelemente in Reihe zu einer Thermosäule zusammenschalten. Figur 274 zeigt eine Thermosäule nach Gülcher, welche stärkeren Strom liefert und zum Laden von Akkumulatoren benutzt werden kann.

Bezüglich ihres thermoelektrischen Verhaltens lassen sich die Metalle in eine Reihe ordnen, derart, daß die weiter voneinander entfernten Metalle eine größere thermo-elektromotorische Kraft zeigen. Diese Reihe ist für einige Metalle nach Seebeck folgende:

\+ Antimon.
Eisen.
Zink.
Silber.
Gold.
Zinn.
Blei.

+ Quecksilber.
Kupfer.
Platin.
— Wismut.

Die Reihe kann indessen durch geringfügigste Verunreinigungen, welche die Thermokraft oft stark beeinflussen, verändert werden.

378. Wismuteffekte. Ein ganz besonderes Verhalten in thermischer und elektromagnetischer Hinsicht zeigt das Wismut, indem seine Eigenschaften starken Veränderungen im Magnetfeld ausgesetzt sind. Auch die übrigen Metalle zeigen zum großen Teil wenigstens einige der im folgenden genannten Effekte, unter ihnen besonders das Antimon. Indessen sind die bei ihnen sich zeigenden Wirkungen des Magnetfeldes unvergleichlich viel schwächer als bei Wismut. Die Effekte zeigen einen überraschenden Parallelismus im Verhalten eines elektrischen und eines Wärmestroms. Man ist daher zu der Überzeugung gekommen, daß beide Erscheinungen auch verwandter Natur sind, und zwar auf der Bewegung der Elektronen in den Metallen beruhen. Diese Bewegung wird in Wismut durch ein magnetisches Feld beeinflußt. Diese Theorie ist aber noch zu sehr im Entstehen begriffen, als daß hier darauf näher eingegangen werden könnte. Die im Wismut leicht beobachtbaren Effekte sind folgende:

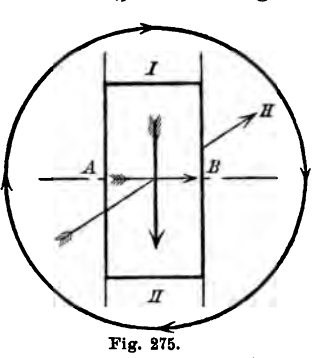


Fig. 275.

Eine rechteckige Wismutplatte (Fig. 275), werde von einem elektrischen Strom I, bzw. einem Wärmestrom J in der Richtung von I nach II durchflossen. Ein Magnetfeld der Stärke H kann erregt werden, dessen Induktionslinien senkrecht zur Platte die Richtung des Pfeils H haben mögen.

I. Halleffekt (primärer Elektrizitätsstrom). Sind A und B zwei äquipotentielle Punkte, d. h. zwei Punkte, welche bei Fließen des elektrischen Stromes I keine Potentialdifferenz aufweisen, so entsteht eine solche sofort, sobald das Magnetfeld

erregt wird. Die elektromotorische Kraft ist von B nach A gerichtet. Das Potential von B wird erhöht, von A erniedrigt. Man kann den Halleffekt ansehen als eine Drehung der elektrischen Äquipotentiallinien im Uhrzeigersinn. Diesem Effekt analog ist für den Fall eines die Platte durchsetzenden Wärmestromes der

II. Leduceffekt (primärer Wärmestrom). Das Magnetfeld erzeugt eine Drehung der Isothermallinien, so daß zwei Punkte A und B, welche ohne Feld auf einer Isotherme liegen, nach Erzeugung des Feldes eine Temperaturdifferenz aufweisen.

Beide Effekte, d. h. die Größen der zwischen A und B entstehenden Potential- bzw. Temperaturdifferenz sind proportional der magnetischen Feldstärke H, proportional ferner der Stärke des elektrischen- bzw. Wärmestroms und umgekehrt proportional der Dicke δ der Platten. Der Halleffekt stellt sich also dar als ein Ausdruck der Form:

$$E = R \cdot H \cdot \frac{I}{\delta}.$$

R ist die Konstante des Halleffekts für ein betreffendes Material.

III. Thermomagnetischer Transversaleffekt (primärer Wärmestrom). Durchfließt ein Wärmestrom die Platte, so wird bei Erregung des Magnetfeldes eine transversale elektrische Potentialdifferenz zwischen A und B erzeugt. Dieselbe wächst mit der magnetischen Feldstärke H und ist proportional dem Abstand β der Transversalelektroden A und B, sowie dem Temperaturgradienten g an der Stelle derselben. Der Transversaleffekt stellt sich also dar durch die Formel:

$$E = Q \cdot H\beta g,$$

worin Q die Konstante des Transversaleffekts ist, die aber von H noch abhängig sein kann. Das Analogon dieses Effekts ist die Entstehung einer

IV. Transversalen Temperaturdifferenz (primärer Elektrizitätsstrom). Durchfließt ein elektrischer Strom die Platte, so erzeugt ein senkrecht zur Platte gerichtetes Magnetfeld eine Temperaturdifferenz zwischen A und B.

Zwei weitere Effekte sind im Wismut leicht zu beobachten, welche ebenfalls ein analoges Verhalten derselben einem elektrischen und einem Wärmestrom gegenüber dartun.

V. Änderung des elektrischen Leitvermögens im Magnetfeld. Erregung des Magnetfeldes verursacht eine Widerstandserhöhung. Man kann dies auch so ansehen, als ob zwischen zwei auf einer Stromlinie liegenden Punkten eine der stromerzeugenden elektromotorischen Kraft entgegengesetzt gerichtete Potentialdifferenz erzeugt wird. Die Widerstandsänderung ist eine Funktion der Feldstärke und mit der Temperatur veränderlich (s. auch § 184).

VI. Änderung des thermischen Leitvermögens im Magnetfeld. Erregung des Magnetfeldes verursacht eine Verschlechterung des Wärmeleitungsvermögens, welche man auch als herrührend von einer longitudinalen, dem ursprünglichen Temperaturfall entgegengesetzt gerichteten Temperaturdifferenz ansehen kann.

VII. Der thermomagnetische Longitudinaleffekt (primärer Wärmestrom). Auch in Richtung der Wärmestromlinien entsteht bei Erregung des Magnetfeldes eine elektromotorische Kraft, welche dem Wärmestrom entgegengesetzt gerichtet ist.*)

379. Pyroelektrizität. Piëzoelektrizität. Hemimorphe Kristalle, d. h. solche Kristalle, bei welchen eine Unsymmetrie in der Ausbildung der Enden einer kristallographischen Achse besteht, zeigen zum Teil die Eigenschaft, bei einer Erwärmung sich elektrisiert zu zeigen, derart, daß die Enden dieser Achse entgegengesetzt geladen sind. Entladet man den erwärmten Kristall durch Bestreichen mit einer Flamme und läßt ihn sich abkühlen, so erweist er sich in umgekehrter Richtung elektrisiert. Man nimmt nach Riecke an, daß der pyroelektrische Kristall stets dielektrisch polarisiert ist, und daß die Größe der dielektrischen Polarisation eine Funktion der Temperatur ist. Im allgemeinen erweist sich der Kristall

*) Den VII. analogen Effekt, Auftreten einer Temperaturdifferenz in Richtung der Stromlinien eines eine Wismutplatte durchfließenden primären elektrischen Stromes, hat Verf. vergeblich sich bemüht aufzufinden.

nach außen unelektrisch, weil die Oberflächenschicht ein geringes Leitungsvermögen besitzt, und sich dadurch eine Schicht ungleichnamiger Influenzelektrizität an jedem Pol anlagert, während die freien gleichnamigen sich ausgleichen. Ändert man nun aber schnell die Temperatur des Kristalls und damit dessen dielektrische Polarisation, so wird je nach Zu- oder Abnahme der letzteren die eine oder andere der Elektrizitäten in ihrer Wirkung nach außen überwiegen, so lange, bis durch die geringe Leitung der Oberfläche wieder Ausgleich stattgefunden hat. So erklärt sich das umgekehrte Verhalten des Kristalls bei Erwärmung und Abkühlung. Beispiele pyroelektrischer Kristalle sind Turmalin und Quarz. Dasselbe wie eine Temperaturänderung bewirkt eine Druckänderung des Kristalls (Piëzoelektrizität).

Sachregister.





